

ISSN 1149 - 0039

Les Cahiers de Rhéologie



Volume XII, Numéro 2

Juin 1994

Edités par :

Le Groupe Français de Rhéologie

Les Cahiers de Rhéologie

SOMMAIRE DU VOLUME XII, n° 2
JUIN 1994

ARTICLES

- MAURICE COUETTE, UN DES FONDATEURS DE LA RHEOLOGIE p. 47

Jean-Michel PIAU, Monique PIAU

Laboratoire de Rhéologie - Université de Grenoble (UJF et INPG) URA CNRS 1510
BP 53
38041 GRENOBLE cedex 9 - France

Michel BREMOND

Université Catholique de l'Ouest
IRFA - Laboratoire de Physique
3 place André Leroy - BP 808
49008 ANGERS cedex 01 - France

Jean-Marie COUETTE

3 place Raoul II
35133 LANDEAN - France

- COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE A CISAILLEMENT NUL DE SUSPENSIONS AQUEUSES DE SILICE COLLOIDALE p. 71

A. PONTON, D. QUEMADA

Laboratoire de Biorhéologie et d'Hydrodynamique Physico-chimique (LBHP)
CNRS URA 343
Université Paris VII
2 place Jussieu
75251 PARIS cedex 05

O. NEEL

Laboratoire de Physico-chimie Macromoléculaire (LPCM)
Université Pierre et Marie Curie
CNRS URA 278 - Ecole supérieure de Physique et de Chimie Industrielles
10 rue Vauquelin - 75231 PARIS cedex 05

- APPLICATION AU SANG D'UNE RELATION DE CASSON GÉNÉRALISÉE : COMPARAISON AVEC DIFFÉRENTS MODÈLES p. 81

A. HADJ-SADOK, S. BENHADID

Laboratoire de Rhéologie - Institut de Physique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène
BP 32 - EL Alia ALGER - Algérie

X. WANG, M. LUCIUS

URA CNRS 875 - Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée
2 avenue de la Forêt de Haye
54504 VANDEUVRE-LES-NANCY - France

J-F. STOLTZ

Laboratoire Hémostase-Hématologie
Faculté de Médecine
BP 184 - avenue de la Forêt de Haye
54505 VANDEUVRE-LES-NANCY - France

MAURICE COUETTE, UN DES FONDATEURS DE LA RHEOLOGIE

Jean-Michel PIAU *, Michel BREMOND **,
Jean-Marie COUETTE \diamond , Monique PIAU *.

Résumé - L'article présente une biographie de Maurice COUETTE, dont le nom est attaché à un type d'écoulement, de viscosimètre, et à une méthode de correction des effets d'entrée dans les écoulements capillaires. Sa vie et son oeuvre sont détaillées, avec une mention particulière pour l'appareil à cylindres qu'il a construit. L'actualité de ses travaux dans le domaine de la rhéologie est mise en évidence.

Abstract - This article presents a biography of Maurice COUETTE, whose name is associated with a type of flow, of viscometer, and with a correction method for end effects in capillary flows. His life and work are described, with special mention being made of the cylinder apparatus that he designed. The relevance of his work to present day rheology is stressed.

1 - Introduction

Le nom de COUETTE, physicien français, est connu à l'heure actuelle de tout étudiant en mécanique des fluides pour désigner couramment un écoulement créé entre deux surfaces mobiles l'une par rapport à l'autre par leur mouvement tangentiel. C'est encore une cellule de mesure où le fluide est placé entre deux cylindres concentriques. On doit aussi à Maurice Couette une méthode et une correction qui donnent la maîtrise des effets d'entrée dans les écoulements de Poiseuille. Mais l'impact de son travail sur le choix des conditions aux limites d'adhérence des fluides à la paroi n'a pas été suffisamment souligné. De plus, peu de choses sont connues sur Maurice Couette lui-même, à part son travail remarquable sur l'étude de la viscosité des liquides publié à la fin du siècle dernier à Paris.

L'article se propose de présenter une biographie aussi complète que possible de Maurice Couette. Les chapitres 2 et 3 traitent des aspects concernant sa vie et les écrits qu'il a laissés, apportant bon nombre d'éléments très intéressants peu connus à ce jour. Ses principaux travaux en mécanique des fluides sont ensuite commentés au chapitre 4, et l'appareil à cylindres construit pour mesurer la viscosité des liquides fait l'objet du chapitre 5. Ces deux chapitres font ressortir la qualité, l'originalité et le caractère précurseur des recherches menées par Maurice Couette dans le domaine.

* Laboratoire de Rhéologie, Université de Grenoble (UJF et INPG), associé au CNRS (URA 1510), BP 53, 38041 GRENOBLE Cedex 9 - France

** Université Catholique de l'Ouest, IRFA, Laboratoire de Physique, 3 place André-Leroy, BP 808, 49008 ANGERS Cedex 01 - France

\diamond 3 place Raoul II, 35133 LANDEAN - France

Enfin, le chapitre 6 présente les développements récents concernant les cellules, les écoulements et les corrections de Couette, mettant ainsi en évidence les nombreuses retombées très actuelles de son travail en rhéologie.

2 - Sa vie

2 - 1 - La jeunesse

Maurice, Marie, Alfred, COUETTE, est né le 9 janvier 1858 à Tours (Indre-et-Loire) et est mort le 18 août 1943 à Angers (Maine-et-Loire), France. Son père, Alfred, Ernest COUETTE, né à Tours en 1825, négociant en tissus (spécialité de blanc) établi 15 rue de l'Intendance à Tours, épouse en février 1857 Marie, Adélaïde, Françoise LEDUC. Maurice Couette est fils unique. Elève des Frères des Ecoles Chrétiennes à Tours, il passe avec succès le baccalauréat ès-lettres en juillet 1874, puis le baccalauréat ès-sciences en septembre de la même année, diplômes délivrés par l'Académie de Poitiers.

Il entreprend des études supérieures qui le conduisent, après avoir suivi le cours de mathématiques spéciales au lycée de Tours en 1876, à la licence ès-sciences mathématiques délivrée en décembre 1877 par l'Académie de Poitiers. Maurice Couette s'inscrit ensuite en janvier 1878 à la Faculté Libre des Sciences d'Angers (qui vient d'ouvrir) et y prépare la licence ès-sciences physiques qu'il obtient en juillet 1879, auprès de la même académie. Il professe à Angers de janvier 1879 à février 1880 un cours de mathématiques élémentaires annexé à la Faculté Libre des Sciences.

Il rejoint en 1880 le 12ème régiment d'artillerie à Vincennes, près de Paris, où il accomplit un an de service militaire dans le cadre du volontariat. Il gravira ensuite les échelons dans le cadre de réserve, passant sous-lieutenant en 1884, puis lieutenant en 1892.

2 - 2 - La période parisienne

Libéré en 1881, Maurice Couette s'installe à Paris (+). Il donne des leçons de mathématiques à son domicile. Il s'inscrit aux laboratoires de physique de la Sorbonne, puis aux conférences d'agrégation pour les sciences physiques (1881-1883) tout en étant interrogateur au Collège Stanislas. De 1883 à 1887, il poursuit son activité au Collège Stanislas et devient en même temps professeur de physique à l'Ecole Albert-le-Grand à Arcueil (Seine) et en 1884 professeur à l'Ecole Sainte-Geneviève, 18 rue Lhomond à Paris. Il est aussi membre du cercle catholique du Luxembourg et du patronage de Sainte-Rosalie au 13ème arrondissement de Paris.

C'est dans ce contexte qu'il est mis en relations avec Jeanne, Lucile, Anna, JENNY, sa cadette de 7 ans, aînée de quatre enfants. Elle est la fille d'Auguste JENNY, originaire de Sélestat, officier de cavalerie dans la garde impériale, puis commandant du 10ème bataillon des mobiles de la Seine, tué au combat à Stains en décembre 1870. Devenue de ce fait pupille de la Nation, Jeanne Jenny reçoit une éducation supérieure à la Maison de la Légion d'Honneur à Saint-Denis.

(+) Il habite successivement 61 rue Madame (6ème), 140 boulevard d'Enfer, aujourd'hui boulevard Raspail (14ème), et 6 rue de Mézières (6ème) après son mariage.

Maurice Couette et Jeanne Jenny se marient le 3 août 1886 à la mairie de Paris 6ème, la cérémonie religieuse a lieu le 4 août à Saint-Sulpice. La vie des Couette sera une vie laborieuse et toute emprunte des principes religieux qui leur ont été inculqués dans leur jeunesse. Sa femme donnera à Maurice Couette huit enfants, cinq garçons et trois filles, dont l'une décède encore enfant. L'aîné Joseph, né en 1887, et le dernier né, Paul, sont emportés avant d'atteindre 20 ans. L'une des filles Geneviève, religieuse, suivra l'exemple de son père en devenant professeur de lettres après ses études universitaires. Vingt-et-un petits enfants viendront au cours des années réjouir le cœur de leurs grands-parents.

A partir de 1887, tout en continuant des activités d'interrogateur à Stanislas et à Sainte-Geneviève, Maurice Couette est étudiant au laboratoire des recherches physiques de la Sorbonne. Il y prépare une thèse sous la direction de Gabriel Lippmann. Ce dernier, après avoir en 1883 remplacé Charles Briot (dont on connaît les travaux sur la dispersion de la lumière) dans la chaire de physique mathématique, a été en 1886 appelé, à la mort de Jules Jamin, à succéder à celui-ci dans la chaire de physique expérimentale qu'il occupait à la Sorbonne. Les recherches de Gabriel Lippmann, élu à l'Académie des Sciences en 1886, ont concerné au départ les phénomènes électriques et capillaires. Il recevra en 1908 le Prix Nobel de physique pour son procédé de reproduction photographique des couleurs par une méthode interférentielle (1891).

Maurice Couette va bénéficier aussi de la présence de Joseph Boussinesq, mathématicien français largement autodidacte, qui, abordant dans ses travaux de nombreux aspects de la mécanique, en particulier l'hydraulique et la résistance des matériaux, a été élu membre de l'Académie des Sciences en 1886 et nommé à cette date dans la chaire de mécanique physique à la Sorbonne.

Maurice Couette termine la rédaction de son mémoire en vue du doctorat ès-sciences physiques ayant pour titre "Etudes sur le frottement des liquides" début 1889 et le remet dans sa version définitive à Gabriel Lippmann fin mai 1889. Ce mémoire est déposé officiellement au secrétariat de la Faculté des Sciences de Paris le 18 octobre 1889. Le permis d'imprimer sera délivré le 20 mars 1890. La soutenance de thèse aura lieu le 30 mai 1890 et Maurice Couette sera reçu docteur ès-sciences physiques en Sorbonne "avec toutes boules blanches" (++) et félicitations.

Maurice Couette ouvre alors à Paris à son domicile 6 rue de Mézières le 25 février 1890 un établissement d'enseignement secondaire libre recevant des élèves externes pour des cours préparatoires aux baccalauréats ès-lettres et ès-sciences. Il a obtenu à cet effet une autorisation officielle de l'Académie de Paris.

2 - 3 - La période angevine

C'est peu de temps après que se produit un tournant important dans la carrière de Maurice Couette.

(++) ce qui veut dire à l'unanimité, chaque membre du jury disposant d'une boule blanche et d'une boule noire pour exprimer son accord ou son désaccord.

Il est sollicité par Monseigneur Freppel chancelier de l'Université Catholique d'Angers (maintenant U.C.O.) pour venir y enseigner. La rémunération offerte n'est guère avantageuse car la situation de l'U.C.O., créée en 1877, est très précaire. Mais Maurice Couette, qui attendait une telle proposition avec impatience, estime, fortement appuyé en cela par sa femme Jeanne Jenny, qu'il est de son devoir de répondre à l'appel qui l'a ainsi distingué.

Maurice Couette ferme donc le 23 septembre 1890 l'établissement parisien qu'il dirigeait et rejoint Angers où il exercera pendant 43 ans les fonctions de professeur de sciences physiques de la Faculté Libre des Sciences. Il y donne en particulier des cours de mécanique, d'électricité, d'optique, de thermodynamique, et enseignera aussi un peu plus tard la physique et la météorologie à l'Ecole Supérieure d'Agriculture de l'Université Catholique créée en 1898. Il donnera par ailleurs des cours à l'Ecole de Commerce ainsi qu'à l'Externat Saint-Maurille pendant la guerre 14-18, puis à l'Ecole Freppel, école secondaire privée pour jeunes filles.

Son activité scientifique à partir de cette date est très diverse, et cela malgré le peu de moyens dont il pouvait disposer à Angers et l'activité intense d'enseignement qu'il devait déployer pour subvenir aux besoins de sa famille. Le contexte conflictuel de l'époque voyait en effet la mise en application en France à partir de 1905 de la séparation de l'Eglise et de l'Etat. On note quelques synthèses de sujets auxquels il apporte une contribution personnelle, menant des développements théoriques et quelques vérifications expérimentales. C'est le cas de la théorie osmotique des piles ou encore des phénomènes de propagation du son.

Il encadre en particulier à Angers le travail de doctorat de Fernand Charron. La thèse intitulée "Influence de l'air dans le frottement des solides" sera soutenue à Paris en 1911 et Fernand Charron succédera plus tard à Maurice Couette comme professeur de sciences physiques à l'U.C.O. Maurice Couette rédige par ailleurs de nombreuses chroniques et analyses scientifiques au profit des lecteurs de la revue La Science Catholique. Les Facultés Catholiques l'ont en effet chargé du Bulletin de Physique de cette revue.

Maurice Couette avait été élu en 1888 membre de la Société Française de Physique. Il en devient membre non résident en 1890 lors de son départ pour Angers et le reste de nombreuses années. Professeur aux Facultés catholiques, il garde au moins quelque temps des liens avec la recherche universitaire parisienne en physique comme en témoignent l'analyse d'article qu'il publie en 1901 dans le Journal de Physique, et son élection en 1907 pour trois ans au Conseil de la Société Française de Physique.

La reconnaissance de la communauté catholique pour les services éminents rendus à l'enseignement supérieur catholique et pour le modèle de vie vertueuse et méritante que présentait Maurice Couette lui valut d'être nommé en 1925 par le pape Pie XI au grade de chevalier dans l'ordre de Saint-Grégoire-le-Grand .

Il cesse son enseignement à l'Université en 1933 et décède dix ans plus tard, deux ans après sa femme, entouré de l'affection de ses proches, et de considération. A

... les Annales de Chimie et Physique en 1890, une note aux Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences en 1888 et une Notice dans le Bulletin des Sciences Physiques sur "La viscosité des liquides". Leur citation parfois réductrice (II-19), le report de références erronées, sont autant de raisons d'effectuer un retour aux textes originaux.

Sa première publication est en fait, dans les Comptes-Rendus des Séances de l'Académie, le résumé d'un mémoire qu'il avait rédigé en 1887, présenté à l'Académie des Sciences par Henri Poincaré, dans lequel Maurice Couette ébauchait une théorie des "oscillations tournantes d'un solide de révolution en contact avec un fluide visqueux" et annonçait les expériences entreprises au laboratoire de Gabriel Lippmann. Ce mémoire n'a pas donné lieu à insertion dans le recueil des "Mémoires des Savants Etrangers", ayant été retiré en 1888 du secrétariat de l'Académie par l'auteur lui-même. Maurice Couette en donnera une version améliorée dans le chapitre IV de sa thèse.

Les travaux conduits par Maurice Couette dans le cadre de la préparation de sa thèse ont donné lieu dès le début de 1889 à des présentations orales aux séances bimensuelles de la Société Française de Physique, résumées dans le bulletin de la SFP, et à une présentation d'appareil à l'Exposition Universelle (Paris 1889). Deux articles sont publiés dans le Journal de Physique en 1890. Maurice Couette a aussi présenté lui-même au public l'appareil à cylindres réalisé pour la mesure du frottement des liquides les 8 et 9 avril 1890 lors de la séance extraordinaire consacrée annuellement par la SFP à des présentations de matériels scientifiques originaux.

Le sujet qui lui a été proposé par la Faculté comme second sujet de thèse concerne les réactions chimiques produites par les énergies électriques. Le mémoire correspondant à ce travail n'est pas parvenu jusqu'à nous, mais l'article sur la constance de l'équivalent électrochimique qu'il a publié en 1892 dans le Journal de Physique montre sa capacité à apporter des contributions intéressantes sur ce

thème nouveau pour lui. Un peu plus tard, ses travaux sur la théorie osmotique des piles, en relation avec la théorie développée par Walter Nernst, qui ont donné lieu à plusieurs publications dans le Journal de Physique en 1900, montrent aussi sa maîtrise dans le domaine.

De 1893 à 1900, Maurice Couette collabore régulièrement à la revue La Science Catholique, où il analyse et commente les publications et les avancées récentes dans de nombreux domaines de la physique. On note par ailleurs des développements plus personnels comme sa contribution sur la réflexion et la réfraction du son présentée au Congrès scientifique de 1895 à Angers et publiée dans les Actes de ce Congrès, ainsi que quelques articles à caractère pédagogique.

Maurice Couette laisse donc finalement de nombreux écrits, malheureusement restés pour beaucoup de diffusion limitée et encore moins accessibles maintenant. Ils permettent pourtant au lecteur de mieux appréhender sa démarche scientifique et l'ouverture d'esprit qui l'ont caractérisé.

4 - Ses travaux en mécanique des fluides

Le sujet traité par Maurice Couette dans sa thèse vient après les recherches célèbres de Navier (II-1) qui avait établi en 1822 les équations du mouvement d'un fluide en tenant compte de leur frottement, et concerne l'étude du coefficient de frottement intérieur des liquides (que l'on n'appelait pas encore couramment viscosité). La meilleure façon de situer le travail de Maurice Couette est de reproduire ici le résumé dans le bulletin de la SFP de sa présentation orale du 1er mars 1889 :

<< M. COUETTE a soumis à de nouvelles vérifications expérimentales les équations posées par *Navier* pour représenter les mouvements des liquides en tenant compte de leur viscosité. Il a employé deux méthodes et opéré sur l'eau.

1° Ce liquide est compris entre deux cylindres concentriques : l'extérieur est animé d'un mouvement de rotation uniforme ; l'intérieur est maintenu fixé par des poids avec lesquels on mesure le moment M du frottement du liquide sur ce cylindre.

Dimensions de l'appareil :

	cm
Rayon du cylindre extérieur	14, 6395
Rayon du cylindre intérieur.....	14, 3942
Hauteur du cylindre intérieur.....	7, 905

Quand le nombre N de tours de cylindre extérieur est inférieur à 56 par minute, le rapport M/N conserve une valeur constante, ce qui est conforme à l'intégrale particulière la plus simple des équations de Navier. Entre 56 et 60 tours, ce rapport exprime une augmentation extrêmement rapide, mais qui se ralentit ensuite. A partir de 127 tours jusqu'à 150, limite des expériences, M/N est approximativement une fonction linéaire de N .

2° L'eau coule dans des tubes de verre dont le diamètre est compris entre 0,1 et 1 cm. On élimine l'action des extrémités par un procédé analogue à celui de Wertheim pour les tuyaux sonores. Soient q le débit, i la perte de charge par unité de longueur. Tant que le débit reste inférieur à une certaine limite q_1 , proportionnelle au rayon du tube, l'écoulement suit les lois de Poiseuille ; q variant de q_1 à une certaine limite q_2 , le rapport i/q éprouve un accroissement rapide ; au-dessus de q_2 , le rapport i/q devient approximativement une fonction linéaire de q .

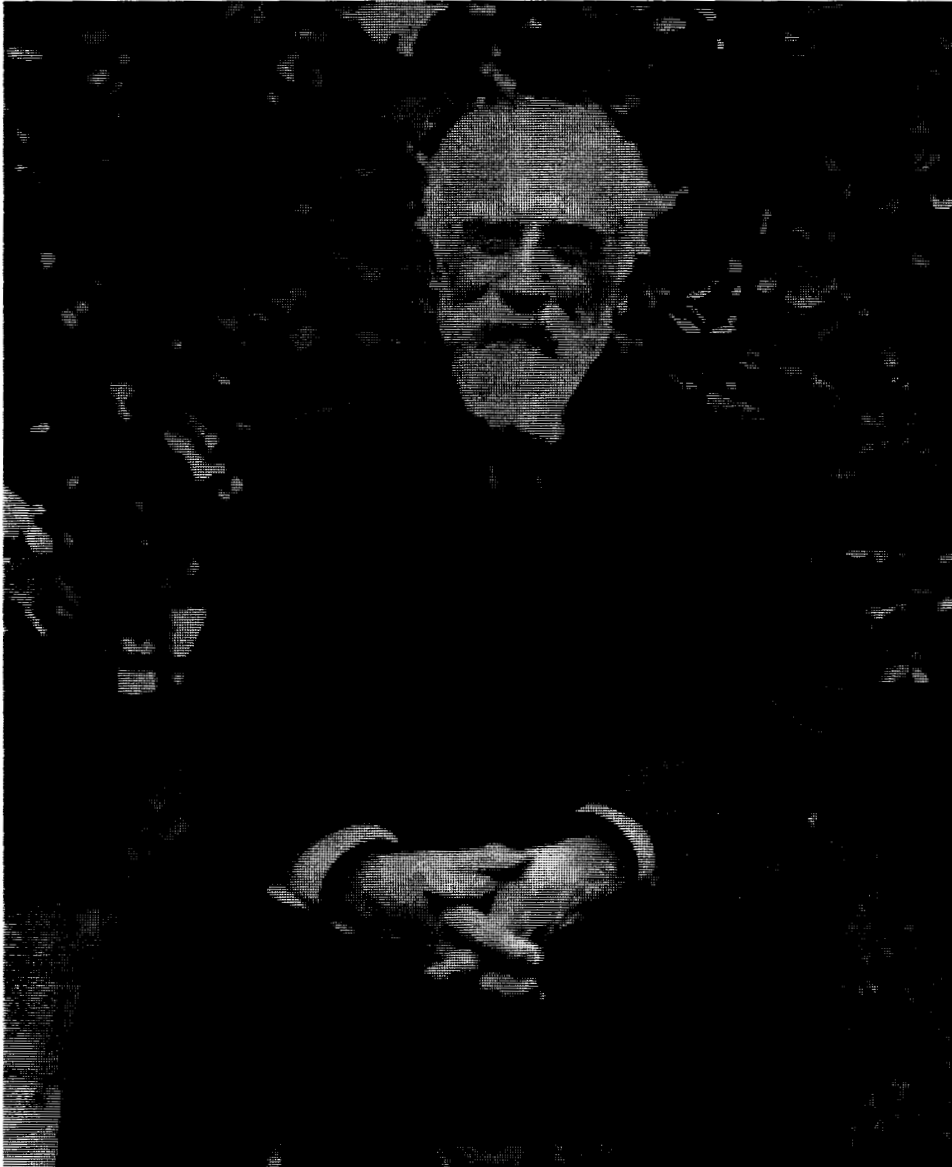


Fig. 1 - Maurice COUETTE (1858-1943)

L'observation de la veine qui jaillit dans l'air d'un tube horizontal éclaire encore ces résultats. Quand le débit est inférieur à q_1 , la veine est lisse et tranquille ; quand il est supérieur à q_2 , elle est encore tranquille ; quand il est compris entre q_1 et q_2 , la veine éprouve des changements brusques d'aspect et d'amplitude, qui se succèdent rapidement à des intervalles de temps peu réguliers ; tantôt elle est lisse et allongée, tantôt ridée et raccourcie.

Cette expérience est répétée très nettement sous les yeux de la société avec une veine de mercure, dont l'image agrandie est projetée sur un écran.

Conclusions. - Le mouvement des liquides présente deux régimes différents. Le premier, qui se réalise seul dans les mouvements les plus lents, est représenté, *exactement et non approximativement*, par les intégrales particulières les plus simples des équations de Navier. Le second, réalisé dans les mouvements plus rapides, n'est pas conforme à ces intégrales. Quand les vitesses restent comprises entre certaines limites, les deux régimes sont possibles et se produisent alternativement. >>

Maurice Couette utilise donc deux approches expérimentales :

-la première reprend les idées exprimées par des précurseurs : G.G. Stokes en 1845 (publié en 1849, cf {II-4}), puis Max Margules en 1881 {II-5} qui proposaient de réaliser un écoulement entre deux cylindres concentriques tournant à des vitesses différentes. Cette approche a donné lieu à la construction du viscosimètre dont nous parlerons plus loin.

Les calculs théoriques associés à cette approche ont été faits par Maurice Couette avec le plus grand soin en veillant à tenir compte des effets parasites (défauts de coaxialité, effets de bout).

-la deuxième utilise des mesures de perte de charge lors d'écoulements dans des tubes minces, configuration utilisée précédemment par Poiseuille {II-2} ; Maurice Couette y met clairement en évidence la proportionalité de ces pertes de charge à la longueur des tuyaux en régime établi, ainsi que la nullité de la vitesse à la paroi, pour les fluides et les parois diverses utilisées.

Il discute pour les deux montages expérimentaux étudiés la gamme de vitesses pour laquelle les relations établies pour un écoulement laminaire ne sont plus vérifiées, montrant ainsi l'apparition d'un régime différent qui correspond en fait à la transition. Maurice Couette n'a eu connaissance de l'article d'Osborne Reynolds {II-6} qu'une fois son travail de thèse achevé et n'explicite donc pas comme on pourrait s'y attendre le changement de régime observé. Par contre son travail a l'avantage de faire le lien entre les écoulements dans les tuyaux étudiés par Poiseuille et l'hydraulique traditionnelle.

Par ailleurs, Maurice Couette établit soigneusement les équations des mouvements mis en jeu pour les configurations d'écoulement utilisées et évalue avec précision les erreurs commises lors des expériences précédentes ou qui peuvent intervenir dans les siennes. Il mène aussi à bien le calcul délicat des mouvements subis par un fluide au voisinage de la paroi lors d'oscillations lentes tournantes d'un corps de révolution.

Le premier mérite de Maurice Couette, qui lui a d'ailleurs été reconnu à l'époque en particulier par les rapporteurs de son mémoire de thèse est la rigueur et l'habileté dont il fait preuve tout au long de ses calculs théoriques. Alliées à un esprit observateur et imaginatif, pour l'approche expérimentale, ces qualités lui ont permis d'établir dans le cadre de sa thèse des résultats qui ont fait date. Les

"mouvements de Couette" sont cités en tant que tels dans les ouvrages scientifiques dès le début du siècle. On peut consulter par exemple l'ouvrage "Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz" de Marcel Brillouin édité en 1907 chez Gauthier-Villars (Paris).

Les résultats qui ont le plus frappé Joseph Boussinesq et Gabriel Lippmann portent sur les expériences reprises de Poiseuille sur les tubes fins. Gabriel Lippmann estimait, avec clairvoyance, que Maurice Couette ne mettait pas suffisamment en valeur l'absence de glissement aux parois qu'il avait observée dans ses expériences, où il utilisait des tubes de verre (propre, graissé, vernis, argenté), de cuivre, de métal blanc, et de paraffine.

Une des conséquences en est que les études initiées par Maurice Couette au Laboratoire de Recherches Physiques sur les écoulements tournants n'ont pas été poursuivies après son départ. Gabriel Lippmann avait ses centres d'intérêt plus proches des phénomènes électriques et thermodynamiques tandis que Joseph Boussinesq, dont l'apport aux travaux de Maurice Couette est authentifié par l'auteur lui-même (II-3), abordait des sujets très variés en hydraulique théorique.

5 - Le viscosimètre de Couette

En quittant la Sorbonne pour l'Université Catholique d'Angers, choix personnel dicté par ses convictions, Maurice Couette y transportait l'appareil à cylindres qu'il avait utilisé pour réaliser les mesures de viscosité décrites dans le premier chapitre de sa thèse. L'appareil démonté dormait depuis de nombreuses années dans une réserve, inconnu de la plupart. Il a été sorti et remis en état par Michel Brémond et Maurice Dubois, à l'occasion d'une exposition d'instruments anciens organisée par l'U.C.O. pour sa journée de rentrée universitaire de 1990. Deux ans plus tard se tenait, du 12 au 15 mai 1993, au Prieuré Saint-Lazare au sein de l'Abbaye Royale de Fontevraud, un congrès international sur la rhéométrie des polymères soutenu par la C.E.E., congrès publié à paraître dans le J.N.N.F.M.. Jean-Michel Piau, organisateur du congrès, cherchait à cette occasion à rassembler des éléments sur Maurice Couette, originaire de la région. Grâce à la collaboration de ces professeurs de l'U.C.O., la carrière de Maurice Couette a pu être reconstituée et son appareil a été présenté aux participants, chercheurs universitaires et industriels de nombreux pays, cinquante ans après la mort de son inventeur et plus de cent ans après sa construction.

Les figures 2, 3 et 4 sont les reproductions exactes des schémas originaux de l'appareil présentés dans la thèse de Maurice COUETTE en pages 16, 17 et 18 (et dans le tome 21 des Annales de Chimie et Physique (1890) en pages 446-447). Elles précisent l'arrangement respectif du cylindre intérieur de mesure s centré et guidé en rotation par les dispositifs C' et n et des anneaux de garde fixes g et g' , ainsi que du cylindre extérieur tournant V . Le schéma en coupe (Fig. 4) a été redessiné dans deux articles de revue (II-20) faisant l'historique des instabilités de Couette-Taylor, malencontreusement symétrisé ce qui conduit à faire apparaître deux vis de serrage de la tige h au lieu de la seule vis v' . La figure 5 montre l'appareil original en son état actuel, l'ensemble cylindre intérieur-anneaux de garde ayant été sorti du cylindre tournant pour la photo.

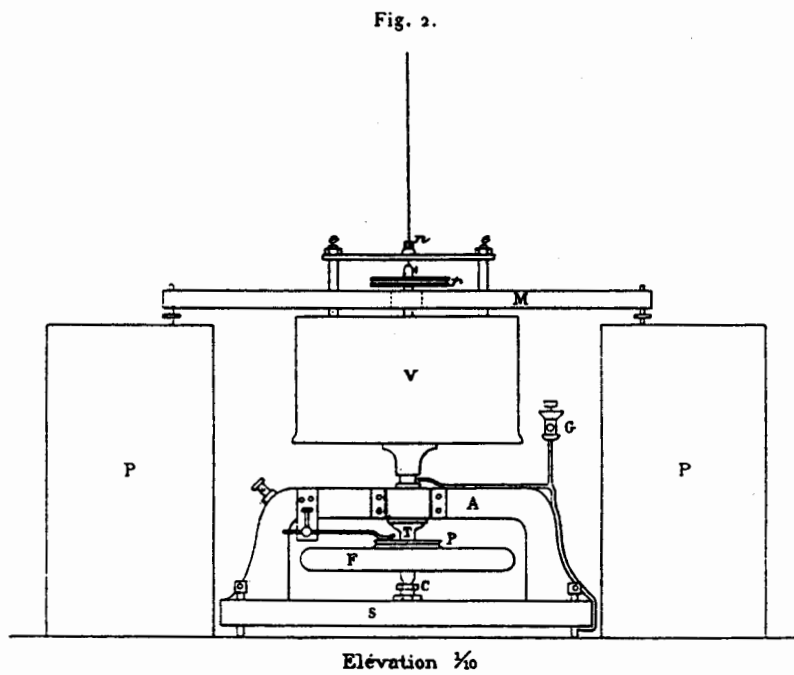


Fig. 2 - Schéma de l'appareil de M. Couette (vue de face),
reproduit de la Fig. 2, p.16 de sa thèse

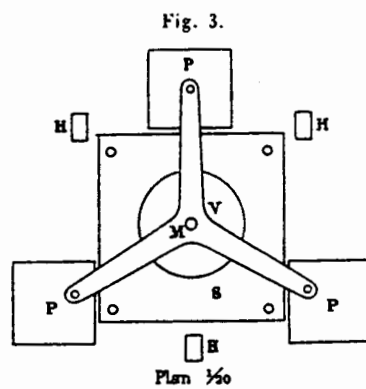


Fig. 3 - Schéma de l'appareil de M. Couette (vue de dessus),
reproduit de la Fig. 3, p.17 de sa thèse

Fig. 4.

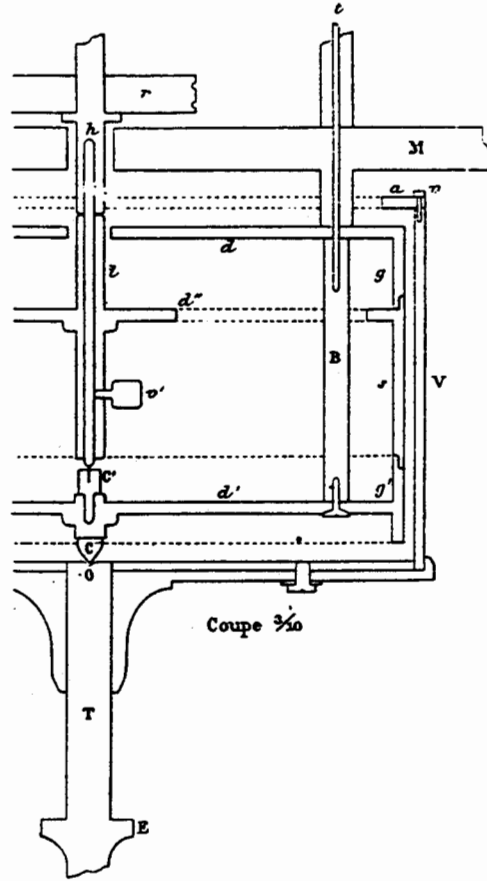


Fig. 4 - Schéma en coupe de l'appareil de Couette, reproduit de la Fig.4, p. 18 de la thèse

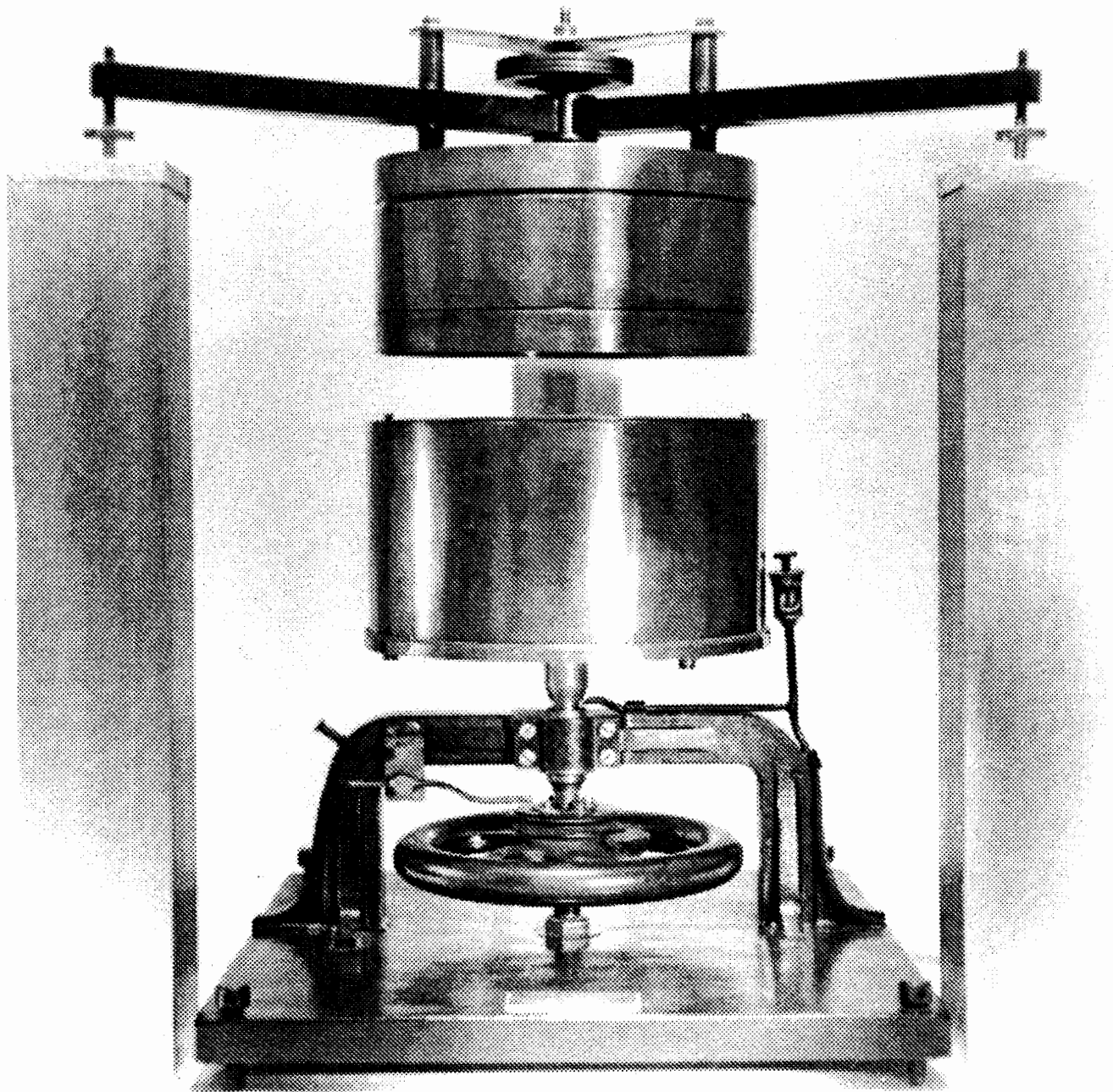


Fig. 5 - L'appareil à cylindres (viscosimètre) de M. COUETTE (1888)

La réalisation de l'appareil avait été confiée à Eugène Ducretet, remarquable constructeur parisien d'appareils de précision pour les laboratoires et l'industrie. Titulaire de nombreux brevets, Eugène Ducretet a, tout au long de sa vie vouée aux progrès scientifiques et techniques, construit des dispositifs matérialisant les découvertes de pointe de son temps en physique et en chimie (électricité, thermodynamique, radiologie, etc...) et réalisé de véritables inventions dans de nombreux domaines. On lui devra en particulier en 1898 les premières réalisations d'appareils de Télégraphie sans fil (T.S.F) fonctionnant sur la terre ferme. Les établissements Ducretet, du nom de leur fondateur mort en 1908, s'associèrent en 1931 avec la société Thomson-Houston et construisirent en particulier les récepteurs radiophoniques Ducretet-Thomson.

La conception astucieuse et soignée de l'appareil à cylindres de Maurice Couette et divers dispositifs ingénieux figurant dans sa réalisation, tels que les anneaux de garde, les poulies de machine d'Atwood qui viennent remplacer le fil de torsion pour mesurer les couples élevés, le volant d'inertie, les paliers lubrifiés, les centrages qui viennent s'opposer à l'instabilité de fouettement et résister aux déséquilibres dynamiques des parties tournantes, les systèmes électriques d'entraînement et de mesure de vitesses, en font l'originalité et ne sont certainement pas étrangers à la précision et à la fiabilité des mesures obtenues. Théodore Schwedoff, doyen de la Faculté des Sciences d'Odessa écrivant à Maurice Couette le 21 février 1889 pour le remercier de lui avoir fait parvenir un exemplaire de son travail, signalait lui aussi l'importance des précautions à prendre pour éviter les erreurs dans la méthode expérimentale.

A l'époque où Maurice Couette lançait la construction de son appareil et réalisait ses premières campagnes de mesures, un jeune chercheur britannique neveu de William Froude, Arnulph Mallock, était accueilli au laboratoire de Lord Rayleigh. Il y entreprenait la construction d'un appareil à cylindres d'un type voisin avec des dispositifs permettant de faire tourner l'un ou l'autre des cylindres. Ses premières mesures furent présentées en novembre 1888 à la Royal Society (II-7) par Lord Rayleigh comme ayant été réalisées en avril-mai de la même année, et les résultats publiés dans les Proceedings (après que quelques corrections aient été apportées début 1889).

Dans la rédaction de son mémoire de thèse, Maurice Couette signale ces premiers essais britanniques. Il diagnostique les problèmes de ballottement et d'effets de bout qui n'avaient pas été pris en compte dans la conception de l'appareil. Arnulph Mallock présentera sept ans plus tard un article plus complet (II-8) où il rend compte de mesures faites entre 1893 et 1895, et fait allusion à quelques effets parasites pouvant entacher la précision de ses mesures de viscosité.

L'analyse de l'appareil de Mallock sera reprise par G.I. Taylor en 1923 (II-10). Les nombreuses sources d'erreur dans le montage expérimental utilisé, allant des dimensions choisies pour les cylindres et leur jeu, à l'influence de la nature du fond et à la méthode de suspension, y sont détaillées. Ces erreurs deviennent encore plus dramatiques dans le cas où le cylindre mobile est le cylindre intérieur.

L'appareil de Maurice Couette lui a permis de réaliser des mesures sur l'eau, mais aussi sur des huiles, et même, plus surprenant, sur l'air. Ses résultats apparaissent comme dignes de confiance, les développements théoriques qu'il a su mener venant ajouter à la valeur de ses travaux.

6 - Développements et retombées des travaux de Maurice Couette

6 - 1 - Les cellules de Couette

L'appareil à cylindres de Maurice Couette était un instrument exemplaire. Il a donc par la suite et jusqu'à ce jour constitué une source constante d'inspiration pour un grand nombre de dispositifs semblables quant à l'utilisation faite de cylindres tournants (extérieurs et aussi intérieurs), mais finalement très divers dans leurs caractéristiques détaillées, que l'on a pris l'habitude de désigner sous le nom de "cellules de Couette". Il ne nous sera pas possible de rechercher l'exhaustivité tant le sujet est devenu vaste.

En général, on n'utilise plus d'anneaux de garde comme ceux de Maurice Couette et le souci de réaliser des cellules qui soient des instruments de mesure absolue a fait place largement à la mise en service d'instruments très efficaces de mesure relative des propriétés mécaniques. On utilise parfois des cylindres intérieurs à pointe conique pour réduire les effets d'extrémité, et des cylindres intérieurs en forme de cloche pour améliorer la sensibilité aux faibles viscosités. Lorsque le jeu entre les cylindres est trop important pour que le gradient des vitesses y soit supposé constant, des méthodes spécifiques de dépouillement {II-12} permettent d'extraire néanmoins les variations de la viscosité avec le gradient de vitesse. Les moteurs à rotor plat et grande capacité d'accélération, les moteurs à couple contrôlé, les paliers à gaz, les capteurs de couple à rééquilibrage d'effort, les codeurs optiques, le pilotage et l'acquisition par microordinateur, constituent autant d'évolutions plus ou moins récentes, décisives pour la construction des cellules de Couette telles qu'elles sont installées sur un rhéomètre moderne.

L'objectif poursuivi dans la fabrication des cellules de Couette est la caractérisation des propriétés mécaniques et physiques, en volume et aux parois, d'un échantillon de matière cisailé (ou un seul de ces différents aspects). Les mouvements réalisés peuvent être créés, soit par un contrôle de la vitesse de rotation des cylindres au cours du temps, soit par un contrôle des efforts appliqués (en régimes permanents, dynamiques, ou transitoires). Les champs de vitesse de base obtenus seront très souvent des interpolations des vitesses aux frontières. Mais on trouve aussi une grande variété de situations différentes : gradients locaux avec surface de discontinuité (+++), propagation d'ondes d'une paroi à l'autre, écoulements de recirculation (instabilités), écoulements turbulents.

Signalons le volume considérable de recherches consacrées à la seule étude de l'instabilité des écoulements de Couette-Taylor (cf. {II-21}), en liaison avec les retombées attendues dans le domaine aéronautique et hydrodynamique d'une compréhension des mécanismes de transition à la turbulence. Ces études ont été essentiellement menées jusqu'à ce jour dans le cas newtonien.

L'application, volontaire ou involontaire, de champs extérieurs peut modifier considérablement l'organisation d'un échantillon de matière dispersée en suspension. Dans certains cas, les effets thermiques jouent un rôle décisif.

(+++)
(+++)
signalons une publication peu connue {II-11} de Fernand Charron, ancien étudiant de Maurice Couette, qui a observé sous microscope le glissement d'un fluide à seuil sur paroi de verre lisse, et son adhérence sur paroi de verre dépoli

Toutes sortes de techniques de mesures et de visualisations sont implantées sur des cellules de Couette. Des visualisations sur des suspensions non-transparentes ont été réalisées par résonance magnétique nucléaire. L'adaptation de techniques optiques nouvelles fait l'objet de recherches. L'analyse de la biréfringence et du dichroïsme en visible ou en infra-rouge, la diffusion de neutrons, la diffraction des rayons X (++++), sont utilisées actuellement sur des cellules de Couette.

Bien entendu, les matériaux de construction des cellules (ou de fenêtres dans les cellules) doivent être adaptés avec soin à toutes ces techniques. Dans certains cas leurs propriétés de surface (nature chimique, rugosité) ont également une incidence marquée sur les essais réalisés, de par le type de couplage opéré aux frontières de l'échantillon étudié.

Les plus grosses cellules de Couette que nous connaissions ont des dimensions métriques. Elles ont été construites pour étudier des suspensions de particules centimétriques (bétons, laves torrentielles). Les cellules de Couette possédant les plus petits jeux de fonctionnement entre cylindres que nous connaissions ont un jeu de 2 microns. Elles ont été construites pour mesurer la viscosité de lubrifiants dans les conditions de hauts gradients de vitesse (10^5 à 10^6 s⁻¹) de vilebrequins de moteurs à combustion interne, tout en maîtrisant les effets thermiques dissipatifs rencontrés.

6 - 2 - Les écoulements de Couette

L'idée introduite par Maurice Couette dans sa thèse, et qui consiste à tirer partie des conditions aux frontières pour réaliser des champs simples, solutions élémentaires des équations complètes de conservation, a été progressivement étendue et précisée.

Ainsi, beaucoup d'ouvrages d'enseignement présentent les bases de la mécanique des fluides newtonienne à partir de la description du cisaillement de Couette bidimensionnel. Il s'agit du cisaillement d'une lame mince de fluide placée entre deux plans parallèles de grande dimension dont l'un est translaté dans son plan à vitesse constante, l'autre plan restant fixe. La pression motrice est supposée constante dans tout le fluide, et ce dernier est supposé se déplacer par lignes parallèles à la direction de la vitesse. La viscosité est alors le rapport de la contrainte pariétale tangentielle au gradient de vitesse. Il convient que le nombre de Reynolds reste inférieur à une valeur critique fonction des perturbations extérieures apportées.

Le cisaillement de Couette est encore obtenu plus généralement entre deux surfaces courbes mobiles l'une par rapport à l'autre par un mouvement tangentiel qui maintient leur parallélisme local : comme dans le glissement axial de tubes cylindriques de forme quelconque, ou la rotation de surfaces de révolution coaxiales diverses.

(++++) voir par exemple le programme des cours de l'Ecole Européenne HERCULES (Grenoble) - Les Editions de Physique

On voit aussi apparaître l'écoulement de Couette en lubrification hydrodynamique où, pour établir l'équation de Reynolds généralisée, on montre que le champ de vitesse le plus général est la superposition d'un écoulement de Poiseuille (régi par une proportionnalité au gradient de pression motrice et une dépendance quadratique en l'ordonnée) et d'un écoulement de Couette (régi par sa dépendance linéaire en la vitesse aux frontières et en l'ordonnée).

Il nous faut maintenant situer l'écoulement de Couette dans la classification générale des écoulements adoptée par les rhéologues. Il fait partie de la classe des écoulements homogènes, c'est-à-dire dont le gradient de vitesse est indépendant de la variable d'espace. Les écoulements homogènes sont très importants pour produire des champs de contrainte eux-mêmes indépendants de l'espace, et par conséquent totalement mesurables aux frontières des échantillons testés. La classification objective des écoulements homogènes isochores a été réalisée par H. Giesekus (II-13). Dans le cas simple bidimensionnel, si on observe l'échantillon dans les axes propres du taux de déformation, on démontre qu'il est soumis à un taux d'élongation ϵ et un taux de rotation ω et que tous les écoulements homogènes résultent de la superposition de cette élongation et de cette rotation. L'écoulement de Couette bidimensionnel correspond au cas où le module de ϵ est exactement égal à celui de ω .

On peut être frappé par le particularisme extrême de l'écoulement de Couette tel qu'il ressort de cette classification, s'interroger sur ses conséquences pratiques, et sur l'évolution structurelle de la matière cisailée. Cependant après avoir démontré que tout fluide qui adhère à la paroi subit précisément un cisaillement de Couette au voisinage de cette paroi, et examiné les différents résultats de rhéométrie et de mécanique des fluides, on peut être tout à fait persuadé de la pertinence du cisaillement de Couette.

Au passage on aura noté l'importance légitime prise par les écoulements élongationnels introduits par F.T.Trouton (II-14) et qui dominent les propriétés de nombreux problèmes industriels (comme celui du filage textile).

L'indifférence des lois de comportement mécanique aux changements d'observateurs permet de démontrer qu'un cisaillement de Couette génère au sein d'un fluide des contraintes très clairement précisées, et qui viennent ajouter leur effet à celui des contraintes pariétales tangentielles déjà mentionnées précédemment. Ce sont les contraintes normales, et deux coefficients de contraintes normales sont mesurés pour caractériser la matière étudiée. Comme le coefficient de viscosité, ils dépendent en général du gradient de vitesse. A eux trois les coefficients de viscosité et de contraintes normales définissent ce que l'on appelle les propriétés viscosimétriques d'un fluide cisailé en régime permanent.

Toutes ces considérations sur le régime permanent s'étendent bien sûr aux cas des régimes dynamiques et transitoires.

6 - 3 - Les corrections et la méthode de Couette

Lorsqu'un fluide s'écoule en régime permanent dans un tube très long, on observe que le profil de vitesse (et de contrainte déviatoire) dans une section reste

indépendant de l'abscisse, pourvu que l'on se situe assez loin de la zone d'entrée du tube, et un peu en amont de sa zone de sortie. On dit que l'écoulement est établi.

Un tel tube long est généralement inséré dans une installation qui présente un changement de section d'entrée permettant de raccorder le tube et de l'alimenter, et un changement de section de sortie. Chaque changement de section engendre une perturbation du champ des vitesses qui, aussi bien à l'amont qu'à l'aval, diffère de celui du régime établi. Les pertes d'énergie dans l'écoulement, qui résultent de la dissipation, sont donc la somme arithmétique de la perte dans la zone établie, et des pertes dans les volumes de tuyauterie qui précèdent et suivent les changements de section, à l'entrée et à la sortie.

Maurice Couette a le premier suggéré d'utiliser des tubes et installations en tous points identiques et fonctionnant au même débit, si ce n'est l'utilisation de deux tubes longs de longueurs différentes L_1 et L_2 . Il est immédiat par différence d'accéder à la perte d'énergie en régime établi sur une longueur $L_1 - L_2$. C'est la "méthode de Couette" devenue d'usage courant (II-15 & 16).

Maurice Couette a aussi discuté les pertes des régions singulières et proposé une méthode pour les calculer. Cela revient, dans le cas des mesures de viscosité en régime laminaire, à considérer que la perte d'énergie générée par la singularité amont est égale à celle qui aurait été générée par une longueur L^* de régime établi. Pour déduire la viscosité d'une mesure de perte d'énergie globale (exprimée en différence de pression entre l'amont et l'aval du tube par exemple), on divisera donc cette mesure par la somme de la longueur réelle du tube L et de la correction L^* (dont le rapport au diamètre est environ 3 dans la thèse de Maurice Couette ; ce rapport est prédit dans (II-17) égal à $0,34 + 0,036 \mathcal{R}_e$, où \mathcal{R}_e est le nombre de Reynolds). Il s'agit de la "correction de Couette", elle aussi devenue d'usage courant (II-18).

Cette correction a été étudiée récemment par l'expérience et par le calcul numérique pour des fluides viscoélastiques et/ou à seuil d'écoulement, et elle dépend bien sûr des nombres adimensionnels caractéristiques du régime d'écoulement et du fluide, ainsi que de la forme de la singularité amont.

7 - Conclusion

Maurice Couette était à n'en pas douter un physicien de grande classe. L'oeuvre d'enseignement catholique à laquelle il s'est consacré dans des conditions matérielles très difficiles ne lui a pas permis de disposer de l'outillage et des loisirs nécessaires pour conduire à bien de nouvelles expériences ou théories et atteindre ainsi la célébrité dans plusieurs domaines de la physique. Mais l'empreinte qu'il a laissée en mécanique des fluides est tout à fait justifiée par son travail de précurseur.

Au-delà, et plus généralement, Maurice Couette apparaît sans ambiguïté comme un des fondateurs de la rhéologie, la science de la matière en écoulement. Sa contribution à l'étude de la viscosité des liquides, dont nous avons rappelé dans

cet article l'intérêt et les retombées, s'inscrit dans une démarche très actuelle qui ne peut être mieux explicitée qu'en citant les deux premières phrases de l'introduction de son mémoire de thèse :

<<Les nombreuses recherches faites jusqu'à ce jour pour trouver des relations entre le coefficient de frottement intérieur et les autres propriétés physiques ou la constitution chimique des liquides n'ont encore conduit à aucune de ces lois qui conquièrent une place dans la science par leur certitude expérimentale ou par leur adaptation exacte à une théorie. Avant donc d'entreprendre sur le même terrain des investigations nouvelles, j'ai cru prudent de soumettre à un examen attentif les deux questions fondamentales suivantes :

1° Le coefficient de frottement intérieur est-il une grandeur physique bien définie?

2° Quelles règles faut-il suivre pour en obtenir la valeur? . . . >>

On y trouve en germe tous les aspects qui caractérisent l'approche moderne de la rhéologie avec les lois macroscopiques et la physicochimie, la rhéophysique et le passage micro-macro, la rhéométrie et même les problèmes d'interface. Le souci de l'interdisciplinarité, qui est une des clés du succès de la démarche d'un rhéologue, est présent dans ces quelques lignes qui montrent combien les vues sur le sujet de Maurice Couette, énoncées en 1890, restent très actuelles.

Mots-clés - COUETTE - biographie - viscosimètre - cellules, écoulements et corrections de Couette - rhéologie - adhérence.

BIBLIOGRAPHIE

I - Travaux de Maurice Couette

Les titres en gras correspondent aux références facilement consultables en bibliothèques, les autres références sont de diffusion plus restreinte.

1887 - C.R. Acad. Sc. tome 105 (2ème semestre) p. 1064-1067 **Oscillations tournantes d'un solide de révolution en contact avec un fluide visqueux** - extrait par l'auteur
Mémoire présenté par M. Poincaré (Hydrodynamique) retiré du secrétariat à la demande de l'auteur en 1888 (C.R. Acad. Sc. tome 107 p. 412)

1888 - C.R. Acad. Sc. tome 107 (lundi 6 août) p. 388-390 **Sur un nouvel appareil pour l'étude du frottement des fluides** Note présentée par M. Lippmann (Physique moléculaire)

1888 - Bulletin des Sciences Physiques vol. 4, pp. 40-62, 123-133, 262-278 et Notice extraite du Bulletin des Sciences Physiques, 1888, (texte augmenté des paragraphes 13 à 16) **La viscosité des liquides**

1889 - Présentation orale aux séances de la Société Française de Physique avec résumé dans le bulletin de la SFP

- 1er mars (Bulletin de la SFP p. 60-61) : présentation des deux expériences (cylindres et tubes) en vue de vérifier les équations de Navier, et des résultats sur l'eau

- 7 juin (Bulletin de la SFP p. 108-109) : nouvelles lois du mouvement des fluides déduites de Navier en accord avec les observations

1890 - Doctorat ès-sciences Physiques - 30 mai - Faculté des Sciences de Paris
1ère thèse - **Etudes sur le frottement des liquides** (manuscrit déposé le 18 octobre 1889)
Gauthier-Villars et fils, 1890, In-4°, 119 pages

1890 - Journal de Physique série 2, tome IX (sept.) p. 414-424 **Distinction de deux régimes dans le mouvement des fluides**

1890 - Journal de Physique série 2, tome IX (déc.) p. 560-562 **Corrections relatives aux extrémités des tubes dans la méthode de Poiseuille**

1890 - Annales de Chimie et de Physique série VI, tome 21 p. 433-510 **Etudes sur le frottement des liquides**

1891 - Congrès Scientifique International des Catholiques Avril 1891 - Proceedings section 7, p. 103-113 "Applications de la théorie des pressions de Cauchy aux phénomènes capillaires".

1891 - Revue des Facultés Catholiques d'Angers, 1ère année - n° 2 - Causerie pédagogique "Définitions et lois fondamentales de la chimie" p. 164-180

1892 - Journal de Physique série 3, tome I, p. 350-352 **Sur la constance de l'équivalent électrochimique**
- Revue des Facultés Catholiques de l'Ouest, 2ème année - n° 1 - "La théorie mécanique de la lumière" p. 77-96

1893 - La Science Catholique 7ème année, n° 12, III- Bulletin de Physique - p. 1097-1108 - Chronique et Etude des doctrines contemporaines

1894 - Bulletin des Facultés Catholiques de l'Ouest, 1ère année - n° 3, mai 1894, p.14 "Ce qu'on tire du charbon" (conférence)
- Revue des Facultés Catholiques de l'Ouest, 4ème année - n° 1 - Causerie pédagogique "Les sciences dans l'enseignement secondaire" p. 46-73

1894 - La Science Catholique 8ème année, VI-Bulletin de Physique, n° 2 p. 176-186, n°4 p.355-368, n°7 p. 573-576, n°8 p. 662-670 et n°9 p. 852-865

1894-1895 - La Science Catholique 9ème année, Bulletin de Physique, n° 1, p. 80-96, n°4 p. 358-372, n°6 p. 571-580, n° 9 p. 854-868 et n°11 p. 1049-1056

1895 - "Réflexion et réfraction du son", In-8°, 24 pages et Congrès Scientifique d'Angers, (1895), p. 266-287
- Revue des Facultés Catholiques de l'Ouest, 5ème année - n° 2, (déc 1895) p. 318-321 - Analyse du livre de l'abbé Cottureau "Notions de Chimie"

1896 - La Science Catholique 10ème année, n° 2 p. 179-202 "Pasteur et ses oeuvres"
- Revue des Facultés Catholiques de l'Ouest, 5ème année - n° 5, (juin 1896) p. 748-763 "La structure moléculaire des corps"
- Revue des Facultés Catholiques de l'Ouest, 5ème année - n° 6, (août 1896) p. 992 - Analyse du Cours Elémentaire de Physique d'E. Branly

1899 - La Science Catholique 13ème année, n° 11 - Bulletin des Sciences Physiques - p. 1039-1054
- Revue des Facultés Catholiques de l'Ouest, 8ème année - n° 5, (juin 1899) p. 819 - Leçons de physique pour le certificat d'Etudes physiques, chimiques et naturelles - cours autographié de M. Couette

1900 - Journal de Physique série 3, tome IX, p. 200-208 et 269-279 et Extrait du journal de Physique, In-8°, 19 pages **Sur la théorie osmotique des piles - I et II**

1900 - Journal de Physique série 3, tome IX, p. 652-654 **Expériences favorables à la théorie de M. W. NERNST**

1901 - Journal de Physique série 3, tome X, pp. 226-230 **Analyse de l'article "Pour la théorie des solutions" de G. JAUMANN** dans Drude's Annalen der Physik p. 578-617

1916 - Article dans "Comment enseigner", Protat imprimeurs (Mâcon)

II - Autres références

- 1 - **C.L.M.H. Navier** "Sur les lois du mouvement des fluides" Mémoires de l'Académie des Sciences, vol 6 (1823) p. 389-440.
- 2 - **J.L.M. Poiseuille** "Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres" Mémoires des Savants Etrangers, t. 9 p. 433-544 (1846).
- 3 - **J. Boussinesq** "Essai sur la théorie des eaux courantes" Mémoires des Savants Etrangers, t. 23 p. 1- 680 (1877).
- 4 - **G.G. Stokes** "On the theories of the internal friction of fluids in motion and of the equilibrium and motion of elastic solids" Transactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. VIII, 3 (1849) p. 287-319 - publié ensuite dans Mathematical and Physical Papers vol 1, Cambridge U.P., Cambridge (GB)(1880)
- 5 - **M. Margules** Wien Ber. (2ème ser.) **83**, 588 (1881)
- 6 - **O. Reynolds** "An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels" Proc. Roy. Soc. **35**, 84-99 (1883)
- 7 - **A. Mallock** "Determination of the viscosity of water" Proc. Roy. Soc. **45**,126- 132 (1888)
- 8 - **A. Mallock** "Experiments on fluid viscosity" Philos. Trans.R. Soc.**187**, 41-56 (1895)
- 9 - **Th. Schwedoff** "Recherches expérimentales sur la cohésion des liquides" Bulletin de la SFP (1889) -I- p. 122-123 (séance du 24 juin) et p. 134-152, II-p. 132-133 (séance du 5 juillet) et p. 186-199.
- 10 - **G.Î. Taylor** "Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders" Philos. Trans. R. Soc. London, Ser.A **223**, 289 (1923)
- 11 - **F. Charron** "Frottement et viscosité des corps plastiques" C.R.Acad. Sci. Paris, 231, 646-647 (1950)
- 12 - **K. Walters** **Rheometry**, Chapman and Hall (1975)
- 13 - **H. Giesekus** "Flows with constant velocity gradients and the movement of suspended particles in them. Part I. Three dimensional flows" Rheologica Acta **2**, 101-112 (1962)
- 14 - **F.T. Trouton** "On the coefficient of viscous traction and its relation to that of viscosity" Proc. Roy. Soc. A **77**, 426-440 (1906)
- 15 - **B.A. Toms** **Rheology**, vol II, chap 12, F. R. Eirich Ed., Academic Press (1958)
- 16 - **J. Ferguson** et **Z. Kemblowski** **Applied Fluid Rheology** chap 3, Fundamentals of Rheometry, Elsevier Applied Science (1991)
- 17 - **J. Kestin, M. Sokolov, W. Wakeham** "Theory of capillary viscometers" Appli. Sci. Res. **27**, 241-264 (1973)
- 18 - **S. Oka** **Rheology**, vol III, chap 2, F. R. Eirich Ed., Academic Press (1960)
- 19 - **E. Guyon, J.P. Hulin, L. Petit** "Un enseignement de mécanique des fluides par des physiciens" Bulletin de l'Union des Physiciens, 84° année, n°721, p. 185-203 (1990)
- 20 - **R.J. Donnelly** "Taylor-Couette flow : the early days" Physics Today - novembre 1991, p. 32-39 et "Evolution of instrumentation for Taylor-Couette flow" Actes du Colloque OTAN **Ordered and turbulent patterns in Taylor-Couette flow** mai 1991, Columbus (Ohio) - NATO ASI Series B : Physics Vol 297, p.1-27 - C.D. Andereck and F. Hayot Ed. - Plenum Press (1992)

Ces deux articles de revue contiennent un bref résumé des travaux de Couette sur l'appareil à cylindres. Les synthèses bibliographiques ainsi rédigées s'intéressant aux problèmes de

stabilité dans les écoulements, dont l'étude de Taylor aborde le cas newtonien, n'ont donné qu'un aspect restreint des travaux de Couette et n'ont pas explicité ses apports fondamentaux.

21 - R. Tagg "A guide to literature related to Taylor-Couette problem" Actes du Colloque OTAN **Ordered and turbulent patterns in Taylor-Couette flow** mai 1991, Columbus (Ohio) - NATO ASI Series B : Physics Vol 297, p.303-354 - C.D. Andereck and F. Hayot Ed. - Plenum Press (1992)

22 - Les rapports sur la thèse de doctorat d'état de Maurice Couette et le registre portant mention de la délivrance de cette thèse peuvent être consultés aux Archives Nationales à Paris (série AJ16, en provenance de l'Académie de Paris, n° 5535 et 5267), ainsi que le dossier de directeur d'enseignement privé de Maurice Couette (AJ16 n° 6189), où divers éléments de sa carrière parisienne sont retracés par lui-même ou de sources autorisées.

23 - Certaines précisions biographiques apportées dans l'article reposent sur la communication aux auteurs de documents authentiques détenus par la famille de Maurice Couette.

Le texte de l'allocution prononcée à l'occasion des noces d'or de Maurice Couette peut être obtenu sur demande auprès de la famille représentée par J.M. Couette☉. Il a été publié dans le Bulletin des Facultés Catholiques de l'Ouest, 43^e année, n° 3-4, (juil.-oct. 1936) p. 21-26.

24 - La carrière d'Eugène Ducretet a été retracée par son petit-fils Bernard dans la revue "Ondes Courtes-Informations" n° 18 (janvier-février 1971). Divers éléments peuvent être aussi consultés à la Bibliothèque d'Histoire des Sciences et des Techniques du Conservatoire National des Arts et Métiers (2 rue Conté, Paris 3^eme) qui est dépositaire de documents techniques du fonds Ducretet.

Remerciements

Les auteurs remercient pour leur contribution:

- M. le Chanoine Maurice Dubois, professeur honoraire de physique à l'U.C.O.
- M. Yves Couette, frère de Jean-Marie Couette☉ et comme lui petit-fils de Maurice Couette,
- M. Bernard Ducretet, petit-fils d'Eugène Ducretet
- M. Abderrazak Nabati de l'U.C.O. qui a réalisé une photographie de grande qualité de l'appareil de Couette.

COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE A CISAILLEMENT NUL DE SUSPENSIONS AQUEUSES DE SILICE COLLOIDALE

A. PONTON*, D. QUEMADA* et O. NEEL**

* Laboratoire de Biorhéologie et d'Hydrodynamique Physico-chimique (L.B.H.P.)

CNRS URA 343, Université Paris VII, 2 Place Jussieu - 75251 Paris Cedex 05

** Laboratoire de Physico-Chimie Macromoléculaire (L.P.C.M.), Université Pierre et Marie Curie

CNRS URA 278, Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles, 10 rue Vauquelin 75231 Paris Cedex 05

Résumé :

Nous proposons une modélisation de la viscosité limite à cisaillement nul de suspensions aqueuses de particules de silice à faible force ionique. La confrontation du modèle, basé sur l'approximation des sphères dures, aux mesures viscosimétriques en écoulement nous permet de rendre compte du comportement rhéologique de ces systèmes.

Abstract :

A Hard Sphere Model of zero shear viscosity is proposed for concentrated suspensions of silica particles at low ionic strength. The good agreement obtained between this model and experimental data enable us to describe the rheological behavior of these systems.

INTRODUCTION

Le champ d'application industrielle des dispersions de particules solides dans un milieu liquide est très vaste (industries pétrolière, papetière, agroalimentaire, cosmétique, biomédicale...) et leur mise en oeuvre se fait bien souvent par écoulement. Il est donc important de bien connaître leur comportement rhéologique.

La modélisation d'un tel comportement pour des suspensions concentrées de particules colloïdales en interaction, basée sur l'approximation des sphères dures, fait l'objet de ce travail. Nous avons plus particulièrement étudié la viscosité de cisaillement de dispersions aqueuses de particules lorsque l'on fait varier leur fraction volumique. En effet c'est aux fractions volumiques élevées que les interactions entre particules jouent un rôle dominant et vont donc influencer l'écoulement des dispersions.

I. ANALYSE THEORIQUE

En régime stationnaire isotherme, la viscosité non newtonienne des suspensions colloïdales concentrées présente, à très faible et très fort cisaillements, deux plateaux newtoniens, fonctions de la fraction volumique Φ des particules qui peuvent être décrits [1] à l'aide de la relation suivante :

$$\eta = \eta_f \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-s} \quad (1)$$

où η est la viscosité de la suspension, η_f la viscosité du fluide suspendant, Φ_m la fraction volumique d'empilement maximum et s un exposant critique.

Pour des particules chargées superficiellement en suspension dans un fluide contenant des ions, il se forme autour de chaque particule une double couche ionique liée à un potentiel de surface, Ψ_s .

Dans le cas où les répulsions électrostatiques sont dominantes, on peut utiliser un modèle de type sphères dures à condition de définir un rayon effectif de particules par :

$$a_{eff} = a + \delta \quad (2)$$

où δ est une longueur proportionnelle à l'épaisseur de la double couche ionique caractérisée par la longueur de Debye ou longueur d'écran des interactions électrostatiques.

Pour décrire la suspension, on introduit alors dans l'équation (1) une fraction volumique effective proportionnelle à la fraction volumique des particules:

$$\Phi_{eff} = \Phi \left(\frac{a_{eff}}{a}\right)^3 \quad (3)$$

Classiquement, selon la théorie de Poisson-Boltzmann, la longueur de Debye qui détermine la portée des forces électrostatiques, est inversement proportionnelle à la racine carrée de la force ionique \bar{I} . Cette longueur ne peut être utilisée que pour des systèmes dilués car lorsque $\bar{I} \rightarrow 0$ elle implique une divergence de la fraction volumique effective (Eq.3), sans signification physique. Cette expression ne prend en considération ni le rôle des contre ions, ni la présence des particules solides qui réduit le volume de fluide suspendant, effets qui deviennent de plus en plus importants lorsque Φ croît. Leur prise en compte conduit à une modification de la longueur de Debye [2]:

$$\lambda_{eff} = \kappa_{eff}^{-1} = \kappa_{00}^{-1} (\bar{I} + Q)^{-1/2} \quad (4)$$

$$\kappa_{00} = ze(2N_A / \varepsilon_0 \varepsilon_r k_B T)^{1/2}$$

avec : $\bar{I} = I / (1 - \Phi)$

$$Q = (3q / 2zeN_A a)(\Phi / 1 - \Phi)$$

où N_A est le nombre d'Avogadro, z la valence ionique, e la charge électronique, ε_0 la permittivité du vide, ε_r la permittivité relative du fluide suspendant, q la densité de charge, \bar{I} et \tilde{I} les forces ioniques mesurées respectivement par rapport au volume de la suspension et au volume du fluide suspendant.

Cette formulation permet de décrire l'interaction entre des sphères dans des suspensions concentrées, à partir de l'expression de l'interaction de paires (à dilution infinie), excepté pour la longueur de Debye (Eq.4) qui dépend de la fraction volumique et de la densité de charge des particules. Ainsi, en supposant que les doubles couches électrostatiques ne se recouvrent pas, le potentiel d'interaction peut s'écrire [2] :

$$\frac{V(r)}{k_B T} = \frac{\alpha \exp(-\kappa_{eff} r)}{\kappa_{eff} r} \quad (5)$$

où $\alpha = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon_r \Psi_s^2 a^2 \kappa_{eff} \exp(2a\kappa_{eff}) / k_B T$.

Lorsque l'on fait varier la fraction volumique, la théorie de Russel prédit une transition de phase entre une phase désordonnée et une phase ordonnée pour $V(a_{eff}) / k_B T \approx 1$ ce qui implique :

$$a_{eff} \approx \left(\frac{1}{2\kappa_{eff}} \right) \ln \left\{ \alpha / \ln(\alpha / \ln \alpha) \right\} \quad (6)$$

L'expression du potentiel précédent suppose que $\Psi_s \ll (k_B T / e \approx 25 \text{ mV})$. Dans le cas où cette hypothèse n'est plus valable et dans la limite des doubles couches minces, il faut utiliser [3] la relation suivante :

$$\frac{V(r)}{k_B T} = \alpha^* \exp(-\kappa_{eff} r) \quad (7)$$

où $\alpha^* = 32 \pi \epsilon_0 \epsilon_r \left(\frac{k_B T}{z^2 e^2} \right) a \tanh^2 \left(\frac{\Psi_s z e}{4 k_B T} \right) \exp(-\kappa_{eff} a)$

Dans ce cas, le modèle des sphères dures donne :

$$a_{eff} \approx \left(\frac{1}{2\kappa_{eff}} \right) \ln \left\{ \alpha^* \right\} \quad (8)$$

Jusqu'à présent nous avons seulement considéré la dépendance en fraction volumique de la viscosité. Toutefois, pour les systèmes colloïdaux, la viscosité varie aussi avec la vitesse de cisaillement. Afin de déterminer le plateau newtonien à faible cisaillement, nous avons utilisé un modèle de viscosité non newtonienne, dans lequel la dépendance en fonction de l'écoulement peut être explicitée, pour une fraction volumique donnée, de la façon suivante [4] :

$$\eta^{-1/2} = \eta_\infty^{-1/2} + \frac{\eta_0^{-1/2} - \eta_\infty^{-1/2}}{1 + \left(t_c \dot{\gamma} \right)^{1/2}} \quad (9)$$

où η_0 et η_∞ sont respectivement les viscosités à faible ($\dot{\gamma} \rightarrow 0$) et à fort ($\dot{\gamma} \rightarrow \infty$) cisaillement et t_c un temps caractéristique lié au temps de diffusion brownienne.

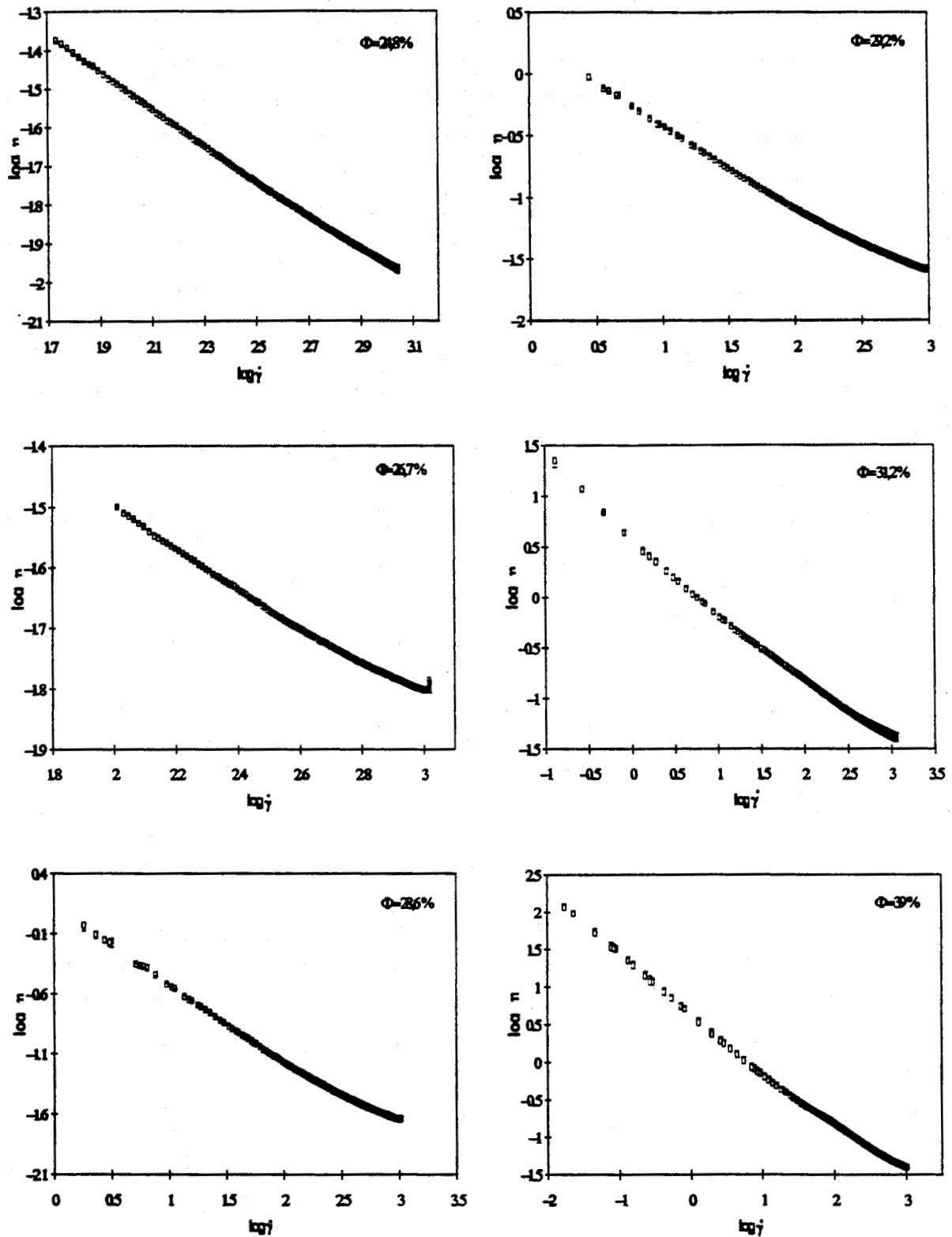


Figure 1: *Variations de la viscosité en fonction de la vitesse de cisaillement : comparaison des données expérimentales (\square) aux prédictions du modèle ($-$), Eq.9.*

Pour la viscosité limite η_0 , l'équation (1) s'écrit avec la fraction volumique effective définie par les équations (3), (6) et une fraction d'empilement maximum $\Phi_m = \Phi_0$:

$$\eta_0 = \eta_f \left(1 - \frac{\Phi_{eff}}{\Phi_0} \right)^{-s} \quad (10)$$

Dans l'équation (10), nous prendrons pour Φ_0 et S les valeurs observées expérimentalement ($\Phi_0 = 0,637$ et $S = 2$) par De Kruif et al. [5] et confirmées par Andrew et al. [6] pour des dispersions de silice stabilisées stériquement, qui constituent de très bonnes approximations du système des sphères dures.

II. ANALYSE EXPERIMENTALE

Nous avons utilisé le modèle présenté précédemment pour décrire le comportement rhéologique de suspensions colloïdales stabilisées électrostatiquement.

système étudié :

Le système étudié est une dispersion aqueuse à $pH = 8$ de particules monodispersées de silice PST1 fournie par la société Nissan Chemical Industries, lavée par ultrafiltration et concentrée par voie osmotique [7]. Les particules, de rayon 50 nm et de densité $2,26 \text{ g.cm}^{-3}$, sont chargées négativement. La densité de charge surfacique, déterminée par titrage potentiométrique, est de l'ordre de 25 mC.m^{-2} ($pH = 8$, $I = 4.10^{-4} \text{ M}\ell^{-1}$).

Les concentrations finales sont déterminées par mesure d'extrait sec ($T = 105^\circ \text{C}$)

mesures rhéologiques :

L'essentiel des mesures rhéologiques ont été effectuées au L.P.C.M sur un viscosimètre à contrainte imposée (rhéomètre Carri-Med CS 100). La géométrie utilisée est un ensemble cône-plan de diamètre 2 cm et d'angle 2 degrés. Elles ont été complétées au L.B.H.P sur un viscosimètre à vitesse imposée (rhéomètre Contraves LS 40). Les courbes expérimentales de viscosité sont obtenues, à température constante ($T = 20 \pm 1^\circ \text{C}$), en appliquant une variation linéaire de la contrainte de 0 à 30 Pa et de 30 à 0 Pa . La durée de chaque balayage est de 15 mn .

résultats et discussion :

L'interprétation des courbes expérimentales donnant les variations de la viscosité en fonction du cisaillement pour diverses fractions volumiques et une force ionique fixe ($I = 4.10^{-4} \text{ M}\ell^{-1}$) a été effectuée à l'aide du modèle présenté ci-dessus. Le résultat est illustré sur la figure 1.

Les rhéogrammes comportent un très grand nombre de points expérimentaux. L'ajustement de ces données par l'expression (9) qui ne fait intervenir que trois paramètres, permet alors une détermination satisfaisante de ces derniers, en particulier la grandeur qui nous intéresse dans cette étude, à savoir la viscosité limite η_0 . Sa variation en fonction de la fraction volumique Φ est représentée sur la figure 2.

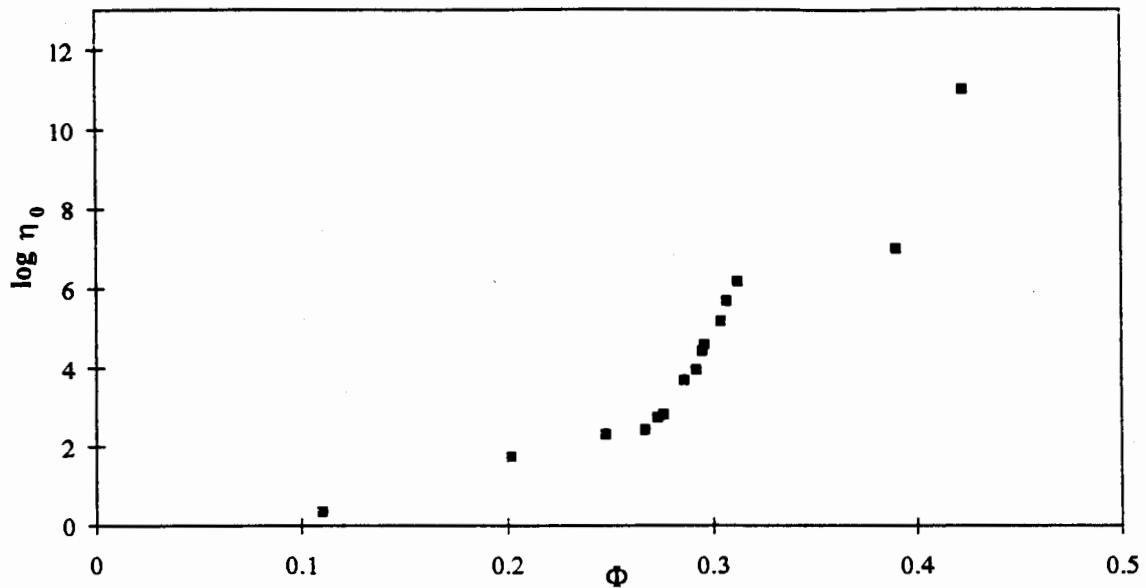


Figure 2: Evolution de la viscosité limite à faible cisaillement en fonction de la fraction volumique.

La brusque augmentation de η_0 observée dans le voisinage de $\Phi \approx 30\%$ suggère une divergence qui peut être liée à une transition entre un fluide désordonné et une phase solide plus ordonnée. Au delà de cette divergence, la rupture dans la continuité de la courbe laisse supposer la présence d'effets de glissement, soit au voisinage des limites solides de la cuve de mesure, soit le long d'une fracture au sein du matériau. Les points correspondants n'ont pas été pris en compte dans la suite de l'analyse.

La modélisation de cette transition désordre-ordre, fait intervenir deux paramètres physico-chimiques, à savoir la densité de charge surfacique q et le potentiel de surface Ψ_s . Nous avons fixé q à sa valeur mesurée ($q \approx 25 \text{ mC} \cdot \text{m}^{-2}$) et nous avons fait varier la valeur du potentiel.

Dans le cadre de l'approximation des sphères dures, nous utiliserons soit les équations 6 et 10 dans le cas des potentiels faibles, soit les équations 8 et 10 dans le cas contraire.

Dans le premier cas, que montre la figure 3, l'accord avec les données expérimentales semble satisfaisant pour $\Psi_s \approx -90 \text{ mV}$. Cette valeur, nettement supérieure à 25 mV , exige d'utiliser les équations 8 et 10. La figure 4 présente le réseau de courbes obtenues pour trois valeurs de potentiels comprises entre -90 et -110 mV . Remarquons que l'accord est moins satisfaisant pour les points à $\Phi < 25\%$ que pour les points compris dans l'intervalle ($25\% < \Phi < 31\%$) et ce, en raison de la précision des mesures de viscosité qui est d'autant plus faible que Φ est petit. La valeur optimale de Ψ_s semble être : $\Psi_s \approx -110 \text{ mV}$. Cette valeur est compatible avec celle du potentiel zeta ($\zeta = -50 \text{ mV}$) qui est mesuré dans la double couche ionisée à une certaine distance de la surface de la particule et constitue ainsi une limite inférieure pour le potentiel de surface.

Notons que la densité de charge surfacique q peut être évaluée avec cette valeur optimale de Ψ_s , à l'aide de l'approximation L.O.W, déjà utilisée par ailleurs dans une modélisation de η_0 prenant en compte les transitions de phase du système des sphères dures [3]:

$$q_{low} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r k_B T}{ze} \kappa_{eff} \left[2 \sinh\left(\frac{ze\Psi_s}{2k_B T}\right) + \frac{4}{\kappa_{eff} a} \tanh\left(\frac{ze\Psi_s}{4k_B T}\right) \right] \quad (11)$$

Pour $\Psi_s = -110 mV$ et dans le domaine des Φ étudiés, on obtient $18 mC.m^{-2} \leq q_{low} \leq 22 mC.m^{-2}$. Ces valeurs sont tout à fait comparables à la valeur mesurée ($q \approx 25 mC.m^{-2}$).

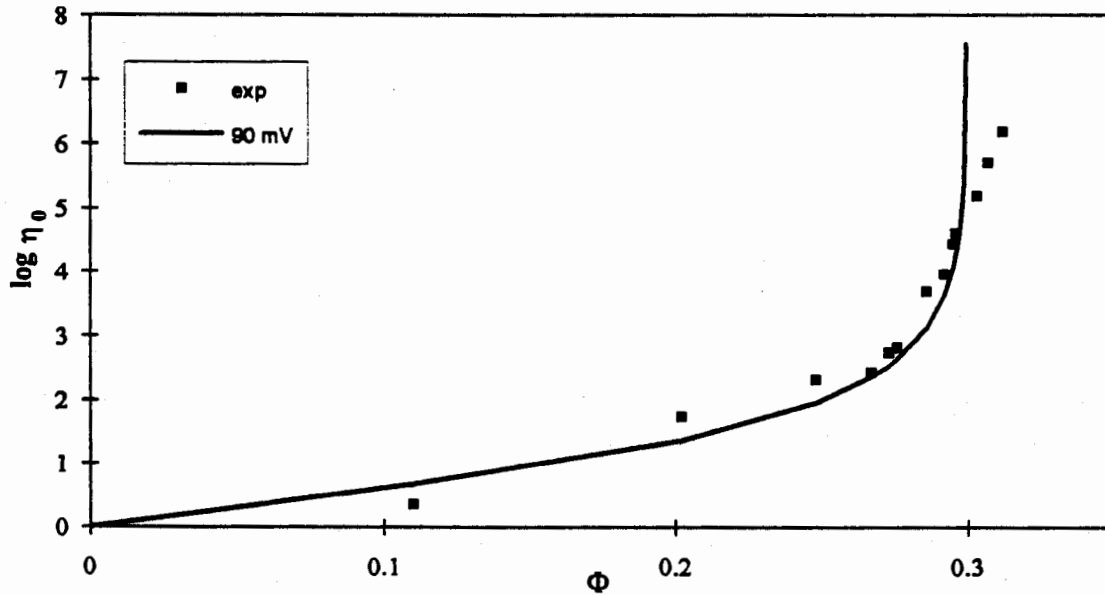


Figure 3 : Modélisation des variations de la viscosité limite à faible cisaillement en fonction de la fraction volumique (hypothèse des faibles potentiels).

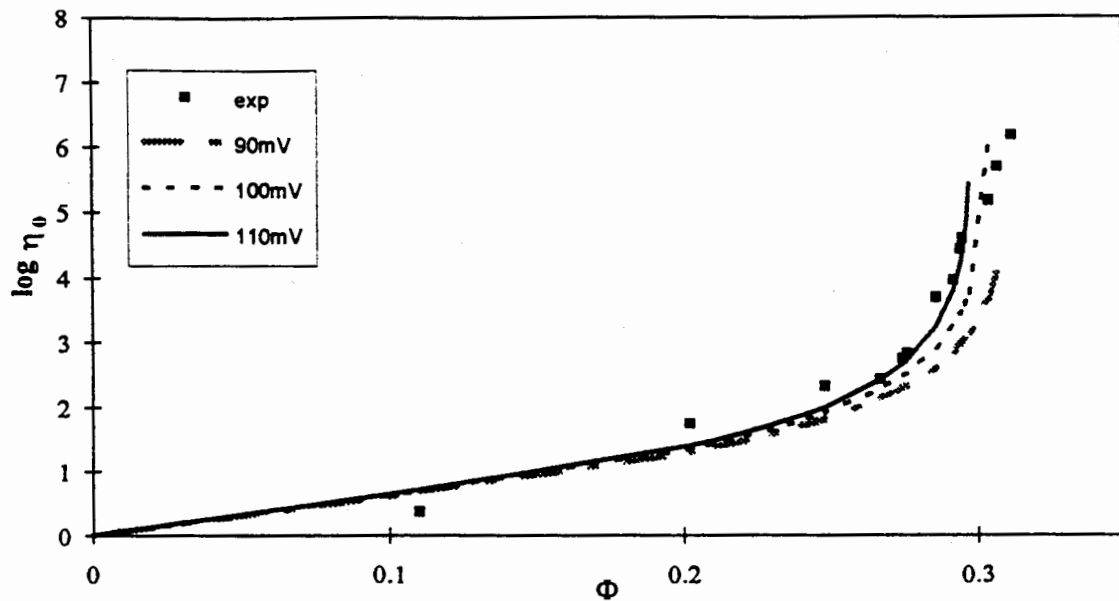


Figure 4 : *Modélisation des variations de la viscosité limite à faible cisaillement en fonction de la fraction volumique (hypothèse des forts potentiels).*

CONCLUSION

Malgré la complexité du comportement rhéologique des suspensions colloïdales concentrées, nous avons pu analyser les mesures viscosimétriques en écoulement de suspensions de billes de silice stabilisées électrostatiquement.

L'analyse de la viscosité stationnaire non newtonienne a été faite à l'aide d'un modèle phénoménologique qui prend en compte à la fois la dépendance en fraction volumique Φ des particules et la dépendance en vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$. A partir de l'ajustement de ce modèle sur les données expérimentales, nous avons déterminé la viscosité limite η_0 en fonction de Φ . Cette dépendance $\eta_0(\Phi)$ a pu être modélisée à l'aide de l'approximation des sphères dures dans laquelle le rayon réel des particules chargées est remplacé par un rayon effectif (rayon des sphères dures) incluant la présence des doubles couches ioniques. De plus, la modification par la théorie de Russel de l'épaisseur de ces doubles couches (longueur de Debye classique) permet de prendre en considération les effets de concentration.

Ce modèle permet de déterminer un potentiel de surface dont la confrontation avec le potentiel électrocinétique zeta paraît acceptable.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué dans le cadre du programme Ecotech, projet : "Suspensions Colloïdales Concentrées". Les auteurs tiennent à remercier le CNRS et les partenaires industriels (Rhône Poulenc, Institut Français du Pétrole, Lafarge Coppee, Pechiney et Total) pour leur soutien financier.

REFERENCES

- [1] I.G. Krieger et T.J. Dougherty, *Trans.Soc.Rheol.*, **3**,137 (1959)
- [2] W.B. Russel, D.A.Saville et W.R. Schowalter, *Colloidal Dispersions*, Cambridge University Press 1989
- [3] D.Quemada, *C.R. Acad. Sci. Paris*, **317**, Série II, 1531 (1993)
- [4] D.Quemada, *Rheol.Acta.*, **17**, 632 (1978)
- [5] J.C. Van der Werf et C.G. de Kruif, *J.Rheol.*, **33**, 421 (1989)
- [6] D. Andrew, R. Jones, B. Leary et D.V. Boger, *J.Colloid Interface Sci.*, **147**, 479 (1991)
- [7] V.A. Parsegian, N.L. Fuller et R.P. Rand, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **76**, 2750 (1979)

APPLICATION AU SANG D'UNE RELATION DE CASSON GÉNÉRALISÉE: COMPARAISON AVEC DIFFÉRENTS MODÈLES

A.HADJ-SADOK¹, S.BENHADID¹, X.WANG², M. LUCIUS², J.F. STOLTZ³

- 1 Laboratoire de Rhéologie - Institut de Physique - Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène - .B.P 32 El Alia ALGER, ALGERIE
- 2 URA CNRS 875 - Laboratoire d'Energetique et de Mécanique Théorique et Appliquée - 2, av. de la forêt de Haye - 54504 Vandoeuvre-lés-Nancy, FRANCE
- 3 Laboratoire Hémostase - Hématologie, Faculté de médecine - BP 184, Avenue de la Forêt de Haye, 54505 Vandoeuvre-lés-Nancy, FRANCE

RÉSUMÉ

Les auteurs proposent d'utiliser une relation de Casson généralisée à quatre paramètres pour caractériser le comportement rhéologique du sang humain ($\tau = \tau_0 + \eta_{\infty}\dot{\gamma} + K\dot{\gamma}^n$). A partir de mesures de la viscosité apparente du sang, les quatre paramètres de la relation ont été calculés. Les meilleurs coefficients de régression ont été obtenus avec la relation proposée comparativement aux autres modèles généralement utilisés (Casson, Loi en puissance, Sisko, Charm, Quemada).

ABSTRACT

It was proposed a generalized Casson relationship with four parameters to describe the human blood rheological behaviour ($\tau = \tau_0 + \eta_{\infty}\dot{\gamma} + K\dot{\gamma}^n$). Based on experimental results of blood apparent viscosity, the values of the four model parameters were calculated. We obtained better regression coefficients with this model than with the more commonly used models (Casson law, power law, models of Sisko, Charm and Quemada).

I INTRODUCTION

Les caractéristiques rhéologiques d'un fluide non newtonien sont généralement déterminées à partir d'expériences dans un écoulement simple (viscosimétrique). Pour le sang la modélisation s'est souvent heurtée à des difficultés liées aux propriétés particulières du fluide. En particulier :

- nature du fluide en tant que suspension concentrée de cellules ayant des caractéristiques complexes (viscoélasticité, agrégabilité, déformabilité, etc.);
- nature des écoulements essentiellement pulsés dans des conduites déformables;
- influence de facteurs physico-chimiques (phénomène d'échanges et de régulation physiologique).

Divers auteurs ont étudié les propriétés non-newtoniennes du sang par les techniques viscosimétriques et proposé des modèles approchant le comportement sanguin^[2-18].

Dans ce travail nous nous proposons, à partir de données expérimentales viscosimétriques, d'utiliser pour représenter le comportement rhéologique du sang une relation à quatre paramètres (relation de Casson généralisée)^[1]:

$$\tau = \tau_0 + \eta_{\infty} \dot{\gamma} + k \dot{\gamma}^n$$

avec τ_0 : représentant la contrainte seuil;

η_{∞} : désignant la viscosité à taux de cisaillement infini;

K : caractérisant la consistance de la structure;

n : paramètre adimensionnel compris entre 0 et 1 et pouvant être considéré comme un indice de structure.

Les paramètres de cette relation sont calculés en fonction de l'hématocrite à partir des valeurs expérimentales de sangs normaux par régression des moindres carrés. Comme il s'agit d'un système d'équations fortement non-linéaire, une méthode d'optimisation développée par VIGNE^[20] a été employée. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus pour différentes relations généralement utilisées pour le sang (relation de Casson^[3] : $\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + (\eta_c \dot{\gamma})^{1/2}$; relation en puissance : $\tau = k \dot{\gamma}^n$; modèle de Sisko : $\tau = \eta_{\infty} \dot{\gamma} + k \dot{\gamma}^n$; modèle de Charm : $\tau = \tau_0 + k \dot{\gamma}^n$, et relation proposée par Quemada^[15] : $\tau = \eta_{\infty} \left[\frac{(1 + \sqrt{r \dot{\gamma}})}{(\chi + \sqrt{r \dot{\gamma}})} \right]^2 \dot{\gamma}$. On peut noter que les quatre premières relations ne sont en fait que des cas particuliers du modèle à quatre paramètres proposé.

II MÉTHODE EXPÉRIMENTALE

Nous avons mesuré expérimentalement la viscosité apparente du sang et celle du plasma. Les échantillons sanguins sont prélevés par ponction veineuse chez des donneurs de sang au Centre Régional de Transfusion sanguine de Nancy. L'EDTA a été utilisé comme anticoagulant. L'hématocrite est contrôlé et ajusté à différentes valeurs par addition ou soustraction de plasma. Le plasma est obtenu par centrifugation (3000 tours/mn.).

Les expériences ont été réalisées sur un viscosimètre de Couette Low Shear 30 (Contraves, Zürich, Suisse) à température de 37°C pour des taux de cisaillement variables de 0,2 à 128 s⁻¹.

III ÉTUDE THÉORIQUE

A partir de valeurs expérimentales de la contrainte mesurée τ_i correspondant à différents taux de cisaillement $\dot{\gamma}_i$ ($i=1,2,\dots,N$, N étant le nombre de points expérimentaux), on détermine les paramètres caractéristiques des différents modèles rhéologiques à étudier.

Si l'on note F_i les valeurs de contraintes théoriques données par le modèle de loi de comportement considéré, on définit la différence normée des valeurs théoriques et expérimentales par la fonction suivante:

$$H_i(\text{paramètres}) = \frac{\tau_i - F_i(\text{paramètres})}{\tau_i} \quad (1)$$

Soit P le nombre de paramètres du modèle et $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ le vecteur composé par les paramètres, \mathbf{x} correspond alors à un point dans l'espace vectoriel \mathbb{R}^p . La détermination des paramètres du modèle par la méthode des moindres carrés consiste à minimiser la fonction:

$$\psi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N H_i^2(\mathbf{x}) \quad (2)$$

VIGNE^[20] a développé une méthode d'optimisation de système non-linéaire. Supposons que \mathbf{x} représente une approximation de la solution optimale \mathbf{x}^* et que $\mathbf{x}^* = \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}$, le

développement en série de Taylor des fonctions $H_i(\mathbf{x})$ limité à l'ordre 1 au tour du vecteur \mathbf{x} est de la forme :

$$H_i(\mathbf{x}^*) = H_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p \Delta x_j \frac{\partial H_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \quad (3)$$

d'où la fonction à minimiser

$$\psi(\mathbf{x}^*) = \sum_{i=1}^N \left(H_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p \Delta x_j \frac{\partial H_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right)^2 \quad (4)$$

\mathbf{x} étant fixé, la quantité précédente dépend du vecteur $\Delta \mathbf{x}$ et à l'extremum on aura:

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{x}^*)}{\partial \Delta x_k} = 0 \quad k=1, 2, \dots, P \quad (5)$$

Soit :

$$\sum_{i=1}^N \left(H_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p \Delta x_j \frac{\partial H_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right) \frac{\partial H_i(\mathbf{x})}{\partial x_k} = 0 \quad k=1, 2, \dots, P \quad (6)$$

On obtient alors $\Delta \mathbf{x} = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_p)$ le vecteur correcteur en résolvant ce système linéaire. Le nouveau vecteur $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}$ est réintroduit dans l'algorithme pour déterminer un autre vecteur correctif $\Delta \mathbf{x}'$. Ainsi un algorithme basé sur ce principe est établi et sa convergence a été bien précisée par VIGNE^[20].

IV DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES MODÈLES

Étant données les valeurs expérimentales moyennes de la viscosité apparente du sang obtenues à 37 C° et à divers hématocrites (Tableau 1), nous avons calculé les paramètres du modèle proposé, ainsi que des quatre autres relations les plus couramment utilisées.

Tableau 1 Valeurs expérimentales moyennes de la viscosité apparente du sang à 37°C (mPa.s)*.

Hte (%)	20	25	28	30	32	35	40	45	50	55
$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹): 128	2,4	2,7	2,9	3,3	3,5	3,5	4,1	4,6	5,2	6,3
51	2,4	2,8	3,2	3,5	3,9	4,0	4,8	5,5	6,3	7,5
20	2,5	3,0	3,4	3,7	4,3	4,5	5,6	6,8	8,1	9,8
8,1	2,6	3,2	3,7	4,3	4,8	5,4	7,0	9,0	11,0	13,4
3,2	3,0	3,9	4,4	5,0	5,8	6,6	8,9	12,4	15,8	19,9
0,9	3,4	4,5	5,9	7,0	8,8	10,6	14,3	20,1	26,2	34,8
0,5	3,9	5,2	6,8	7,9	10,4	11,5	18,8	26,4	33,9	43,8
0,2	4,1	6,0	8,9	10,9	13,5	15,7	23,9	38,1	51,0	64,0

*d'après WANG et Coll.^[22].

Le tableau 2 et la figure 1 donnent les valeurs obtenues pour la relation de Casson généralisée. Une très bonne régression polynomiale du troisième ordre de la contrainte seuil avec l'hématocrite coïncide avec les résultats de Merrill^[13], obtenus par extrapolation des contraintes expérimentales.

Tableau 2 Paramètres de la relation de Casson généralisée.

Hte %	20	25	28	30	32	35	40	45	50	55
τ_0 (mPa)	0,028	0,035	0,039	0,064	0,129	0,600	0,637	1,544	3,222	4,150
η (mPa.s)	2,054	2,208	2,576	2,891	2,988	2,901	2,817	3,391	3,563	3,483
K	1,306	2,278	3,066	3,674	5,016	5,771	10,65	13,73	16,87	22,73
n	0,674	0,662	0,558	0,533	0,543	0,578	0,560	0,533	0,556	0,572

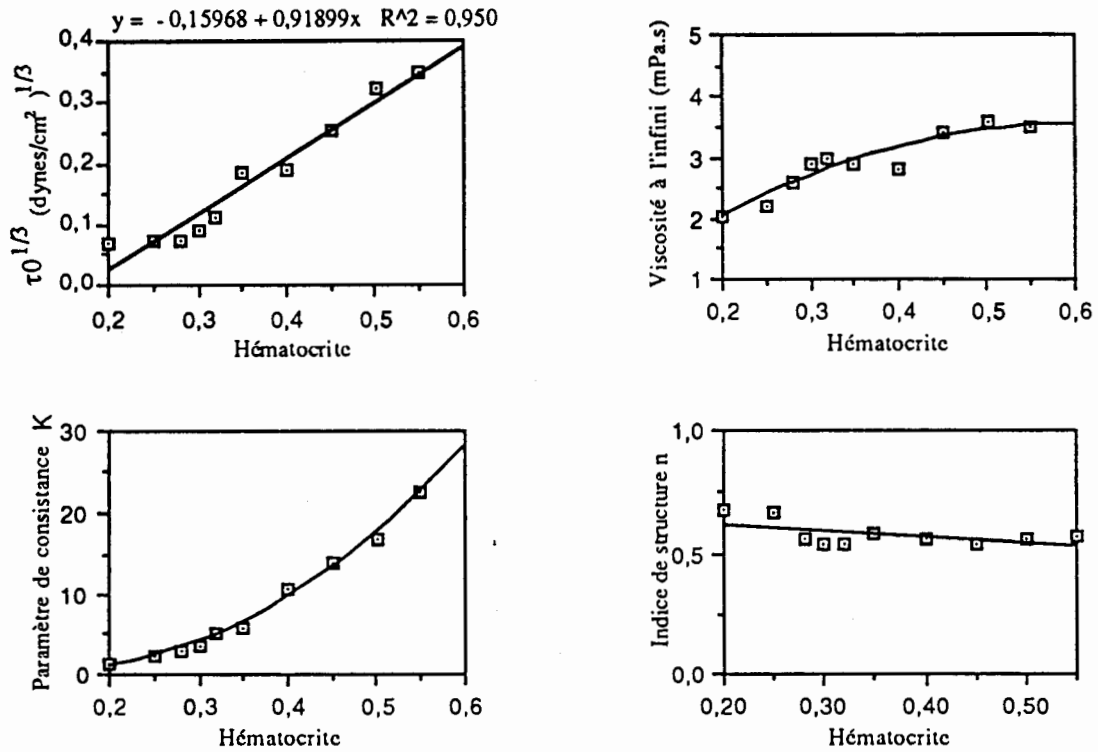


Figure 1 Variation des paramètres de la relation de Casson généralisée en fonction de l'hématocrite pour un sang normal.

La précision est donnée par le calcul de la dispersion **D** des valeurs de contraintes de cisaillement calculées et des valeurs expérimentales qui est définie par la relation suivante:

$$D = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^N H_i^2 (H^*) \right\}^{1/2} \times 100 \quad (7)$$

Les modèles pour lesquels la dispersion est faible sont celui de Sisko avec $0,34\% < D < 1,59\%$ pour différentes valeurs d'hématocrite et celui de Casson généralisé avec $0,58\% < D < 1,9\%$ (Tableau 3). Il faut cependant souligner que la relation de Sisko n'est à retenir que pour les fluides sans contrainte seuil.

Tableau 3 Valeurs de dispersion de régression.

Hématocrite :	0,20	0,25	0,28	0,30	0,32	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55
Relation de Casson généralisée :	1,14	0,58	0,58	0,63	1,13	1,7	1,2	1,39	1,88	1,9
Loi de Casson :	1,77	2,03	1,60	1,54	2,36	3,32	3,76	3,96	4,38	4,84
Loi en puissance :	1,89	3,57	3,71	4,63	4,22	4,10	4,14	3,97	3,87	4,14
Modèle de Sisko :	1,13	0,87	0,59	0,69	1,07	1,59	1,23	0,34	0,29	0,99
Modèle de Charm :	1,56	1,44	1,46	2,10	3,40	4,22	5,91	4,60	4,45	4,47
Modèle de Quemada :	4,47	2,48	2,63	2,98	2,86	2,85	3,11	3,45	3,86	4,23

Étant donnée la faible dispersion de régression, on remarque une bonne concordance entre la viscosité théorique donnée par la relation de Casson généralisée et les valeurs de viscosités apparentes expérimentales pour différents hémocrites (Figure 2).

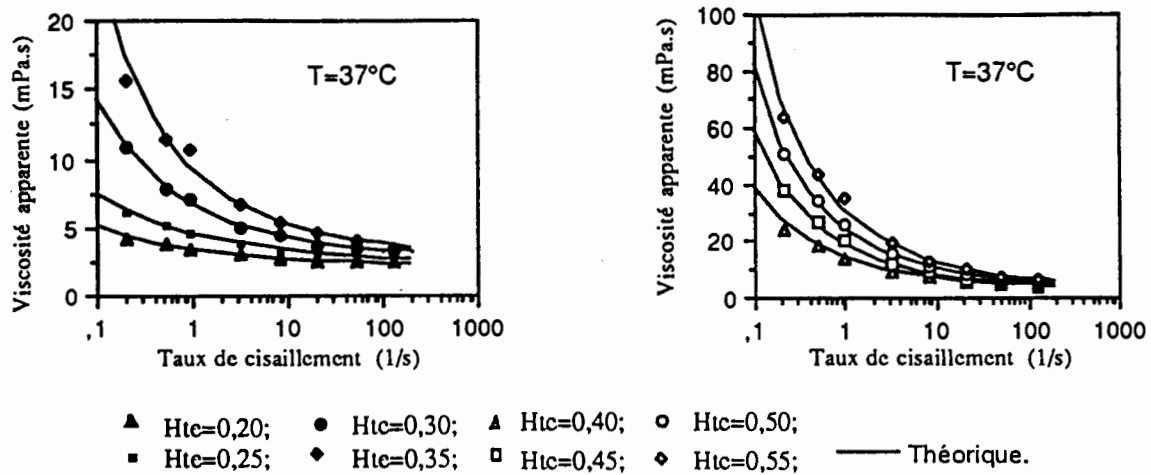


Figure 2 Comparaison de la viscosité apparente calculée à partir de la relation de Casson généralisée avec les valeurs expérimentales.

En ce qui concerne les autres modèles, les variations des paramètres en fonction de l'hématocrite sont présentés sur les figures 3 à 7.

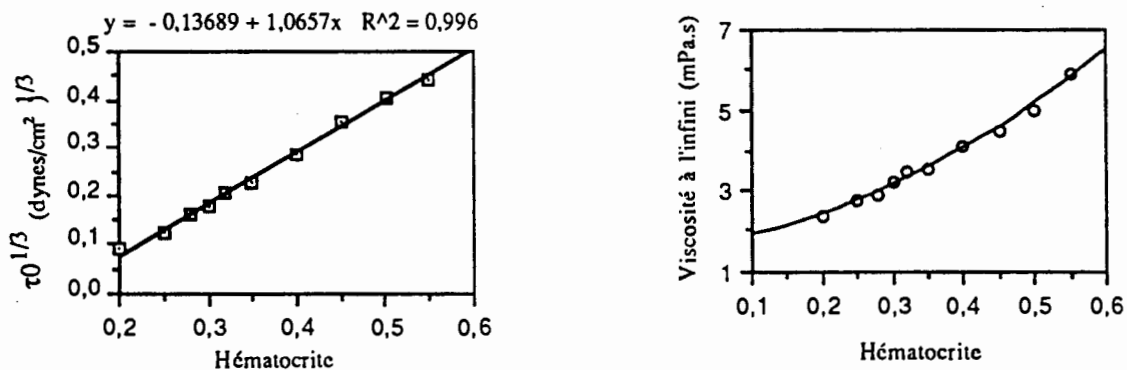


Fig. 3 Loi de Casson : $\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + (\eta_c \dot{\gamma})^{1/2}$

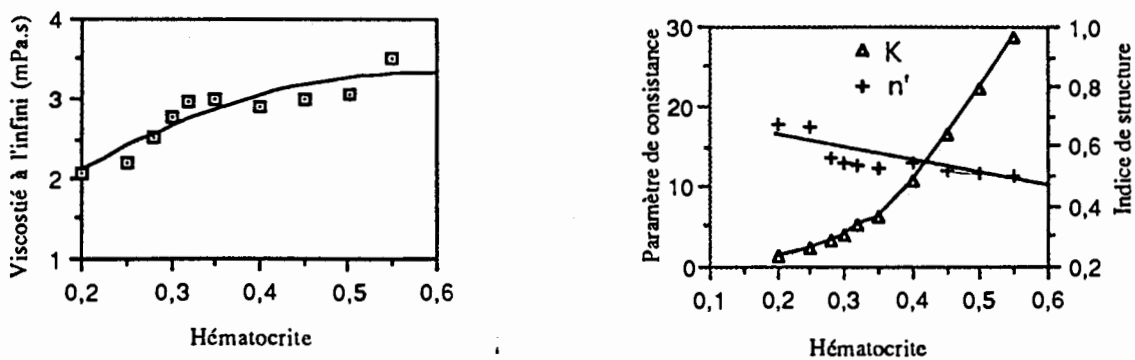


Fig. 4 Modèle de Sisko : $\tau = \eta_\infty \dot{\gamma} + k \dot{\gamma}^n$

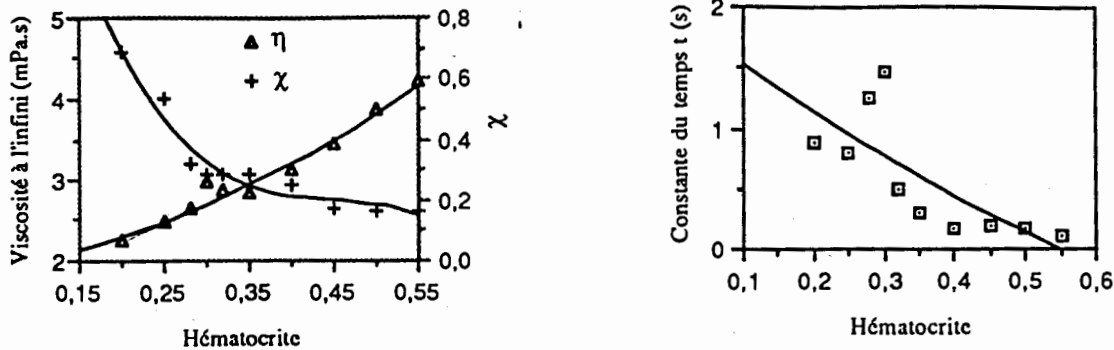


Fig. 5 Relation proposée par Quemada : $\tau = \eta \left[\frac{1 + \sqrt{t\dot{\gamma}}}{\chi + \sqrt{t\dot{\gamma}}} \right]^2 \dot{\gamma}$

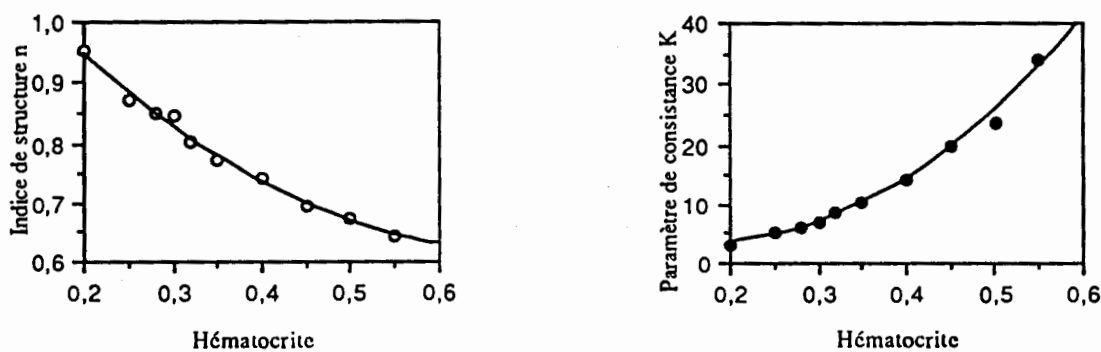


Fig. 6 Loi en puissance : $\tau = k\dot{\gamma}^n$

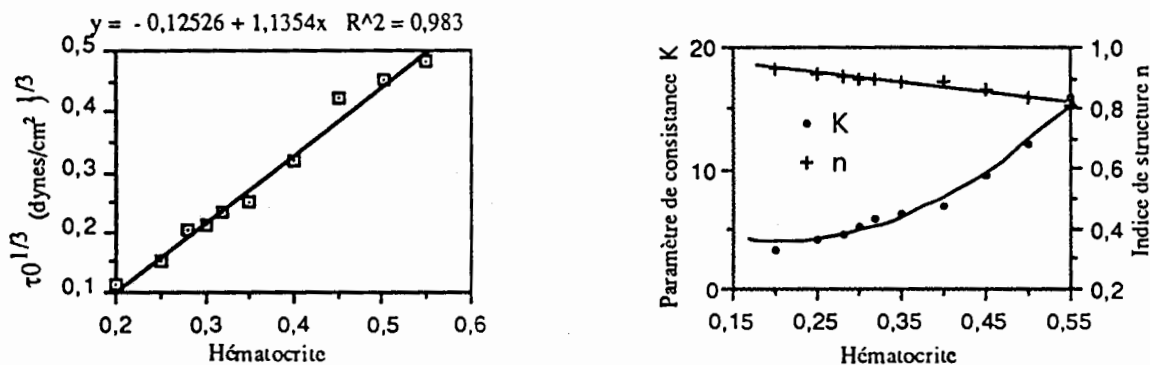


Fig. 7 Modèle de Charm : $\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n$

Si nous considérons les rhéogrammes obtenus avec les différents modèles étudiés, On constate que pour des taux de cisaillement faibles ($0 - 0,35 \text{ s}^{-1}$), la relation de Casson généralisée représente la limite supérieure des lois sans contrainte seuil et la limite inférieure de la loi de Casson et de Charm (modèles avec contrainte seuil).

Pour les taux de cisaillement moyens et élevés les modèles de Casson généralisé, de Sisko et de Quemada sont pratiquement confondus.

IV DISCUSSION - CONCLUSIONS

Dans ce travail, il est proposé une nouvelle relation à quatre paramètres (relation de Casson généralisée) pour approcher le comportement rhéologique du sang. A partir des

mesures de la viscosité apparente du sang à différents taux de cisaillement, il a été calculé les valeurs des quatre paramètres de cette relation en employant une méthode d'optimisation des systèmes non-linéaires. Nous avons constaté une très bonne cohérence entre le rhéogramme expérimental et celui recalculé avec la relation ci-dessus. Nous avons obtenu des meilleurs coefficients de régression avec la relation proposée qu'avec les autres modèles souvent utilisés (Casson, Loi en puissance, Sisko, Charm, etc.). La variation des paramètres optimisés en fonction de l'hématocrite a été également étudiée. Nous avons observé que le seuil de contrainte τ_0 incluse dans notre relation était plus petit que ceux des autres lois à contrainte seuil et qu'une très bonne régression polynomiale du troisième ordre de ce seuil avec l'hématocrite coïncide avec les résultats de Merrill, obtenus par extrapolation des contraintes expérimentales. Il est souhaitable d'étendre cette étude à des échantillons sanguins pathologiques afin d'évaluer la possibilité de les caractériser par les paramètres du modèle.

Mots-clés : Sang, Viscosité, Propriété non-newtonienne, Loi de comportement, Optimisation.

REFERENCES

- (1) Benhadid S., 1987. *Rhéologie des écoulements sanguins: modélisation, approches numérique et expérimentale*. Thèse de Docteur d'état ès-science, INPL, Nancy.
- (2) Benis A.M., 1967. Rotational viscometry by torque relaxation at low shear-rates with application to biological systems. *Biorheology*, 4, 33-41.
- (3) Casson N., 1959. A flow equation for pigment-oil suspensions of the printing-ink type. *Rheology of disperse System*. ed. Mill, C.C., 84-104, Pergamon Press, (Oxford-New York).
- (4) Charm S.E., Kurland G.S., 1967. Static method for determining blood yield stress. *Nature*, 216, 1121-1123
- (5) Chien S., King R.G., Skalak R., Usami S., Copley A.L., 1975. Viscoelastic properties of human blood and red cell suspensions. *Biorheology*, 12, 341-346.
- (6) Chien S., Usami S., Skalak R., 1984. Blood flow in small tube. dans: *Handbook of Physiology, Circulation*. Section on Microcirculation, edited by EM Renkin and C Michel. Bethesda, MD: Am physiol Soc, p217.
- (7) Copley A.L., Huang C.R., King R.G., 1973. Rheogoniometric studies of whole human blood at shear rates from 1000 to 0.0009 sec⁻¹ part I: Experimental findings. *Biorheology*, 10, 17-22.
- (8) Copley A.L., King R.G., 1975. On the viscoelasticity of anticoagulated whole human blood in steady shear as tested by rheogoniometric measurements of normal forces. *Biorheology*, 12, 5-10.
- (9) Dintenfass L., 1975. Elevation of blood viscosity, aggregation of red cells, haematocrit values and fibrinogen levels in cigarette smokers. *Med. J. Aust.*, 1, 617-624.
- (10) Fung Y.C., 1979. Inversion of a class of nonlinear stress-strain relationships of biological soft tissues. *Journal of biomechanical Engineering*, 101, 23-27.
- (11) Larcen A., Stoltz J.F., Stoltz M., Genetet B., 1967. Etude de la relation contrainte de cisaillement-vitesse de déformation du sang à l'aide d'un viscosimètre cône-plan. *Agressologie*, 8, 471-478.
- (12) Lucius M., Lebouché M., Ravey J.C., Stoltz J.F., 1983. Les techniques de viscosimétrie. *Techniques avancées en hémorhéologie*. D.P.I.C. et I.N.P.L. Nancy 405-434.
- (13) Merrill E.W., Benis A.M., Gilliland E.R., Sherwood T.K., Salzman E.W., 1965. Pressure-flow relations of human blood in hollow fibres at low flow rates. *J. Appl. Physiology*, 20, 954-967.
- (14) Merrill E.W., Gilliland E.R., Cokelet G., Shin H., Britten A., Wells R.E., 1963. Rheology of human blood near and at zero flow. Effect of temperature and hematocrit level. *Biophys. J.*, 3, 199-213.
- (15) Quemada D., Droz R., 1983. Blood viscoelasticity and thixotropy from stress formation and relaxation measurements: a unified model. *Biorheology*. 20, 635-654.

- (16) Stoltz J.F., Larcen A., 1970. Etude de quelques propriétés rhéologiques du sang à l'aide d'un viscosimètre capillaire. *Agressologie*, 11, 119-125.
- (17) Stoltz J.F., Streiff F., Larcen A., 1970. Etude des courbes d'écoulement pour un fluide obéissant à l'équation de Casson. Application au sang. *J. Mécan.*, 9, 155-164.
- (18) Stoltz J.F.; Gaillard S.; Niclaude M.; Larcen A., 1975. Mesure de la viscosité sanguine à l'aide d'un viscosimètre rotatif à cylindres coaxiaux. *Ann. Biol.Clin.*, 33, 153-161.
- (19) Stoltz J.F., Lucius M., 1981. Viscoelasticity and thixotropy of human blood *Biorheology*, 18, 452-473.
- (20) Vigne J., 1980. *Algorithmes numériques Analyse et mise en oeuvre. Tome 2 Equations et systèmes non linéaires*. 302p, Edition TECHNIP (Paris).
- (21) Wang X., Maurice G., Kouitat R., Lucius M., Soltz J.F., 1991. Evaluation d'un modèle théorique a deux paramètres applicable aux propriétés rhéologiques du sang. dans: *Hémorhéologie et agrégation érythrocytaire*, vol. 3, E.M. Inter., 85-93.
- (22) Wang X., Maurice G., Lucius M., Stoltz J.F., 1989. Etude comparative de modèle rhéologiques applicables au sang: Influence des paramètres et approximation du taux de cisaillement dans un viscosimètre. *ITBM*, 10, 367-382.