

Les Cahiers de Rhéologie

Volume IX, Numéro 1

mars 1991

Edités par :

Le Groupe Français de Rhéologie

Les Cahiers de Rhéologie

COMITE DE REDACTION

Rédacteur :
R. GAUDU

COMITE DE LECTURE

G. Antonini
D. Bourgoïn
P. Habib
C. Huet
T.E.R. Jones
I. Krieger
J-L. Lataillade
B. Launay
M. Lebouche
J. Lemaitre
D. Lhuillier
M. Lucius
P. Papon
J-M. Pierrard
D. Quemada
K. Walters
J-D. Weber
C. Wolff
S. Zahorski
J. Zarka

GRUPE FRANCAIS DE RHEOLOGIE

Président : D. BOURGOIN

Trésorier : D. GEIGER

Secrétaire : R. GAUDU

ENSCP
351 cours de la Libération
33405 TALENCE CEDEX
Tél. 56 84 66 88
Fax. 56 84 66 68

SOUSCRIPTION AUX CAHIERS ET ABONNEMENTS

Les Cahiers paraissent deux à trois fois par an.

Les membres du G.F.R. les reçoivent gratuitement. Les non membres peuvent obtenir les numéros des Cahiers en s'adressant au Secrétariat du Groupe moyennant une participation au frais.

CONSIGNES AUX AUTEURS

1. Généralités

En vue de publication dans *les Cahiers de Rhéologie*, le Comité de rédaction souhaite recevoir des articles dans tous les domaines de la rhéologie théorique et expérimentale des solides et des fluides. Des résultats de recherche dans ces domaines ou dans des domaines voisins mais faisant appel à la rhéologie seront pris en considération de même que les contributions d'auteurs portant sur l'"état de l'art" dans l'un ou l'autre des domaines de la rhéologie.

La langue officielle du Journal *Les cahiers de rhéologie* est le français mais des articles en anglais pourront être acceptés de la part d'auteurs non francophones. Les auteurs soumettant des articles doivent s'assurer qu'ils n'ont pas été publiés par ailleurs ou soumis à un autre journal. Les articles sont soumis à l'approbation d'un Comité de Lecture. Il peut être demandé à un auteur de réviser son article en fonction des remarques des rapporteurs. La décision finale de publication appartient au Comité de Rédaction.

2 - Soumission des articles

Les articles étant reproduits directement à partir de l'original envoyé par les auteurs, il est nécessaire que le plus grand soin soit apporté à la présentation de ces articles et que les auteurs respectent scrupuleusement les instructions ci-dessous.

Le manuscrit original et copies de chaque article doivent être envoyés à l'adresse suivante :

Prof. R. Gaudu
ENSCP
351 cours de la Libération
33405 TALENCE Cedex

La frappe doit être faite, si possible en caractère ELITE 12, avec un double interligne. Une machine équipée d'un ruban carbone est recommandée. Les textes réalisés en traitement de texte sont acceptés sous réserve que la frappe soit effectuée avec une imprimante de très bonne qualité qualité courrier, imprimante laser. Une marge de 25 mm doit être laissée autour de la feuille.

Le manuscrit doit comprendre :

- Le titre en majuscules centré en haut de page à 35 mm du bord supérieur de la feuille,
- Deux lignes en dessous, centré, le nom du ou des auteurs, suivi, à la ligne suivante de leur appartenance,
- Cinq lignes en dessous, un résumé en français suivi d'un résumé en anglais, chacun de 5 lignes au maximum. L'ordre sera inversé pour un article anglais.
- L'introduction de l'article suivie du texte,
- Les conclusions,
- Si nécessaire, la liste des notations et symboles,
- Une liste de références bibliographiques complètes.

Une liste de 5 **Mots Clé** devra figurer sur la dernière page, après l'article et avant les figures si celles-ci ne sont pas incluses dans le texte. La longueur normale du texte ne devrait pas dépasser 15 pages du format A4, y compris les résumés, les formules, les illustrations et la bibliographie. Certains articles plus longs pourront être acceptés si le sujet le justifie et sous réserve de l'accord préalable du Comité de Rédaction. Des articles plus courts, éventuellement sous forme de "notes" seront également les bienvenus. Les figures doivent être fixées de préférence en place dans le texte ou éventuellement en fin d'article. Les photos doivent être évitées dans la mesure du possible.

Les Cahiers de Rhéologie

SOMMAIRE du volume IX n°1
Mars 1991

ARTICLES

- 1- Histoire de la Mécanique des sols
par P. HABIB p.1

- 2- Fluage transitoire de la glace polycristalline en compression
par J. MEYSSONNIER, A. GOUBERT, P. DUVAL,
R. LESTRINGANT p.15

- 3- Modélisation de la déformation des géotextiles dans différentes
situations de contraintes
par JI QUIAN LONG, C. WOLFF p.25

- 4- Modèle de comportement cyclique thermoviscoplastique pour les
géomatériaux
par H. MODARESSI, L. LALOU, D. AUBRY p.37

- 5- Etude théorique et expérimentale du comportement anisotrope du
bois séché
par A. OUDJEHANE, J. RACLIN p.48

HISTOIRE DE LA MECANIQUE DES SOLS

AUTEUR:

P. HABIB

ADRESSES:

L. M. S. ECOLE POLYTECHNIQUE

Résumé

Pour décrire l'histoire de la Mécanique des Sols il faut suivre le fil de la réflexion des constructeurs et des savants qui ont mis en pratique ou qui ont énoncé les principes du calcul des structures liées au sol ou dont le sol est le constituant principal. Le génie civil offre en effet de nombreux problèmes de mécanique : fondations superficielles, pieux, murs de soutènement, équilibre des talus, travaux souterrains, etc... Les comportements mécaniques des différents sols-graviers, sables, limons, argiles-sont suffisamment complexes pour que des modèles rhéologiques soient nécessaires pour décrire des phénomènes aussi divers que la rupture et le tassement ou que la pression interstitielle, la dilatance, la liquéfaction, la viscosité, l'écroutissage, le radoucissement, la localisation.

Mots clés : Mécanique - Sols - Ouvrages - Elasticité - Plasticité - Rupture - Viscosité - Pression interstitielle.

Il est extrêmement périlleux de s'avancer sur le terrain connu et fortement balisé de l'histoire de la Mécanique des Sols car de nombreux auteurs en ont parlé avant moi. Mais aussi parce que je ne suis pas très convaincu de l'intérêt de l'histoire des sciences pour l'enseignement de la science. Par exemple, en Mécanique des Solides, le point de vue didactique consiste à parler d'abord des toutes petites déformations, en général en élasticité linéaire, puis des déformations plus grandes en élasticité non linéaire, puis des grandes déformations de la plasticité, enfin de la rupture. Dans le déroulement pragmatique, c'est exactement l'inverse : on commence par casser les matériaux pour connaître leur résistance, on charge des éprouvettes jusqu'à rupture pour savoir quel est le meilleur béton ou le meilleur acier. Puis lorsqu'on devient plus exigeant et lorsqu'on dispose de matériels plus sophistiqués et plus coûteux, on mesure les déformations, puis les toutes petites déformations et on détermine enfin les paramètres de l'élasticité. C'est d'ailleurs aussi l'ordre historique avec le critère de Coulomb au XVIIIème siècle pour la rupture, qui précède les travaux de Boussinesq au XIXème siècle pour les déplacements engendrés par les charges en surface, c'est-à-dire le tassement élastique. Je vous propose donc un exposé historique sur la Mécanique et sur la Mécanique des Sols et, chemin faisant, je me permettrai quelques digressions.

Il est très difficile de situer le début de la Mécanique des Sols. Dès que l'homme a construit quelque chose, il lui a fallu des points d'appui sur la terre et des points d'appui sûrs. Doit-on penser d'abord à la théorie ou, dans une science très appliquée, d'abord à la pratique ? Aux équations de l'équilibre ou aux pieux des premières habitations lacustres (probablement 5000 ans avant J.C en Suisse, en Italie et en Irlande) ? Au critère de rupture ou bien aux masses de terres et de pierres des premières pyramides ou aux fondations des premiers grands monuments de l'antiquité ? Il est difficile de croire que les constructeurs de cette époque aient pu faire de la "mécanique des sols sans le savoir" et sans qu'il y ait eu une réflexion sur l'art de bâtir sur le sol. D'autant qu'entre "bâtir sur du sable" et "le colosse aux pieds d'argile", le sol n'a jamais eu une très bonne réputation .

On reste tout de même étonné et admiratif du talent et de l'audace des constructeurs anciens. L'église Sainte Sophie à Byzance, par exemple, a été construite en cinq ans sous le règne de l'empereur Justinien de 532 à 537. La basilique a 56m de haut et la partie principale est une coupole de 31m de diamètre reposant sur quatre piliers contrebutés et non sur un mur circulaire comme la coupole du Panthéon de Rome. Il y a eu quelques désordres en fondation, mais après tout le Panthéon de Paris en a bien eu quelques-uns lui aussi. La mosquée Suleymaniyé, construite elle aussi à Constantinople, près de 1000 ans plus tard, sous le règne de Soliman le Magnifique, de 1550 à 1556, est à peine plus petite, mais moins massive et ses fondations se sont très bien comportées ; c'est aussi une merveille d'architecture, et il est impensable que les fondations de ces ouvrages n'aient pas fait l'objet de réflexions approfondies. Mais tout ne s'est pas toujours aussi bien passé au point de vue des fondations. Le chantier de la cathédrale de Beauvais a commencé en 1247 et en 1284 une partie des voûtes s'écroula. Au début du XVIème siècle, nouvelle construction et on éleva un transept puis un clocher de pierre surmonté d'une flèche culminant à 153m soit la moitié de la hauteur de la Tour Eiffel. Nouvel écroulement. Il reste aujourd'hui un chœur et un transept avec des voûtes à 48m au-dessus du niveau du sol. Il semble que ces effondrements doivent être reliés à un flambage des piliers reposant sur une articulation (à cause des tassements du sol) et non sur un encastrement, ce qui réduit de moitié la hauteur critique.

On attribue cependant souvent, classiquement, les débuts de la Mécanique des Sols à Vauban (1633-1707) pour les principes de calcul de la construction des murs de soutènement des ouvrages militaires et des fortifications dans son " Traité de la défense des places" (1687), et à Coulomb, déjà cité, pour la formulation du critère de rupture (1773). Pour changer, je prendrai Galilée (1564-1642) comme point de repère, non pas pour ses précieuses observations sur l'inclinaison de la Tour de Pise (construite au XIIème siècle), mais pour le calcul à la rupture. Cela mérite une explication. En Mécanique, pour définir l'équilibre d'une structure, il faut connaître le champ des contraintes (dues aux forces appliquées ou au poids propre, ou résiduelles) et comparer avec le champ des résistances, éventuellement en permettant quelques adaptations de façon à modifier quelques formes ou pour renforcer quelques endroits (armatures). L'idée de Galilée fut de mesurer la résistance et de suggérer un mode de calcul pour les contraintes, par exemple pour la console encastrée (Figure 1).

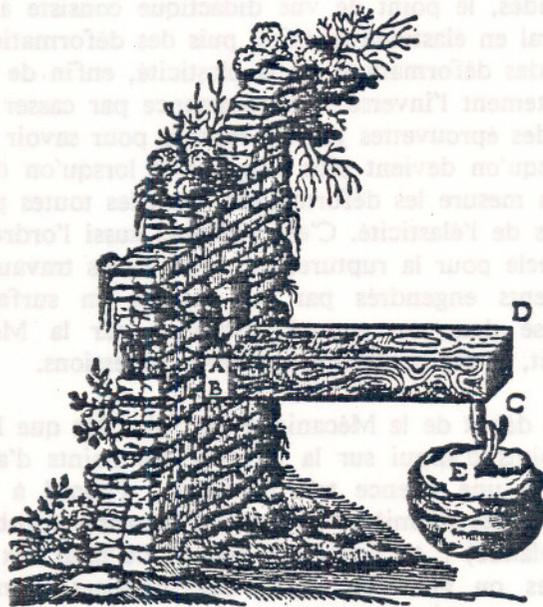


figure 1
Console encastrée (Galilée).

Le principe du calcul à la rupture est tout à fait fondamental en Mécanique des Sols, où l'on compare sur une surface de glissement les forces ou les moments résistants aux forces et aux moments moteurs dus au poids propres et aux forces extérieures. En effet, la rupture des sols est de type plastique ou élastoplastique ce qui autorise des adaptations. Lorsque le comportement réel présente du radoucissement, on peut choisir deux schémas élastoplastiques (Figure 2) pour évaluer la résistance, dont l'un est optimiste et l'autre pessimiste.

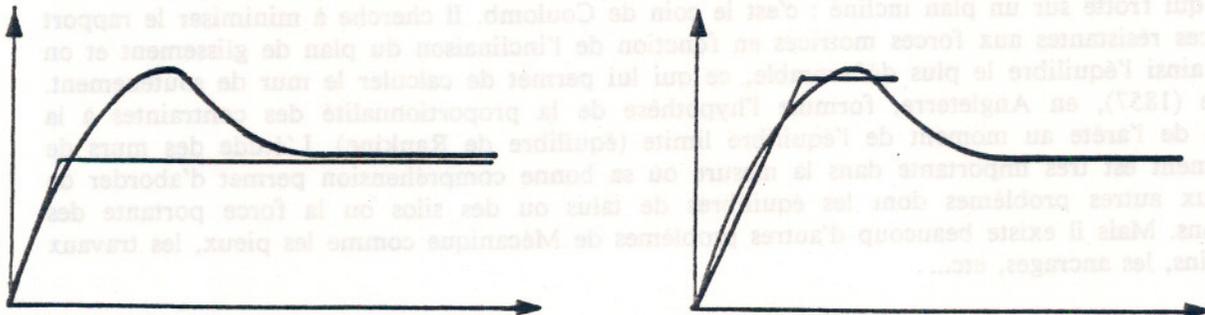


Figure 2
Schéma élastoplastique pessimiste ou optimiste

Remarquons que la Mécanique de la Rupture, c'est-à-dire le développement d'une fissure jusqu'à séparation en deux morceaux est la grande ennemie du Calcul à la Rupture. La fissure qui se propage en mode III, dans une feuille de cellophane, se développe pratiquement sans opposer de résistance. Pourtant, cette feuille intacte pouvait supporter de lourdes charges sans se rompre. Mais la séparation en deux morceaux s'est faite presque sans aucun effort et avec un travail très faible.

En Géotechnique, si le radoucissement est très marqué, et c'est pratiquement toujours le cas en Mécanique des Roches, le développement d'une surface de glissement est une propagation quasi-statique de fissure en mode II. Dans cette situation, on a inventé l'expression "rupture progressive" pour décrire le développement de la ruine, mais si l'on a trouvé les mots pour le dire, on n'a pas fait beaucoup avancer la solution des problèmes et cela a fait entrer beaucoup d'empirisme dans ces études.

Disons quelques mots du critère de Coulomb qui s'écrit :

$$t = C + n \operatorname{tg} \phi$$

où C est la cohésion et ϕ l'angle de frottement interne, t et n les contraintes tangentielles et normales à la surface de glissement. Cette relation est tout à fait fondamentale. C'est une généralisation de la loi du frottement, déjà donnée par Amontou, physicien français (1663-1705) mais déjà perçue par Léonard de Vinci (1452-1519) qui avait observé qu'une brique à plat, de chant ou de bout, glissait sur une planche à la même inclinaison limite, c'est-à-dire que l'angle de frottement ϕ est indépendant de la valeur de la contrainte normale au contact. Mais qu'est-ce que ϕ et qu'est-ce que C ? La cohésion vraie, c'est-à-dire l'attraction entre les grains - forces de Van der Waals ou forces électriques - c'est quelque chose de tout petit, pratiquement négligeable. La cohésion effective, pour parler le langage des mécaniciens des sols, ce n'est presque rien. La cohésion apparente par contre est beaucoup plus importante ; elle est due au jeu des pressions interstitielles négatives qui exercent ou qui maintiennent des contraintes de compression entre les grains, d'où des liaisons de frottement. Quant au frottement, pour le physicien (Bowden et Tabor 1956) mettre deux solides en contact, c'est un peu comme si on superposait les Alpes (à l'envers) sur les Pyrénées. Les aires de contact entre les deux solides sont alors proportionnelles aux forces normales et l'effort de glissement est proportionnel aux aires de contact. On retrouve, dans le cas du frottement sec, l'indépendance entre la contrainte normale moyenne n et la contrainte moyenne de cisaillement t . En somme, le frottement est dû à la cohésion de la matière et la cohésion est due au frottement : on tourne un peu en rond et tout cela ne paraît pas très simple !

A partir de Coulomb, les choses vont s'enchaîner très vite et le développement de la Mécanique des Sols au XVIIIème et au XIXème siècle sera essentiellement une longue compétition franco-anglaise (Skempton 1981) avec quelques autres travaux européens, comme ceux de Kotter (1888) à Berlin, de Prandtl (1920) à Göttingen ou de Fellenius en Suède.

Coulomb (1773) imagine un coin solide derrière un mur de soutènement qui pousse sur le mur et qui frotte sur un plan incliné : c'est le coin de Coulomb. Il cherche à minimiser le rapport des forces résistantes aux forces motrices en fonction de l'inclinaison du plan de glissement et on obtient ainsi l'équilibre le plus défavorable, ce qui lui permet de calculer le mur de soutènement. Rankine (1857), en Angleterre, formule l'hypothèse de la proportionnalité des contraintes à la distance de l'arête au moment de l'équilibre limite (équilibre de Rankine). L'étude des murs de soutènement est très importante dans la mesure où sa bonne compréhension permet d'aborder de nombreux autres problèmes dont les équilibres de talus ou des silos ou la force portante des fondations. Mais il existe beaucoup d'autres problèmes de Mécanique comme les pieux, les travaux souterrains, les ancrages, etc...

L'école française, très mathématique avec Bélidor (1671-1761), Coulomb (1736-1806), Prony (1755-1839), Poncelet (1788-1867), Boussinesq (1842-1929), Resal (1854-1919), puis au XXème siècle : Bonneau, Ravizé, Caquot, Kérisel, Mandel, Salençon a développé de nombreux aspects théoriques de la poussée des terres, mais aussi de la plasticité et du calcul à la rupture, cependant que l'école anglaise, beaucoup plus pragmatique, traitait de problèmes pratiques comme les chaussées, les écluses, les tranchées, les talus en remblai, les tunnels, les murs de soutènement avec Mac Adam, Telford, Parnel, Gregory, Baker, Skempton, Bishop, etc...

C'est une chose d'écrire le critère de Coulomb ; c'en est une autre que de mesurer les paramètres C et ϕ . Collin (1846) en France, invente la boîte de cisaillement pour l'étude de l'équilibre des talus, mais le cadre français était trop théorique et cet instrument tombe dans l'oubli pour réapparaître au XXème siècle sous l'appellation de "boîte de Casagrande", du nom d'un élève de Terzaghi. Dans les temps anciens, la mesure de l'angle de frottement interne se faisait essentiellement par la mesure de l'angle de talus naturel ou angle de repos. Cette méthode est maintenant complètement périmée en raison des nombreuses difficultés qu'elle présente et aucun laboratoire moderne ne la pratique. Les jeunes ingénieurs sont tout à fait étonnés d'apprendre que c'est ainsi que travaillaient leurs prédécesseurs ; mais nous sortons tout juste de cette période, et il faut le souligner, le développement des laboratoires, même sans les appeler modernes, est finalement très récent. Je me suis aperçu, par exemple, que la mesure de l'angle de frottement interne par le talus naturel était une méthode courante encore en 1925 et vers 1955, il m'a été suggéré pour mesurer l'angle de frottement interne d'une argile, d'en faire des boulettes, de les mettre en tas et de mesurer ensuite l'angle de talus du tas. Cette méthode simple est malheureusement très complexe même pour les milieux sans cohésion. D'abord, il y a le talus en remblai et il y a le talus en déblai. On sait que l'angle de frottement interne ϕ est une fonction croissante de la densité. Par construction, un remblai est dans un état lâche, donc ϕ est petit, donc la pente limite du talus est faible.

Il faut aussi se méfier des effets d'inertie, au moment où l'on déverse le sable, qui peuvent diminuer encore l'angle du talus naturel, de sorte que le talus étant construit, par exemple dans une boîte, il apparaît qu'on peut incliner la boîte de quelques degrés avant que le talus ne tombe, ou encore on peut le raidir un peu en déblayant à son pied. D'autre part, si on déblaye à contre-pente, comme indiqué sur la *figure 3*, on peut obtenir un angle de talus plus grand qu'en déblayant dans la pente, probablement du fait que l'orientation que les grains ont pu prendre pendant leur chute a donné au milieu pulvérulent une légère anisotropie de structure.

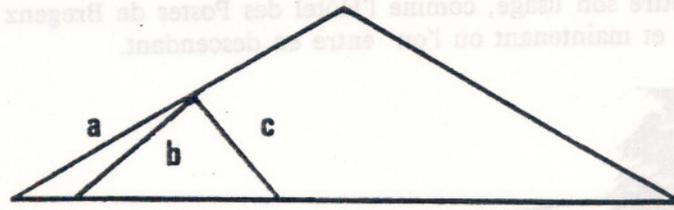


Figure 3

Talus naturel a) en remblai
 b) en déblai
 c) à contre pente

En déblai, on peut évidemment creuser au pied d'un milieu pulvérulent très serré et, par conséquent, former un talus très raide. Mais le comportement est certainement radoucissant et la rupture est progressive, généralement d'ailleurs sous forme d'avalanches régressives depuis le bas vers le haut, c'est-à-dire que la pente limite ainsi atteinte est inférieure à l'angle de frottement interne maximal. On peut améliorer la mesure en "fixant" la surface du talus pour empêcher l'avalanche et forcer la formation d'un plan de glissement moins superficiel (Habib, 1985). Enfin, un tout petit peu d'humidité dans la masse du sable peut donner une cohésion capillaire, ce qui permet alors l'existence de talus très raides, plus raides même que l'angle de frottement interne puisqu'ils peuvent être verticaux sur une certaine hauteur, comme le savent les enfants qui font des pâtes de sable.

Pour les milieux granulaires, de nombreuses études ingénieuses ont été faites, depuis les empilements réguliers de boulets jusqu'aux sables de verre plongés dans un liquide d'indice identique, ce qui les rend invisibles, et dont les grains sous charge sont identifiables par photoélasticité, en passant par les assemblages de rouleaux formant des sables à deux dimensions. Ces études peuvent être aussi bien théoriques, qu'expérimentales. Ainsi Biarez a montré qu'il existe une anisotropie des contacts entre les grains qui apparaît dès la mise en place. Elle est bousculée par l'application d'un déviateur de contraintes (ou de déformations) et les contacts s'orientent dans la direction de la contrainte majeure (Figure 4). Cette anisotropie d'écrouissage est différente de l'anisotropie d'orientation des grains dont j'ai parlé précédemment qui, elle, ne s'efface que pour de très grandes déformations.

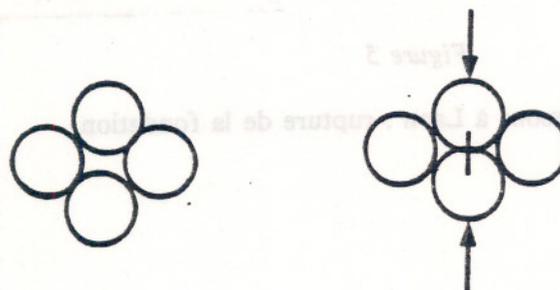


Figure 4

Orientation des contacts sous l'effet des déplacements géométriques

Avant que la rupture se produise par poinçonnement d'une fondation (*figure 5*) des déformations de tassement peuvent se produire. Elles peuvent endommager gravement un bâtiment, et l'on cite l'exemple de l'Ecole Normale de Mexico qu'il fallu fermer le jour de son inauguration, ou qui peuvent compromettre son usage, comme l'Hôtel des Postes de Bregenz où l'on pénètrait en montant quelques marches et maintenant où l'on entre en descendant.



Figure 5

La porte de Soissons à Laon : rupture de la fondation

La célèbre Tour de Pise, indépendamment de son inclinaison qui est un problème d'instabilité à long terme (figure 6), a probablement tassé d'environ 1 mètre. Mais la frontière entre le poinçonnement et le tassement n'est pas immédiate à tracer. Par exemple, le campanile St Marc à Venise qui s'est effondré en 1902, s'était penché avant de se ruiner. Et si la Tour de Pise venait à pencher davantage, le taux de travail augmenterait tellement du côté de l'inclinaison qu'il y aurait un poinçonnement localisé du sol. Mais je ne vais pas commenter ici les différences entre viscoplasticité et viscoélasticité non linéaire, sauf peut-être pour rappeler qu'on ne peut les distinguer que par une épreuve de déchargement.



Figure 6

La tour de Pise :
Instabilité élastique liée au tassement de la fondation

Pour le tassement des sols sous charge, c'est Boussinesq (1885) qui a résolu le principal problème dont la solution permet de nombreux calculs, à savoir celui de la charge ponctuelle à la surface d'un massif semi-infini homogène. Boussinesq a donné des solutions explicites en contraintes et en déplacements et par des intégrations plus ou moins difficiles, on peut en déduire les tassements sous n'importe quelle distribution de contraintes en surface. Les calculs sont généralement extrêmement lourds lorsque le sol n'est pas homogène, (Mandel, Burmister) lorsque les charges ne sont pas en surface, (Mindlin), ou lorsqu'elles sont inclinées. Giroud (1972) a rassemblé la plupart des solutions explicites connues. Les méthodes numériques, et notamment par éléments finis, permettent de résoudre pratiquement n'importe quel cas comme, par exemple, le multi-couche (avec des conditions de contact quelconques entre les couches), ce qui permet le calcul des chaussées ; mais c'est un problème qui comporte un tel nombre de paramètres, lorsque le nombre de couches dépasse 3, qu'on rencontre quelques difficultés pour la présentation des résultats numériques.

L'eau dans les sols a un rôle essentiel. Elle est capable de dégrader n'importe quelle nature de terrains jusqu'à les transformer en coulée de boue. Mais si on sait maîtriser l'eau, la contenir ou la drainer, elle ne pose plus aucun problème, essentiellement parce que l'angle de frottement interne n'est pratiquement pas modifié par la présence de l'eau interstitielle. La circulation de l'eau dans le sol dépend d'une fonction de Laplace. C'est à Darcy (1803-1858), dans son célèbre mémoire sur "Les fontaines publiques de la ville de Dijon" (1856) que revient le mérite d'avoir analysé le phénomène en formulant la loi :

$$v = k i$$

dite "loi de Darcy", où v est la vitesse de l'eau, i le gradient hydraulique et k le coefficient de perméabilité ; k peut varier de 10^{-1} à 10^{-16} m/s pour des milieux extrêmes, ensemble de gravillons très poreux ou roches massives. Il est tout à fait remarquable que la validité de la loi de Darcy s'étende sur 15 décades ; il y a peu de loi en physique qui soit aussi générale.

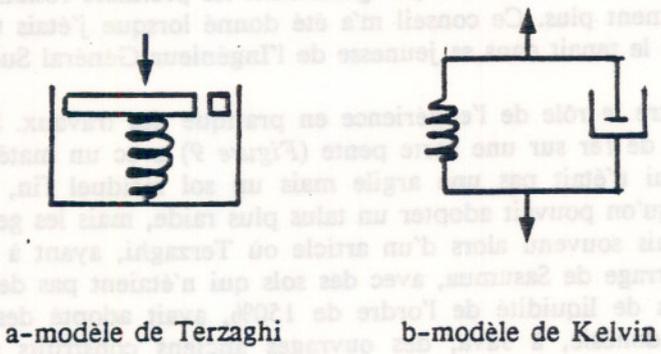
Je n'ai pas encore cité l'oeuvre de Karl von Terzaghi jusqu'à présent. Terzaghi a d'abord enseigné à Vienne, puis à Istanbul et finalement il s'est fixé aux Etats-Unis, au M.I.T.. Il est considéré par certains comme le père de la Mécanique des Sols du XXème siècle. Il en a au moins inventé le nom. Mais, après tout ce qui vient d'être cité, il est clair qu'avant lui beaucoup de choses avaient été découvertes. Terzaghi a certainement été un très grand et très imaginatif ingénieur.

Son apport en Mécanique des Sols a été la théorie du tassement des couches argileuses (1936) et la mise au point simultanée de l'oedomètre, appareil permettant de mesurer les paramètres du tassement. D'une façon plus générale, Terzaghi a apporté à cette vieille discipline l'influx de l'expérimentation en laboratoire et ce courant s'est répandu dans le monde entier à partir de 1935. On lui doit aussi l'appellation de la pression interstitielle u comme la pression neutre, montrant ainsi que ce qui est important ce sont les contraintes intergranulaires.

Mais c'était un ingénieur extrêmement actif et tellement occupé qu'il n'avait pas toujours le temps d'aller au fond de la théorie. Par exemple, pour le calcul du tassement Terzaghi a développé un modèle rhéologique original (*Figure 7a*) sans se rendre compte que Lord Kelvin au siècle précédent l'avait déjà inventé (*Figure 7b*). La théorie initiale de Terzaghi admettait une dissipation des pressions interstitielles assez rustique, formée de segment de droite (*Figure 8a*). Terzaghi a ainsi obtenu une évaluation de la durée du demi tassement :

$$t = \frac{a H^2}{3 k_0}$$

L'histoire de l'expérience, la même que celle des autres, pour la vérification des travaux de Terzaghi, doit pas être négligée en Mécanique des Sols car y a de nombreuses choses qui ne se calculent pas. Par exemple pour assurer un sol, il faut mieux placer les drains dans les lignes de points qu'un voisinage des lignes de niveaux : en cas de descente par glissement les premiers l'écoulement encore alors que les seconds ne l'écoulement plus. Ce conseil m'a été donné lorsque j'étais tout jeune par l'ingénieur Général A. Mayer qui le donnait à ses élèves de l'Institut National Supérieur.



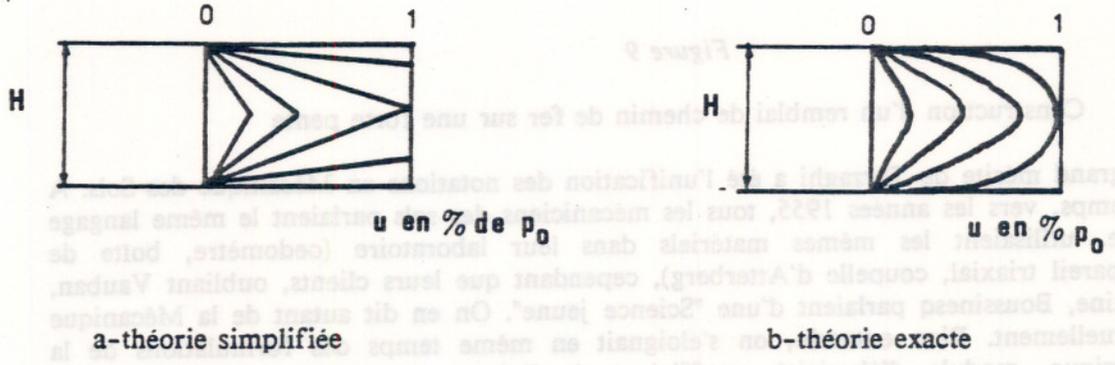
a-modèle de Terzaghi b-modèle de Kelvin

Figures 7

Modèle rhéologique pour la consolidation des argiles

C'est un de ses élèves, Froelich, qui a reconnu l'équation de chaleur dans le problème de la consolidation unidimensionnelle et qui a donné la solution exacte de la dissipation des pressions interstitielles (Figure 8b) et la formulation correcte de l'effet du temps. Pour la durée de la demi consolidation, il a donné le résultat exact :

$$t = \frac{a H^2}{5 k_0}$$



Figures 8

Dissipation des pressions interstitielles au cours de la consolidation

L'histoire a retenu, à juste titre, le nom de Terzaghi et non celui de Froelich pour la théorie de la consolidation. Il est juste aussi que je rende à Froelich ce qui lui appartient et que je dise aussi que Terzaghi a été un très grand praticien.

Le rôle de l'expérience, la sienne propre ou celle des autres, pour la pratique des travaux ne doit pas être négligé en Mécanique des Sols car y a de nombreuses choses qui ne se calculent pas. Par exemple pour assainir un talus, il vaut mieux placer les drains dans les lignes de pente qu'au voisinage des lignes de niveau : en cas de désordres par glissement les premiers fonctionnent encore alors que les seconds ne fonctionnent plus. Ce conseil m'a été donné lorsque j'étais tout jeune par l'Ingénieur Général A. Mayer qui le tenait dans sa jeunesse de l'Ingénieur Général Suquet.

Voici un autre exemple qui illustre le rôle de l'expérience en pratique des travaux. Il s'agissait de construire un remblai de chemin de fer sur une forte pente (*Figure 9*) avec un matériau qui avait la granulométrie d'une argile, qui n'était pas une argile mais un sol résiduel fin, une véritable poudre minérale. Il me semblait qu'on pouvait adopter un talus plus raide, mais les gens du chemin de fer étaient réticents. Je me suis souvenu alors d'un article où Terzaghi, ayant à construire un barrage en terre au Kenya, le barrage de Sasumua, avec des sols qui n'étaient pas des argiles mais qui avaient cependant des limites de liquidité de l'ordre de 150%, avait adopté des pentes assez raides parcequ'il avait vu en Indonésie, à Java, des ouvrages anciens construits avec des sols analogues et dont le comportement était très bon. Terzaghi avait suivi cet exemple avec succès et la solution proposée était ainsi plus économique. Il était évidemment très important de connaître cet article ; je me suis donc caché derrière Terzaghi pour emporter les convictions et raidir le talus.

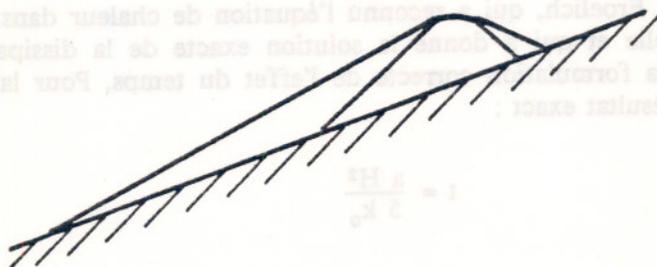


Figure 9

Construction d'un remblai de chemin de fer sur une forte pente

Un très grand mérite de Terzaghi a été l'unification des notations en Mécanique des Sols. A la fin de son temps, vers les années 1955, tous les mécaniciens des sols parlaient le même langage dans le monde, utilisaient les mêmes matériels dans leur laboratoire (oedomètre, boîte de Casagrande, appareil triaxial, coupelle d'Atterberg), cependant que leurs clients, oubliant Vauban, Coulomb, Rankine, Boussinesq parlaient d'une "Science jeune". On en dit autant de la Mécanique des Roches actuellement. Bien entendu, on s'éloignait en même temps des formulations de la Mécanique classique, module d'élasticité, coefficient de Poisson ou même de la Rhéologie. Pourtant, c'est l'anglais O. Reynolds qui en 1887 avait découvert le phénomène de dilatance des milieux granulaires. Mais c'est assez naturel, lorsque les lois de comportement ne sont pas aussi nettes que le schéma élastoplastique parfait de l'acier doux, ou lorsqu'on a un écrouissage mal défini suivi d'un radoucissement, de chercher sa propre voie et sa propre terminologie. Mais les phrases : "Ces histoires d'argiles molles, c'est vaseux", ou "Beaucoup de sol et pas beaucoup de mécanique" sont très injustes. Depuis la mort de Terzaghi, on est certainement revenu à des considérations beaucoup plus mécaniques et beaucoup plus rhéologiques, mais on a vu fleurir des indices, des index, des ratios et des corrélations d'appareils à appareils, que tout le monde ne connaît pas toujours parfaitement et cela rend beaucoup plus difficile le travail sur dossier ou les interprétations à distance d'essais de laboratoire ou d'essais in situ.

Le tassement ayant été calculé que peut-on en faire ? C'est un sujet où l'empirisme est une nécessité. Il est bien clair qu'un blockhaus des fortifications du mur de l'Atlantique, une cabane en parpaings, ou une construction métallique ne réagiront pas de la même façon à des désordres en fondations. C'est Skempton (1956) en Angleterre qui a donné les premières estimations statistiques et empiriques valables pour des constructions anglaises, sur des sols du 40ème parallèle et avec le climat de l'Angleterre. Je schématise les résultats en disant qu'il n'y a pas de fissures dans un bâtiment lorsque le tassement est inférieur à 7cm et qu'il y en a toujours lorsque le tassement est supérieur à 17cm. Entre ces deux chiffres, intervient la qualité de la construction. Depuis, on a été amené à mettre dans les règlements de construction d'autres règles moins grossières et faire intervenir, par exemple, le tassement différentiel qui est la véritable source d'ennuis : on doit le limiter à 1/300 de la distance entre appui. On a proposé mieux encore, avec le rayon de courbure du tassement sous la fondation qui ne doit pas dépasser 2000m au risque de désordres dans les structures. On voit par ces chiffres l'importance de la technologie pour la conception et pour le projet. Mais le développement technique a eu aussi son reflet dans la pratique des travaux. C'est frappant pour le serrage des sols. Plus un sol est dense, plus il est résistant : c'est bien connu, par exemple, pour un court de tennis en terre battue, d'où l'usage du rouleau. On parlait dans le temps de corroyage lorsqu'on essayait de serrer le sol avec le roulement des chariots ; mais on travaillait aussi à la main : c'était le "hérisson" des anciennes chaussées, remplacé par le macadam à l'eau de l'Écossais Mac Adam (1756-1836) pour l'empierrement des chaussées.

Avec les engins à moteurs et des rouleaux de plus en plus lourds, puis vibrants, tout cela a disparu et on a vu apparaître la notion de compactage avec les travaux de l'ingénieur américain Proctor (1933) et l'établissement d'un essai normalisé (l'essai Proctor) puis bientôt modifié, au grand dam de son auteur, (essai Proctor Modifié) au fur et à mesure de l'augmentation de la masse des rouleaux (jusqu'à 200t). La noria des engins de compactage et de transport (*Figure 10*) roulant à 60km à l'heure sur le chantier du barrage de Grandmaison montre à la fois les possibilités actuelles mais aussi fait deviner que de nouveaux problèmes sont apparus que je résumerai par deux comparaisons : Notre Dame de Paris et la Tour Maine-Montparnasse, ont à peu près le même poids, mais l'une a été construite en 150 ans, l'autre en 2 ans ; le T.G.V. Sud-Est, c'est $42.10^6 m^3$ de terrassement soit 12 fois la grande pyramide de Chéops et le T.G.V. Nord ce sera $30.10^6 m^3$ de terrassement. Il est d'ailleurs assez vraisemblable qu'on a probablement atteint les limites technologiques du gigantisme, un peu comme pour les gros avions. Ainsi, si la taille des barrages en terre a été multipliée par 10 en quelques siècles, de 30m à 300m, on n'imagine pas qu'on ait besoin de construire des barrages en terre de 3000m de haut, pas plus que des Jumbo Jets emportant 6000 personnes.

Voici un autre exemple pour lequel l'effet du progrès de la technologie est tout aussi fondamental : c'est le domaine de la reconnaissance des sites. En Mécanique des Sols, en Mécanique tout court pour établir un projet, il faut certes avoir de bonnes connaissances théoriques, j'en ai montré le développement historique ; mais il faut aussi avoir une bonne définition des conditions aux limites de la structure que l'on souhaite édifier, c'est-à-dire avoir un schéma du site le plus proche possible de la réalité. La géologie y intervient mais c'est le rôle de la reconnaissance géotechnique. Pendant longtemps on n'a su rechercher des informations sur les sols qu'en creusant des puits, des tranchées, voire des tunnels. L'emploi des forages avec prélèvements d'échantillons intacts est une innovation du XXème siècle, les techniques de pénétration statique ou dynamique (CPT, SPT), le pressiomètre, le piézocône, etc... datent de quelques décades, l'emploi des géophysiques électriques, acoustiques, etc... est un peu plus ancien mais l'imagerie associée à ces techniques date de quelques années ; quant à la surveillance d'un ouvrage ou d'un site par télémesure, elle en est à ses toutes premières réalisations. On pourrait développer des remarques analogues pour les silos et les tunnels.

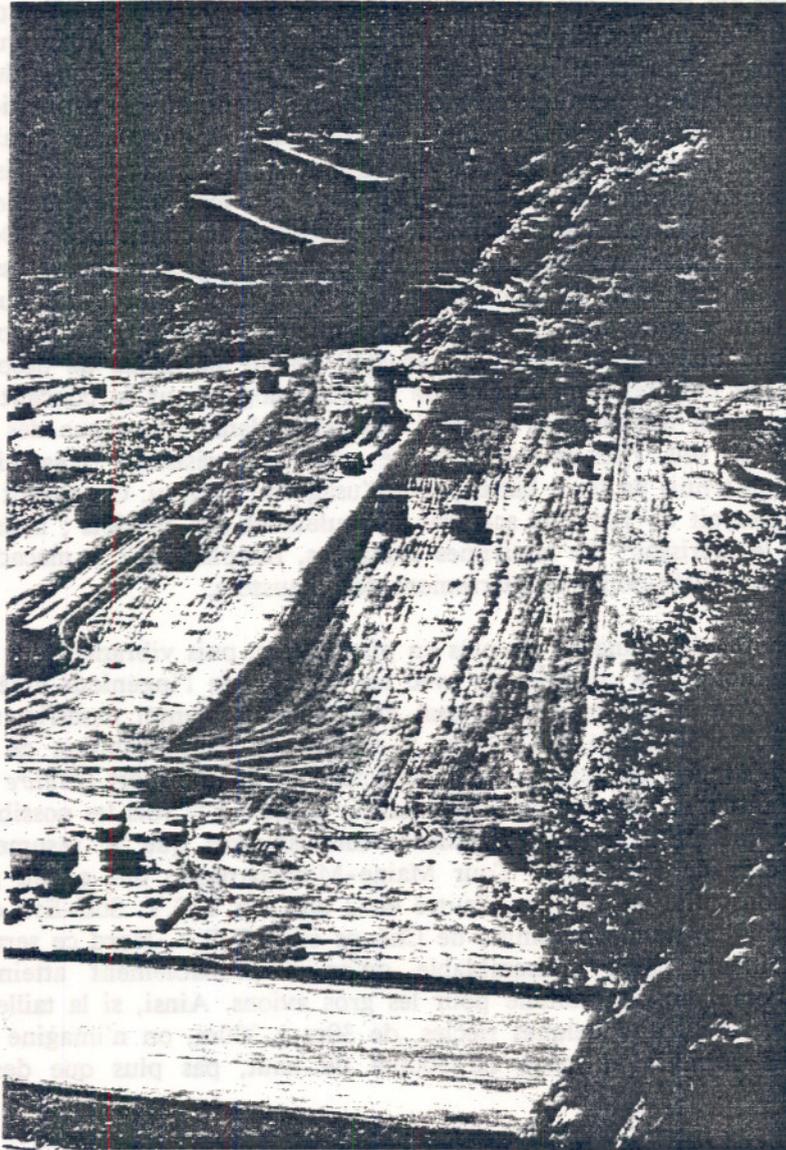


Figure 10

Transport des terres et compactage au barrage de Grandmaison

Dans toutes ces descriptions quel est l'apport du XXème siècle ? Je viens de parler du fantastique développement des moyens de reconnaissance in situ et des essais en laboratoire pour la détermination de plus en plus fine, de paramètres de plus en plus nombreux, de modèles de plus en plus sophistiqués. Mais il faut citer aussi, d'une part le développement des techniques de calcul sur ordinateurs, qui ont banalisé les analyses les plus complexes permettant de s'accorder au plus près des comportements rhéologiques des différents matériaux et, d'autre part, la découverte de l'effet des chargements cycliques sur certains sols avec la liquéfaction des argiles sensibles et surtout la liquéfaction des sables saturés. Pour les sables, les principaux travaux sont dus à Seed, à Berkeley aux USA, qui mit en évidence les mécanismes qui conduisent à la perte de résistance. Ces études ont été effectuées en vue de reconnaître les risques de liquéfaction en cours de séisme et pour calculer des structures capables de résister à l'épreuve des tremblements de terre. La liquéfaction des sables fins saturés est l'accident de fondation le plus sévère (*figure 11*) auquel le Génie Parasismique doit faire face et le développement de telles études au Japon, aux USA et aussi en France a été extrêmement rapide au cours des dix dernières années.



Figure 11

Liquéfaction du sol de fondation provoquée par le séisme de Niigata

CONCLUSION

Après ce rapide survol de l'histoire de la Mécanique des Sols j'espère avoir mis en évidence l'importance pratique et la richesse scientifique de cette discipline. Ce qui caractérise les sols au point de vue du comportement mécanique ce sont les déformations élastiques puis plastiques lorsque la charge augmente. Comme il y a presque toujours de l'eau dans le sol et qu'il faut expulser ce liquide visqueux, ces déformations peuvent être différées et il y a de la viscoélasticité pour le tassement et aussi de la viscoplasticité pour la rupture, même si, dans ce dernier cas, l'aspect visqueux est moins marqué. Enfin, il y a de la dilatance, de l'écroutissement et du radoucissement. Au point de vue théorique, l'étude de la poussée et la butée a fait l'objet de près de 3 siècles de réflexions et c'était très important parce que cette théorie ouvre la porte à la plupart des applications, notamment pour les fondations. Mais la schématisation de l'élastoplasticité parfaite est souvent un peu trop loin de la réalité et ne peut conduire à des solutions suffisantes. Sont apparues alors des méthodes approchées, le coin de Coulomb, la spirale logarithmique de Rendulic, les cercles de glissement de Fellenius, etc... car les ingénieurs avaient besoin de calculs pour leurs applications pratiques. La rationalisation de ces idées a donné naissance à la théorie des charges limites et au formalisme du calcul à la rupture. Enfin, les aspects probabilistes ne peuvent pas être négligés.

Le rôle de la pression interstitielle et la distinction entre contraintes totales et contraintes intergranulaires ou contraintes effectives ont aussi été longs à mettre parfaitement à jour ; ils ne sont pas très clairs pour les milieux fissurés comme les roches, mais il s'agit d'un aspect fondamental pour le comportement des sols et sa prise en compte est essentielle, notamment pour l'équilibre des talus.

Science appliquée en interaction avec la pratique, la Mécanique des Sols contient des développements physiques et mathématiques, des ouvertures vers la minéralogie, la géologie, les sciences de la terre et les sciences de l'ingénieur. C'est une discipline qui forme l'esprit.

BIBLIOGRAPHIE

- Belidor (1720) - "*Mémoire sur la poussée des terres*" - Paris
Boussinesq (1885) - "*Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*" - Paris - (Gauthier Villars)
Bowden F.P. et Tabor D. (1956) - "*Friction and Lubrication*" - Methuen Monograph on physical subjects - Londres
Caquot A. (1934) - "*Equilibre des massifs à frottement interne*" - Paris (Gauthier Villars)
Collin A. (1846) - "*Recherches expérimentales sur les glissements spontanés de terrains argileux*" - Paris
Coulomb C.A. (1773) - "*Essai sur une application des règles de Maximum et Minimum à quelques problèmes de statique, relatifs à l'Architecture*" - (Mémoires présentées à l'Académie Royale des Sciences) Paris
Darcy H. (1856) - "*Les fontaines publiques de la ville de Dijon*" - Paris
Giroud J.P. (1972) - "*Tables pour le calcul des fondations*" - Paris (Dunod)
Habib P. (1985) - "*Effet d'échelle et surfaces de glissement*" - Revue Française de Géotechnique n°31 - Paris
Kerisel J. (1956) - "*Historique de la Mécanique des Sols en France jusqu'au 20ème siècle*" - Géotechnique 6 - Londres
Poncelet J.V. (1840) - "*Mémoire sur la stabilité des revêtements et de leurs fondations*" - Paris
Prony M. (1797) - "*Mémoire sur la poussée des Terres*" - Paris
Rankine (1857) - "*On the stability of loose earth*" - (Phil. Trans. Roy. Soc. Vol 147) - Londres
Resal J. (1903 et 1910) - "*La poussée des terres*" - Paris (Béranger)
Skempton A.W. et Mac Donald (1956) - "*The allowable settlements of buildings*. The Institution of Civil Engineers - Londres
Skempton A.W. (1981) - "*Les premiers temps de la mécanique des sols*" - Revue Française de Géotechnique n°15, Mai 1981 -
Terzaghi K.V. (1925) - "*Erdbaumechanik*" - Vienne
Terzaghi K.V. et Froelich O.K. - "*Theorie der Setzung von Tonschichten*". F. Deuticke - Vienne
Timoshenko S. (1953) - "*History of Strength of Materials*" - Mac Graw Hill 1953 - Dover Pub. New York 1983
Truesdell C. (1968) - "*Essays in the history of Mechanics*" - Springer Verlag
Vauban (1687) - "*Traité de la défense des places*" - Paris

FLUAGE TRANSITOIRE DE LA GLACE POLYCRISTALLINE EN COMPRESSION

AUTEURS:

J. MEYSSONNIER, A. GOUBERT, P. DUVAL, R. LESTRINGANT

ADRESSE:

CNRS- Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement
54, Rue Molière, Domaine Universitaire,
B. P. 96, 38402 St Martin d'Hères Cédex.

Résumé

Après une revue sommaire des principaux mécanismes qui interviennent au niveau microscopique dans la déformation de la glace polycristalline, on décrit le comportement au fluage du polycristal isotrope. Le cas des très faibles contraintes (inférieures à 0.02 MPa) qui règnent au voisinage de la surface des calottes polaires, et fait référence à des mécanismes encore imparfaitement déterminés, est laissé de côté. Le comportement transitoire du matériau, qu'il est essentiel de connaître en vue d'applications de type Génie Civil, est particulièrement développé. Deux modèles qui décrivent l'érouissage de la glace en termes de contrainte interne, sont exposés et comparés sur la base d'essais de compression simple. Aucun des deux ne parvient à décrire de façon tout à fait satisfaisante l'essai élémentaire consistant en une mise en charge suivie d'une décharge totale. Leur utilisation en état de contraintes multiaxiales, éventuellement couplée avec un modèle d'endommagement est de ce fait prématurée.

Mots clés : fluage transitoire, glace polycristalline

INTRODUCTION

La modélisation des écoulements lents des glaciers et calottes polaires prend en compte un comportement de la glace décrit par une loi de fluage permanent de type Norton-Hoff. Cette description a été largement étudiée et est parfaitement appropriée pour la modélisation des écoulements lents permanents dans lesquels le niveau de contrainte est supérieur à 0.04 MPa.

Aux grandes vitesses de déformation, supérieures à 10^{-3} s^{-1} , qui ont lieu lors d'un contact entre la glace (couvert de glace dérivante, iceberg...) et une structure (digue, pile de pont, plateforme offshore...), le comportement de type solide (ie. élastique) doit être pris en compte. En compression la déformation de la glace s'accompagne d'un endommagement caractérisé par la nucléation continue de micro-fissures dont la taille reste de l'ordre du diamètre des grains constituant le polycristal.

Dans la zone de transition ductile-fragile, pour des vitesses de déformation de l'ordre de 10^{-4} s^{-1} , le fluage de la glace ne peut être négligé, et c'est évidemment le comportement transitoire qui joue un rôle essentiel étant donné l'échelle de temps à considérer (en compression la déformation atteinte au pic de la courbe contrainte-déformation est de l'ordre de 10^{-3}).

La modélisation de l'endommagement de la glace, facteur déterminant dans l'estimation des pressions exercées sur une structure lors d'un impact ou d'une indentation rapide, n'a été que très récemment abordée par la communauté des glaciologues (cet intérêt tardif ayant d'ailleurs été suscité par les énormes enjeux économiques liés à l'exploitation pétrolière des zones arctiques et sub-arctiques). L'effort engagé sur ce point ne peut, selon nous, être séparé d'une amélioration sensible des connaissances sur le fluage de la glace, notamment en ce qui concerne le fluage transitoire, thème encore relativement peu étudié à ce jour.

Après une courte présentation du matériau et des mécanismes mis en jeu dans sa déformation, on passe en revue les quelques modèles proposés dans la littérature pour le fluage transitoire de la glace polycristalline. Parmi ces modèles notre intérêt se porte sur les deux seuls qui tentent de se baser sur les phénomènes intervenant à l'échelle du grain constituant du polycristal. Leurs prédictions sont discutées et comparées aux résultats obtenus au laboratoire dans des expériences de compression simple en charge et décharge.

MECANISMES DE DEFORMATION DE LA GLACE

Déformation du monocristal.

A l'état naturel la glace est cristallisée dans le système hexagonal (glace Ih). Chaque atome d'oxygène est à égale distance de quatre autres atomes d'oxygène situés aux sommets d'un tétraèdre régulier. Les atomes d'oxygène se répartissent dans des plans (plans de base : $\langle 0001 \rangle$) perpendiculaires à l'axe de symétrie (axe c : $\langle 0001 \rangle$) du cristal. Dans ces plans la structure est périodique parallèlement aux directions $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ (cf. Fig 1).

La déformation du monocristal se fait essentiellement par glissement des dislocations dans les plans de base selon les systèmes $(0001)\text{-}\langle 11\bar{2}0 \rangle$ (Glen and Jones, 1967). D'autres systèmes de glissement possibles sont dans les plans prismatiques $(10\bar{2}0)\text{-}\langle 11\bar{2}0 \rangle$ et pyramidaux $(11\bar{2}2)\text{-}\langle 11\bar{2}3 \rangle/3$ (Mugurama and Higashi, 1963 ; Goodman et al., 1981). Des boucles de dislocations $(0001)\text{-}\langle 0001 \rangle$ ont été aussi observées (Oguro et Higashi, 1971). La facilité du glissement dans les plans de base est probablement due au fait que la densité des dislocations y est plus forte, et que celles-ci sont souvent dissociées (Fukuda et al., 1987). La conséquence directe est qu'à vitesse de déformation égale la résistance au cisaillement non basal est environ 60 fois plus élevée que selon le plan de base (Duval et al., 1983). En fluage à charge imposée, les vitesses de déformation varient d'un facteur 1000 selon que le glissement a lieu ou non dans le plan de base. Après un adoucissement expliqué par la multiplication des dislocations, un état de régime permanent est atteint avec une vitesse de déformation proportionnelle au carré de la contrainte de cisaillement s'exerçant dans le plan de base.

Déformation du polycristal.

Pour des contraintes supérieures à 0.04 MPa, seuil en dessous duquel d'autres mécanismes interviennent (Lliboutry et Duval, 1985), le fluage du polycristal est la résultante du mouvement des dislocations dans chaque grain de glace.

Si l'on néglige l'anisotropie élastique du monocristal, on peut considérer comme uniforme le champ des contraintes créé à la mise en charge d'un échantillon macroscopiquement isotrope. Ensuite, l'énorme anisotropie plastique de chaque cristal est la cause d'incompatibilités de déformation entre grains et provoque la naissance d'un champ de contraintes internes (non uniforme) responsable de l'écroutissage cinématique et dont la croissance correspond à la phase de fluage primaire. Sous l'action de ces très fortes contraintes locales (à l'échelle du grain) d'autres

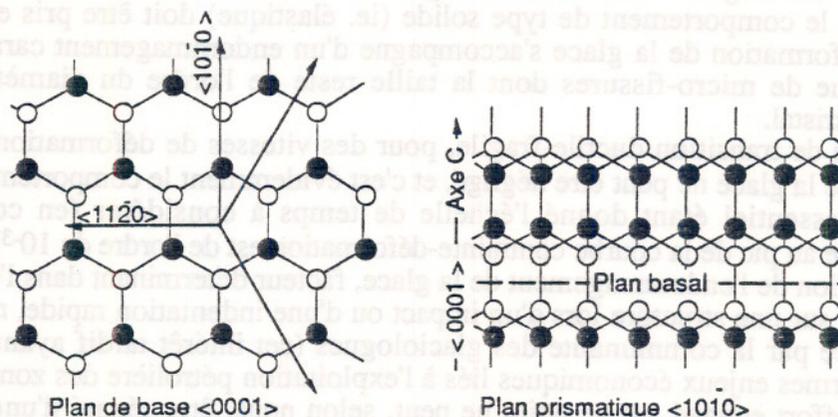


Figure 1: Réseau des atomes d'oxygène dans le monocristal de glace.

mécanismes que le glissement basal peuvent être activés (glissement ou montée des dislocations basales, cf. Duval et al., 1983) permettant d'atteindre une vitesse minimum. Ce stade communément appelé fluage permanent est toujours obtenu pour une déformation proche de 1 % (Duval, 1981 ; Mellor and Cole, 1983). Il est suivi de la phase de fluage tertiaire pendant laquelle l'augmentation de la vitesse de déformation est causée par une recristallisation dynamique (Duval, 1981) et/ou par la microfissuration des grains (Gold, 1972), ces deux mécanismes s'expliquant par l'existence des pics de contrainte interne (Duval et al., 1983). La relaxation des contraintes internes est à l'origine de la déformation recouvrée que l'on observe lorsqu'un échantillon est déchargé. Après une décharge totale, cette déformation recouvrée est supérieure d'un ordre de grandeur à la déformation purement élastique (Duval, 1978). A l'écroutissage directionnel se superpose un écroutissage isotrope qui résulte de l'interaction à courte distance entre dislocations (Duval et al., 1983). Les périodes d'hésitation au fluage provoquées soit par une petite diminution de charge au cours du fluage, soit par une petite surcharge imposée au cours de la recouvrance de déformation suivant une décharge totale, mettent en évidence l'existence de phénomènes de restauration de la contrainte interne associée à l'écroutissage isotrope.

MODELES DE COMPORTEMENT

L'idée générale est de développer des relations constitutives qui ne soient pas purement phénoménologiques mais soient basées sur des considérations physiques, et restent relativement aisées à manipuler sur le plan numérique. Au contraire des modèles purement phénoménologiques, ces modèles sont censés prendre en compte les traits essentiels des mécanismes qui entrent en jeu dans la déformation de la glace.

Nous nous bornons ici à décrire les modèles de Le Gac et Duval (1980) (repris par Ashby et Duval, 1985) et de Shyam Sunder et Wu (1989) qui sont les seuls à faire référence à l'évolution de la glace au cours de sa déformation par le biais de contraintes internes qui caractérisent le niveau de résistance à la déformation.

Bases communes aux deux modèles.

Dans le souci d'harmoniser les notations nous emploierons dans la suite les notations et conventions de Lemaître et Chaboche (1985) : la correspondance avec les notations utilisées par les auteurs des deux modèles étudiés est donnée pour mémoire (cf. Table 1).

En l'absence de microfissuration la vitesse de fluage minimum (correspondant au stade de fluage secondaire) est donnée par la loi de Norton ("loi de Glen" pour les glaciologues) où σ' désigne le déviateur des contraintes et J_2 son deuxième invariant :

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{3}{2} \bar{K}(T) J_2(\sigma)^{n-1} \sigma' \quad (1)$$

$$J_2^2(\sigma) = \frac{3}{2} (\sigma'_{ij} \cdot \sigma'_{ij}) = \frac{3}{2} \sigma' : \sigma'$$

Le coefficient \bar{K} dépend de la température, l'exposant n est proche de 3. Cette loi a été vérifiée par Duval (1976) par des expériences en torsion-compression.

En faisant l'hypothèse de petites déformations, la partition de la déformation s'écrit : $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$ où ε_e est la déformation élastique instantanée, et ε_p désigne la déformation de fluage viscoplastique. La vitesse de déformation transitoire $\dot{\varepsilon}_t$ est définie par :

$$\dot{\varepsilon}_t = \dot{\varepsilon}_p - \dot{\varepsilon}_v \quad (2)$$

Ces notations sont illustrées par la Figure 2.

Les variables internes des modèles sont, outre la déformation viscoplastique ε_p celles qui décrivent l'écroutissage cinématique et isotrope notées α et r .

ψ désignant l'énergie libre spécifique et ρ la masse volumique, les forces thermodynamiques associées sont les contraintes internes directionnelle $X = \rho \partial\psi/\partial\alpha$ et isotrope $R = \rho \partial\psi/\partial r$

Modèle de Le Gac et Duval

Le potentiel de dissipation est décomposé en une partie écoulement et une partie restauration selon $\varphi^* = \varphi_p^*(\sigma, X, R) + \varphi_r^*(X, R)$ avec :

$$\varphi_p^* = \frac{K}{n+1} \langle J_2(\sigma - X) - R \rangle^{n+1} \quad (\langle x \rangle = x \text{ si } x > 0, \langle x \rangle = 0 \text{ si } x \leq 0)$$

$$\varphi_r^* = \frac{A}{m+1} J_2(X)^{m+1} + \frac{B}{q+1} R^{q+1}$$

et l'énergie libre est écrite sous la forme $\rho\psi = \rho\psi_e(\epsilon_e, T) + (C/3) \alpha : \alpha + (H/2) r^2$.

K, A, B, C, H sont des constantes positives qui peuvent dépendre de la température ou d'autres facteurs structuraux (taille des grains, densité...).

Les équations du modèle sont donc les suivantes :

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{(\sigma' - X)}{J_2(\sigma - X)}$$

$$\dot{p} = K \langle J_2(\sigma - X) - R \rangle^n \quad (3)$$

$$\dot{X} = C \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_p - A X J_2(X)^{m-1} \right)$$

$$\dot{R} = H (\dot{p} - B R^q)$$

On montre que, en état de régime permanent, la vérification simultanée de la loi de fluage (1) et du système (3) (avec $\dot{X} = 0, \dot{R} = 0$) impose :

$$m = q = n$$

$$\bar{K}^{-1/n} = K^{-1/n} + A^{-1/n} + B^{-1/n},$$

et que les contraintes internes sont alors reliées à la contrainte appliquée par :

$$\bar{X} = \left(\frac{\bar{K}}{A} \right)^{1/n} \sigma' \quad \text{et} \quad \bar{R} = \left(\frac{\bar{K}}{B} \right)^{1/n} J_2(\sigma)$$

Les valeurs de \bar{K} et n étant connues, le modèle de Le Gac et Duval ne dépend donc que des quatre paramètres C, A, H et B .

Ce modèle est potentiellement capable de décrire :

- l'obtention du stade de fluage permanent
- la recouvrance de déformation consécutive à une décharge
- les périodes d'hésitation au fluage grâce aux termes de restauration dans les expressions de \dot{X} et \dot{R} .

Modèle de Sunder et Wu

Shyam Sunder et Wu (1989-b) adoptent un potentiel viscoplastique décomposé selon $\varphi^* = \varphi_v^* + \varphi_t^*$ où φ_v^* est le potentiel correspondant à l'écoulement en régime permanent (relation (1)) soit :

$$\varphi_v^* = \frac{\bar{K}}{n+1} J_2(\sigma)^{n+1}$$

et φ_t^* regroupe les effets transitoires par l'intermédiaire de deux contraintes internes :

$$\Phi_t^* = \frac{\bar{K}}{n+1} \frac{J_2(\sigma - X)^{n+1}}{R^n} \quad (\text{Il est implicitement supposé } R > 0).$$

La vitesse de déformation viscoplastique est donnée par :

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{\partial \Phi_v^*}{\partial \sigma} + \frac{\partial \Phi_t^*}{\partial \sigma} = \dot{\epsilon}_v + \frac{\partial \Phi_t^*}{\partial \sigma} = \dot{\epsilon}_v - \frac{\partial \Phi_t^*}{\partial X} = \dot{\epsilon}_v + \dot{\alpha}$$

ce qui d'après (2) identifie $\dot{\alpha}$ à la vitesse de déformation transitoire $\dot{\epsilon}_t$.

La contrainte interne directionnelle est déduite de l'expression du potentiel thermodynamique pris sous la forme : $\rho\psi = \rho\psi_e(\epsilon_e, T) + (A/3) \alpha : \alpha + g(r)$ où A est une constante positive et la fonction $g(r)$ n'est pas explicitée.

La loi d'évolution de la contrainte isotrope R étant choisie à priori, le modèle est défini par le système :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_p &= \dot{\epsilon}_v + \dot{\epsilon}_t \\ \dot{\epsilon}_v &= \frac{3}{2} \bar{K} J_2(\sigma)^{n-1} \sigma' \\ \dot{\epsilon}_t &= \frac{3}{2} \bar{K} \left(\frac{J_2(\sigma - X)}{R} \right)^n \frac{\sigma' - X}{J_2(\sigma - X)} \end{aligned} \quad (4)$$

$$X = \frac{2}{3} A \alpha$$

$$\dot{R} = \frac{2}{3} \frac{H}{J_2(\sigma - X)} J_2(\dot{\epsilon}_t)$$

En posant $R=R_0 > 0$ pour un échantillon vierge, la dernière équation de (4) permet la vérification de la condition $R > 0$. Cependant les auteurs introduisent artificiellement une restauration de la contrainte interne en affectant \dot{R} du signe de $J_2(\dot{\epsilon}_t)$ (Shyam Sunder et Wu, 1989-a,b) : la condition $R > 0$ n'est alors plus forcément vérifiée.

Le trait essentiel de ce modèle est que la déformation transitoire $\epsilon_t = \epsilon_p - \epsilon_v$ est totalement recouvrable.

EVALUATION DES MODELES EN COMPRESSION UNIAXIALE

Dans le but de comparer les deux modèles il a été effectué un groupe d'essais de compression simple. Deux séries d'échantillons de glace artificielle équiaxe correspondant à des tailles de grains de 1 et 4 mm ont été utilisées. Ces échantillons ont été soumis à un fluage à charge constante (1.77 MPa), à une température de -10°C , sur une durée variant de 3 à 4 heures, à la suite de quoi il était procédé à une décharge totale. L'évolution de la déformation au cours du temps était mesurée à l'aide de deux capteurs de déplacement dont les supports étaient soudés sur le tiers central du cylindre de glace étudié. Compte tenu de la dispersion des mesures, la comparaison des courbes de déformation obtenues ne permet pas de mettre en évidence un possible effet de taille des grains, contrairement à ce qui semble être le cas pour la glace colonnaire (Sinha, 1988).

Nous nous limitons ici à comparer les deux modèles sur leur capacité à reproduire à la fois la mise en charge et la décharge totale et en ne retenant pour cela qu'une seule courbe expérimentale, choisie au hasard, correspondant à un essai dans lequel la vitesse minimum de fluage était atteinte ($\dot{\epsilon}_v = 3,21 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$). Le module d'Young de la glace est pris égal à 9500 MPa.

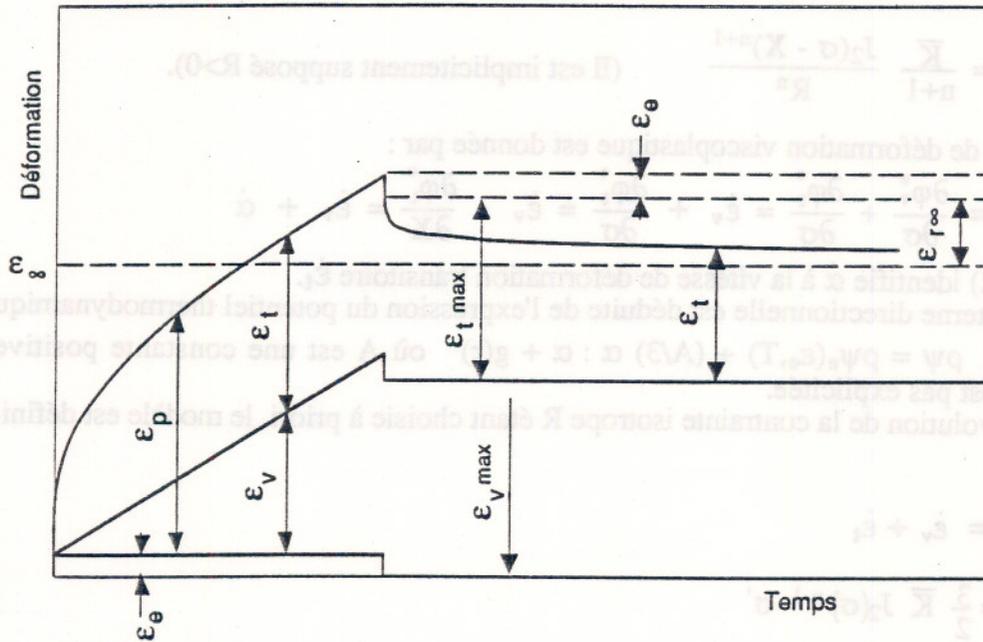


Figure 2: Partition de la déformation et notations utilisées pour l'expérience de charge / décharge totale en compression simple.

Modèle de Le Gac et Duval

En désignant par σ la contrainte imposée, ϵ la déformation enregistrée, X la contrainte interne dans la direction de compression, et en posant $Z = 3X/2$ et $n = 3$, il vient dans le cas de compression uniaxiale :

$$\epsilon_e = \sigma/E$$

$$\dot{\epsilon}_p = K \left(|\sigma - Z| - R \right)^3 \frac{\sigma - Z}{|\sigma - Z|}$$

$$\dot{Z} = C (\dot{\epsilon}_p - A Z^3) \quad (5)$$

$$\dot{R} = H \left(|\dot{\epsilon}_p| - B R^3 \right)$$

Les paramètres du modèle ont été estimés en négligeant dans un premier temps l'écroutissage isotrope. Après suppression de la charge le système (5) fournit :

$$\dot{Z} = C (1 + A/K) \dot{\epsilon}_p \quad (6)$$

En identifiant les relations (1) et (5) lorsque le régime permanent est obtenu, on obtient :

$$K = \bar{K}/(1 - k)^3 ; \quad \bar{Z} = k \sigma ; \quad k = (\bar{K}/A)^{1/3}$$

où \bar{Z} est la valeur de Z en régime permanent. En supposant que la contrainte interne avait atteint sa valeur \bar{Z} avant la décharge, qu'elle retourne à zéro ainsi que la vitesse de déformation à la fin de l'essai (soit environ 6 heures après la décharge), l'intégration de la relation (6) donne :

$$\epsilon_{r\infty} = \frac{k \sigma}{C \left(1 + \left(\frac{1}{k} - 1 \right)^3 \right)}$$

où $\epsilon_{r\infty}$ est la déformation restaurée à saturation et peut être estimée à partir de la courbe expérimentale (cf. Figure 2). Il ne reste alors plus qu'un seul paramètre ajustable. Cet ajustement a été réalisé par tâtonnement en résolvant le système d'équations pour différentes valeurs de k . Deux des courbes calculées sont tracées sur la Figure 3. Cet ajustement permet d'obtenir l'ordre de grandeur du coefficient C .

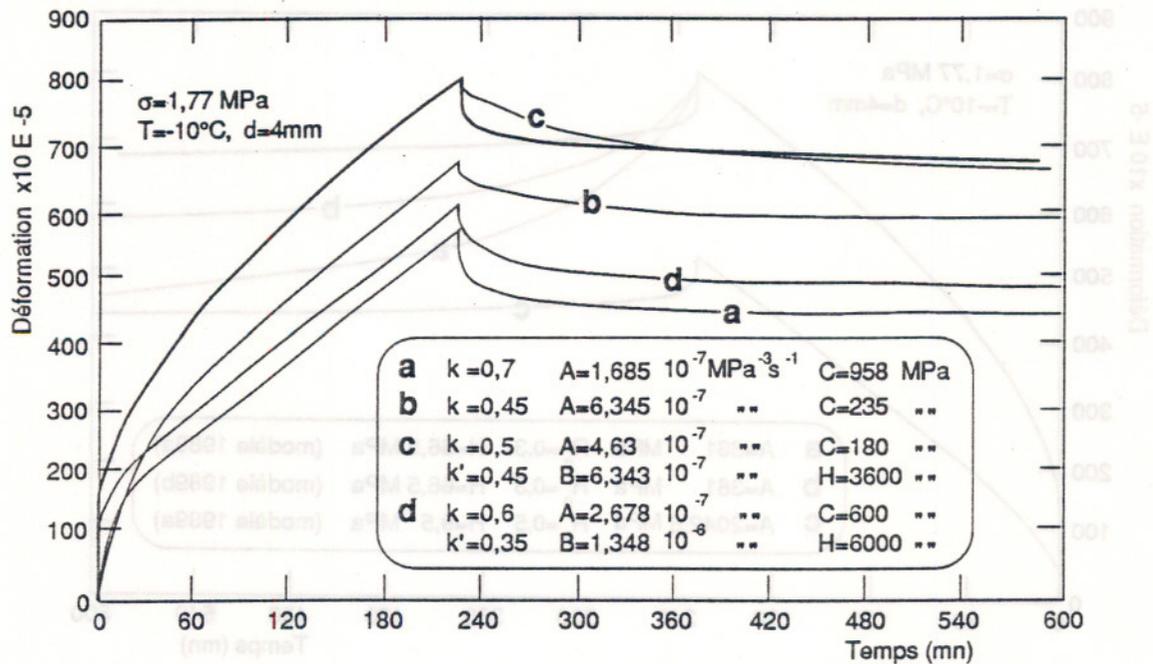


Figure 3: Comparaison des résultats du modèle de Le Gac et Duval (1980) avec la courbe de charge/décharge totale en compression uniaxiale (trait épais).
 (a) et (b): modèle sans écrouissage isotrope
 (c) et (d): modèle avec écrouissage isotrope

Le calage du modèle complet sur la seule donnée de la courbe de fluage est beaucoup plus hasardeux. Pour réduire le nombre de paramètres à faire varier il faut faire référence à Duval et al.(1983) qui ont observé des stades d'hésitation au fluage suite à une petite diminution de charge en cours de fluage secondaire et suite à une petite charge imposée pendant la recouvrance de déformation qui suit la décharge totale. Si l'on suppose que ce dernier phénomène est possible alors que Z et R sont encore proches de leurs valeurs en régime permanent, soit $\bar{Z} = k \sigma$ et $\bar{R} = k' \sigma$, alors k doit être très proche de 0.5 et k' doit être légèrement inférieur à k . La courbe (c) de la Figure 3 a été calculée en posant $k=0.5$, $k'=0.45$, et en ajustant la valeur du coefficient C pour obtenir une vitesse de fluage à la charge convenable. L'allure de la courbe est peu sensible à la valeur de H . La description du fluage primaire est très bonne. Pour augmenter la vitesse de déformation immédiatement après la décharge en conservant une valeur raisonnable de la déformation recouvrée $\epsilon_{r \infty}$, il est nécessaire d'augmenter les valeurs de k et C : la durée du fluage primaire est alors beaucoup trop faible (cf Figure 3, courbe (d)).

Modèle de Syham Sunder et Wu

Avec : $Z = 3 X/2$ et $n=3$, l'écriture du modèle en compression simple donne :

$$\dot{\epsilon}_e = \sigma/E$$

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}_v + \dot{\epsilon}_t$$

$$\dot{\epsilon}_v = \bar{K} \sigma^3$$

$$\dot{\epsilon}_t = \bar{K}((\sigma - z)/R)^3$$

$$Z = A \epsilon_t$$

$$R = H |\epsilon_t| / |\sigma - Z|$$

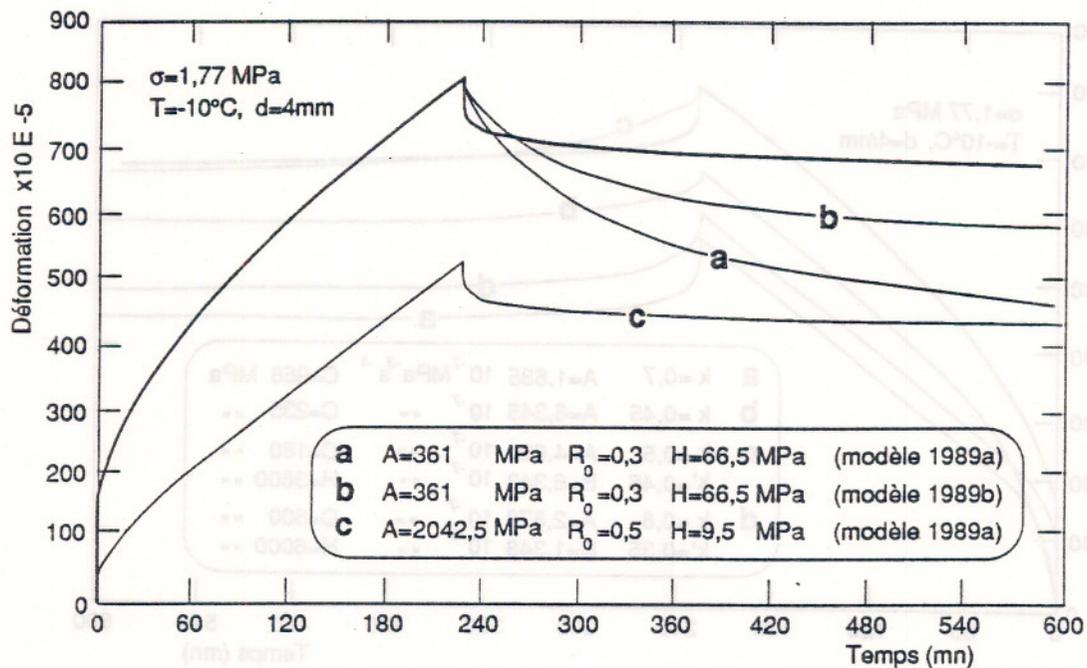


Figure 4: Comparaison des résultats du modèle de S.Sunder et Wu (1989 a,b) avec la courbe de charge/décharge totale en compression uniaxiale (trait épais).

L'ajustement des paramètres est beaucoup plus direct puisque la partie transitoire de la déformation $\varepsilon_t = \varepsilon_p - \varepsilon_v$ est totalement restaurée à la décharge. Notant $\varepsilon_{t,max}$ la valeur de ε_t à l'instant du déchargement, la déformation restaurée à saturation est : $\varepsilon_{\tau\infty} = \varepsilon_{t,max}$ (cf. Figure 2).

Si Z a atteint sa valeur de régime $\bar{Z} = \sigma$ avant la décharge, la déformation restaurée à saturation est : $\varepsilon_{\tau\infty} = \sigma/A$. La déformation viscoplastique sous charge reste comprise entre ε_v et $\varepsilon_v + \varepsilon_{\tau\infty}$: pour une valeur de $\varepsilon_{\tau\infty}$ donnée (estimée d'après la courbe expérimentale), A est fixé et les paramètres H et valeur initiale R_0 de R n'ont d'influence que sur la durée du fluage primaire et la courbure de la courbe de décharge. La vitesse de fluage secondaire étant une donnée, on peut fixer la valeur de A de sorte la grandeur de la déformation recouvrée soit acceptable (courbe (c) de la Figure 4) ou de sorte que soit reproduite la déformation atteinte à l'instant de la décharge (cf. Figure 4, courbes (a) et (b)).

DISCUSSION

Le modèle de Le Gac et Duval (1980) a été essentiellement testé sur des expériences de décharge en torsion pure (Le Gac, 1980). Dans l'exemple traité ici, il s'est avéré possible d'ajuster les quatre paramètres du modèle pour décrire correctement une décharge totale en compression, mais dans ce cas la description du fluage primaire est totalement inacceptable car elle prédit l'obtention de la vitesse minimum de fluage pour une déformation totale proche de $3 \cdot 10^{-3}$ au lieu du 1 % escompté. Si l'on s'attache à décrire cette phase de fluage primaire, on peut parvenir à un accord excellent avec l'expérience. Vu l'allure de la courbe de mise en charge et le nombre de paramètres disponibles ceci n'est guère étonnant. Cependant il est encourageant de noter que l'accord obtenu sur la Figure 3 l'a été en imposant a priori le niveau de contrainte interne directionnelle en fluage permanent, et en fixant l'ordre de grandeur de celui de la contrainte interne isotrope, indépendamment du cas traité, d'après les contraintes imposées par l'existence de périodes d'hésitation au fluage provoquées par de faibles variations de la charge appliquée. La prédiction de

Présente notation	X	R	\bar{K}	K	A	B	C	H	$k=(\bar{K}/A)^{1/n}$	$k'=(\bar{K}/B)^{1/n}$
Le Gac et Duval	S	$\sqrt{3}\sigma^*$	B/9	B'/9	$\alpha/9h$	$\alpha'/9h'$	3h	3h'	k	k'(1-k)
S.Sunder et Wu	R	B	ε_0/V^n		AE			HE		

Table I: Correspondance entre les notations utilisées dans l'article et celles de Le Gac et Duval (1980) et Shyam Sunder et Wu (1989-b).

l'amplitude de la déformation recouvrée après décharge totale est acceptable, mais l'allure générale de la courbe de décharge n'est pas respectée.

Le modèle de Shyam Sunder et Wu (1989-a) a été principalement testé sur des données de fluage à charge constante. L'hypothèse forte selon laquelle la déformation transitoire $\varepsilon_t = \varepsilon_p - \varepsilon_v$ est totalement recouvrable n'a été validée que sur deux exemples. Ici encore, les trois paramètres du modèle (A,H, et la valeur initiale de la contrainte interne isotrope) suffisent à représenter excellemment le fluage à la charge, mais à l'évidence la déformation recouvrée après décharge totale est très nettement surestimée. Pour en obtenir une description correcte, force est de sacrifier celle du fluage primaire.

CONCLUSION

Les deux modèles présentés sont les seuls modèles publiés à ce jour pour le fluage transitoire de la glace polycristalline. L'essai de compression à charge constante, suivie d'une décharge totale, constitue une épreuve préliminaire à satisfaire avant d'engager un travail expérimental de validation en situation multiaxiale. Les résultats présentés montrent qu'il reste encore des progrès à réaliser pour parvenir à bien décrire la compression uniaxiale. Ceci nécessitera de reprendre un important travail expérimental, dans la foulée de Le Gac (1980), qui bénéficiera des progrès acquis en matière d'appareillage. L'utilisation de ces modèles, sous leur forme actuelle, pour la compréhension des phénomènes conduisant à l'endommagement de la glace aux vitesses de déformation plus élevées, sans parler de leur incorporation dans des modèles d'endommagement (Wu and Shyam Sunder, sous presse), paraît pour le moins prématurée.

REFERENCES

- Ashby, M.F. and Duval, P., 1985. The creep of polycrystalline ice. *Cold Regions Science and Technology*, Vol.11, pp.285-300.
- Duval, P., 1976. Lois du fluage transitoire ou permanent de la glace polycristalline pour divers états de contrainte. *Annales de Géophysique*, Vol.32, pp.335-350.
- Duval, P., 1978. Anelastic behaviour of polycrystalline ice. *Journal of Glaciology*, Vol.21, No.85, pp.621-628.
- Duval, P., 1981. Creep and fabrics of polycrystalline ice under shear and compression. *Journal of Glaciology*, Vol.27, No.95, pp.129-140.
- Duval, P., Ashby, M.F., Anderman, I., 1983. Rate-controlling processes in the creep of polycrystalline ice. *Journal of Physical Chemistry*, Vol.87, pp. 4066-4074.
- Fukuda, A., Hondoh, T. and Higashi, A., 1987. Dislocation mechanisms of plastic deformation of ice. *Journal de Physique*, C1, N° 3, pp.163-173.
- Glen, J.W., and Jones, S.J., 1967. The deformation of ice single crystals at low temperatures. *In Physics of Snow and Ice*, Oûra, H. Ed., Sapporo, 1, pp.267-275.
- Gold, L.W., 1972. The process of failure of columnar-grained ice. *Philosophical Magazine*, Vol.26, No.2, pp.311-328

- Goodman, D.J., Frost, H.J., Ashby, M.F., 1981. The plasticity of polycrystalline ice. *Philosophical Magazine A*-Vol.43, No.3, pp.665-695.
- Le Gac, H., 1980. *Contribution à la détermination des lois de comportement de la glace polycristalline (anélasticité et plasticité)*. Thèse de Troisième Cycle, USMG, Grenoble, Publication LGGE, No.293.
- Le Gac, H. and Duval, P., 1980. Constitutive relations for the non elastic deformation of polycrystalline ice. *Proc.IUTAM Symp.on The Physics and Mechanics of Ice, Copenhagen-1979*, Per Tryde Ed., Springer Verlag, Berlin, pp.51-59.
- Lemaître, J. et Chaboche J.-L., 1985. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod/Bordas Ed., Paris.
- Lliboutry, L. et Duval, P., 1985. Various isotropic and anisotropic ices found in glaciers and polar ice caps and their corresponding rheologies. *Annales Geophysicae*, Vol.3, No.2, pp.207-224.
- Mellor, M. and Cole, D.M., 1983. Stress/strain/time relations for ice under uniaxial compression. *Cold Regions Science and Technology*, Vol.6, No.3, pp.207-230.
- Muguruma, J. and Higashi, A., 1963. Non-basal glide bands in ice crystal. *Nature* No.198, p.573.
- Oguro, M. and Higashi, A., 1971. Concentric dislocation loops with [0001] Burger vectors in ice single crystals doped with NH₃. *Philosophical Magazine*, 24, pp.713-718.
- Shyam Sunder, S. and Wu, M.S., 1989-a. A differential flow model for polycrystalline ice. *Cold Regions Science and Technology*, Vol.16, pp.45-62.
- Shyam Sunder, S. and Wu, M.S., 1989-b. A multiaxial differential model of flow in orthotropic polycrystalline ice. *Cold Regions Science and Technology*, Vol.16, pp.223-235.
- Sinha, N.K., 1988. Crack-enhanced creep in polycrystalline material: strain-rate sensitive strength and deformation of ice. *Journal of Materials Science*, Vol.23, pp.4415-4428.
- Wu, M.S., Shyam Sunder S., (sous presse). Modeling creep and damage in polycrystalline ice. *Sixth Int'l Specialty Conference on Cold Regions Engineering - Hanover, NH . Feb. 26-28 1991*

REFERENCES

- Ashby, M.F. and Duval, P., 1985. The creep of polycrystalline ice. *Cold Regions Science and Technology*, Vol.11, pp.285-300.
- Duval, P., 1976. Lois du fluage transitoire ou permanent de la glace polycristalline pour divers états de contrainte. *Annales de Géophysique*, Vol.32, pp.325-350.
- Duval, P., 1978. Anelastic behavior of polycrystalline ice. *Journal of Glaciology*, Vol.21, No.82, pp.621-628.
- Duval, P., 1981. Creep and fabric of polycrystalline ice under shear and compression. *Journal of Glaciology*, Vol.27, No.92, pp.129-140.
- Duval, P., Ashby, M.F., Anderson, J., 1983. Rate-controlling processes in the creep of polycrystalline ice. *Journal of Physical Chemistry*, Vol.87, pp.4055-4074.
- Fukuda, A., Handorf, T. and Higashi, A., 1987. Dislocation mechanisms of plastic deformation of ice. *Journal of Physics*, C1, No.3, pp.163-173.
- Gen, J.W., and Jones, S.L., 1967. The deformation of ice single crystals at low temperatures. In *Physics of snow and ice*, Oshida, H. Ed., Sapporo, I, pp.267-275.
- Gold, L.W., 1972. The process of failure of columnar-grained ice. *Philosophical Magazine*, Vol.28, No.2, pp.311-328.

MODELISATION DE LA DEFORMATION DES GEOTEXTILES DANS DIFFERENTES SITUATIONS DE CONTRAINTES

AUTEURS:

JI QIJIAN LONG, C. WOLFF

ADRESSE:

Laboratoire de Physique et Mécanique Textiles (URA CNRS n° 1313)
E.N.S.I.T.M.- 11 rue Alfred Werner, F-68093 Mulhouse Cédex

MOTS CLÉS: géotextiles, poinçonnement, traction, rupture, déchirure amorcée

Résumé

La résistance à la rupture en poinçonnement, en traction et en déchirure amorcée a été étudiée expérimentalement et théoriquement en se fondant sur un modèle en réseau composé de filaments rectilignes massiques et élastiques disposés radialement et de filaments virtuels simplement élastiques essentiellement orthogonaux aux premiers. L'accord entre l'approche théorique et l'expérience est satisfaisant, notamment pour le poinçonnement.

Mots clés : géotextiles, poinçonnement, traction, rupture, déchirure amorcée

INTRODUCTION

Le vocable "géotextile" désigne les matériaux textiles surfaciques de masse comprise entre quelques dizaines et quelques centaines de grammes par m², utilisés en génie civil.

Inventés il y a une vingtaine d'années, ces matériaux ont vu leurs domaines d'utilisation se multiplier et leur production augmenter de façon spectaculaire pour être désormais voisine de 400 Mm² par an dans le monde. Les géotextiles sont fabriqués le plus souvent par des techniques de "non-tissés" réunissant, par aiguilletage ou par thermoliage, des filaments synthétiques, essentiellement en polyester et en polypropylène. Les géotextiles sont employés, aussi bien pour la protection des drains, que pour le renforcement des digues, ou la séparation de sols de granulométrie différente, en construction de routes ou de ballasts...

Dans leurs différentes applications, ces matériaux sont soumis à des contraintes de natures très différentes et parfois combinées : ils sont le plus souvent tendus, ils peuvent être perforés et déchirés par des solides rugueux. Il peut en résulter des conséquences dramatiques pour la durabilité des ouvrages réalisés avec des géotextiles, et il est donc nécessaire de pouvoir modéliser au mieux les propriétés mécaniques et la résistance à la rupture de ces matériaux.

MATERIAUX et METHODES

Les géotextiles étudiés sont des non tissés, constitués par des filaments liés au hasard, soit par aiguilletage (Bidim-polyester de Rhône-Poulenc) soit par thermoliage (Tytar-polypropylène de Dupont de Nemours).

Les essais de perforation ont été menés au moyen d'une installation expérimentale réalisée au laboratoire et montée sur un dynamomètre type DY 25 d'Adamel Lhomargy. La plupart des autres essais ont été effectués sur le dynamomètre de grande capacité du Laboratoire Régional de l'Équipement de Nancy-Tomblaine.

MODELISATION et VALIDATION EXPERIMENTALE

Hypothèses générales

- Les filaments réels existant entre 2 points de liage sont remplacés par des filaments rectilignes (fig.1)
- L'échantillon est supposé dans un premier temps (étude du poinçonnement) circulaire (fig. 2) de rayon R. Les N fils identiques disposés radialement forment des angles égaux entre eux. Ces fils sont dits "fictifs" ; leur masse par unité de volume ρ_f est celle de fils réels. Ils sont confondus en leur centre en une nappe centrale de rayon $r \ll R$. Les fils fictifs sont également reliés entre eux par des fils dits "virtuels", sans masse, mais élastiques.
- Les fils fictifs sont supposés jointifs sur la périphérie de la nappe centrale ; si d_m est alors leur diamètre, on a :

$$d_m = 2 \pi r / N \quad (1)$$

r est un paramètre ajustable qui peut être choisi égal, par exemple, au rayon de la surface de base du pénétrateur dans un essai de poinçonnement, ou au rayon limite de flexion des fils réels du géotextile.

- La masse surfacique est la même en tout point et égale à celle ρ_g du géotextile réel. Si x est la distance au centre de la nappe, on peut donc écrire :

$$2 \pi x dx \rho_g = \frac{\pi d^2}{4} N \rho_f dx$$

où d est le diamètre du fil fictif à la distance x .

$$\text{Donc : } d = \left(\frac{8 \rho_g}{N \rho_f} \right)^{1/2} \sqrt{x} \quad (2)$$

Et en particulier, pour $x = r$ et $x = R$

$$d_m = \left(\frac{8 \rho_g}{N \rho_f} \right)^{1/2} \sqrt{r} \quad (3)$$

$$d_M = \left(\frac{8 \rho_g}{N \rho_f} \right)^{1/2} \sqrt{R} \quad (4)$$

où d_M est le diamètre maximum à la périphérie du géotextile.

En comparant les équations (1) et (4) il vient :

$$r = \frac{2 \rho_g N}{\pi \rho_f} \quad (5)$$

$$d_m = \frac{4 \rho_g}{\pi \rho_f} \quad (6)$$

Comme $\rho_g = 0,1 \text{ kg/m}^3$ et $\rho_f = 1250 \text{ kg/m}^3$

$$d_m \approx 0,1 \text{ mm}$$

Cette valeur correspond sensiblement à celle du diamètre des filaments réels.
On aura également :

$$d_M = d_m \sqrt{R/r} \quad \text{et} \quad N = \frac{\pi r \rho_f}{2 \rho_g} \quad (7)$$

ETUDE DU POINCONNEMENT

Aspects théoriques

Le pénétrateur est appliqué au centre de l'échantillon ; ses dimensions sont supposées supérieures à celles des "pores" locaux, mais très inférieures à R.

La situation en poinçonnement est décrite sur la figure 3. Sous l'action d'une charge W_p les fils fictifs sont soumis à une tension T et leur déformation est

$$\varepsilon = (R' - R) / R$$

On trouve alors facilement que :

$$W_p = NT \cos \delta \approx NT \sqrt{2\varepsilon} \quad (8)$$

Si T_{rf} et ε_{rf} sont respectivement la tension et l'allongement à la rupture du fil fictif, la charge à la rupture W_{pr} devient :

$$W_{pr} = NT_{rf} \sqrt{2\varepsilon_{rf}} \quad (9)$$

On peut rapporter cette charge à la rupture à la surface sur laquelle elle est appliquée, par exemple à celle de la nappe centrale. Alors :

$$\frac{W_{pr}}{\pi r^2} = W'_{pr} = \frac{8 \rho_g \sigma_{rf} \sqrt{2\varepsilon_{rf}}}{\rho_f r} \quad (10)$$

où σ_{rf} est la contrainte à la rupture du fil réel de diamètre d_m . La contrainte à la rupture du géotextile est donc proportionnelle à la masse surfacique du géotextile et, si le fil était purement élastique, à $\sigma_{rf}^{3/2}$.

En textile, afin d'affranchir des inégalités de diamètre des fils, il est courant d'utiliser une "tension spécifique à la rupture" T_{sp} définie ainsi :

$$T_{sp} = T_{rf}/m_u$$

où m_u désigne la masse par unité de longueur du filament, ici au voisinage de la section la plus faible, c'est-à-dire r . Il vient alors :

$$\frac{W_{pr}}{\rho_g} = 2 \pi r T_{sp} \sqrt{2 \epsilon_{rf}} \quad (11)$$

T_{sp} est une valeur connue pour la plupart des filaments synthétiques.

Validation expérimentale

L'essai de poinçonnement a été mené en utilisant le mode compression du dynamomètre DY 25. La figure 4 représente le porte échantillon, sur lequel les géotextiles sont simplement fixés au moyen d'un collier de serrage, ainsi que les différents pénétrateurs coniques qui ont été employés.

Nous avons d'abord vérifié que la valeur de W_{pr} est indépendante du rapport de D (diamètre de l'échantillon) à d (diamètre de la base du pénétrateur). Ceci est le cas pour tous les échantillons, dès lors que $D/d \geq 7$. De même W_{pr} est indépendant de la vitesse de pénétration, mais notre équipement n'a pas permis de dépasser 2 mm/s (fig.5).

La proportionnalité à ρ_g est parfaitement observée, tant pour le Bidim que pour le Typar (fig. 6) ; ceci confirme un résultat antérieur obtenu par R.M. KOERNER. Il en est de même en ce qui concerne la proportionnalité à r en choisissant pour ce paramètre le rayon inférieur du poinçon (fig.7). Il n'a malheureusement pas été possible de faire varier σ_r et ϵ_r , ce qui constituerait un test déterminant pour cette approche.

Sur le plan quantitatif, il existe cependant un écart sensible entre les valeurs de W_{pr}/ρ_g mesurées (de l'ordre de 2500 N/(kg/m²) et calculées. Ceci est très certainement dû à la simplicité du modèle dont les liages sont mal pris en compte. On peut s'en affranchir en introduisant dans les formules précédentes un facteur correctif K (ne dépendant que du matériau) ou en laissant à r son rôle de paramètre ajustable au lieu de le prendre égal au rayon du poinçon.

RAYON DE DEGRADATION

Une fois le géotextile perforé ($W_p = W_{pr}$), le poinçon s'enfonce librement jusqu'à une position d'équilibre où la charge imposée W_{pr} est équilibrée par le frottement du poinçon sur les fils virtuels. On obtient alors facilement le rayon de dégradation R_d .

$$R_d = W_{pr} \cos \gamma / 4 \pi T \quad (12)$$

où γ est le demi angle au sommet du poinçon conique et μ le coefficient de frottement et où T' représente une charge par unité de longueur pour le fil virtuel (paramètre ajustable). La proportionnalité à $\cos \gamma$ est correctement vérifiée par l'expérience. Si l'on augmente à nouveau la charge, on peut présumer que la perforation s'agrandira par à coup, le rayon r de la nappe centrale se remplaçant par R_d , dans l'équation 11. C'est ce que suggère la fig. 8, mais notre installation expérimentale n'a pas permis de pousser à des enfoncements Δl plus élevés.

ETUDE DE LA TRACTION

Aspects théoriques

Le modèle géométrique consiste en un rectangle de hauteur H_0 et de largeur L_0 découpé dans le cercle original (fig.9). On conçoit alors l'existence de 2 situations : $L_0 < H_0$, où aucun fil virtuel ne joint les mors et $L_0 > H_0$, où un grand nombre de ces fils relie les 2 extrémités soumises à traction du géotextile ; on supposera ces fils perpendiculaires aux mors ; leur diamètre sera pris égal à d_m et ils sont juxtaposés les uns aux autres. La contribution des fils virtuels non reliés aux mors ou à un seul d'entre eux est considérée comme négligeable. Enfin, les contacts avec les 2 "fils" de lisière également virtuels sont sans frottement.

1) Cas où $L_0 < H_0$

Soit $2n$ le nombre de fils fictifs pris dans le mors ($n \gg 1$)

$$n = \frac{N}{2\pi} \text{Arctan } L_0/H_0 \quad (13)$$

La force appliquée W_t est équilibrée par la tension de ces fils :

$$W_t = 2 \sum_{k=1}^n T_k \quad (14)$$

où T_k est la projection de la tension T_k du fil fictif "k" sur la direction de W_t .

Soit ε la déformation longitudinale de l'éprouvette ($\varepsilon = H/H_0 - 1$), H étant la hauteur étirée. La déformation du fil k est alors :

$$\varepsilon_k = \varepsilon \cos^2 \alpha_{ok} \quad (15)$$

α_{ok} et α_k désignant l'angle entre le fil k de longueur initiale l_{ok} et la direction de W_t respectivement avant et après déformation.

En supposant purement élastique la déformation des fils fictifs de module d'YOUNG E , on trouve facilement :

$$T_k = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{8 \rho_g E l_{ok} \varepsilon_k}{N \rho_f L_n \frac{l_{ok}}{r}} \quad T'_k = T_k \cos \alpha_k \quad (16)$$

et finalement :

$$f_k = \frac{T'_k}{L_o} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^2 E \varepsilon \frac{\frac{a}{r}}{\left[1 + k^2 \frac{a^2}{n^2} \right] \ln \left(\frac{H_o}{r} \sqrt{1 + k^2 \frac{a^2}{n^2}} \right)} \quad (17)$$

avec $a = L_o / H_o$

Il est en effet d'usage de rapporter la force de traction à la largeur de l'échantillon ; donc :

$$F = \frac{W_t}{L_o} = 2 \sum_{k=1}^n f_k \quad (18)$$

La déformation du fil fictif "central" est égale à celle, ε , de l'échantillon, et est supérieure à celle de tous les autres fils. Il y aura rupture lorsque ce fil central rompra ; c'est-à-dire lorsque $\varepsilon = \varepsilon_{rf}$, $F = F_r$. Ceci est effectivement observé expérimentalement : la rupture est amorcée au centre de l'échantillon, sur des filaments sensiblement alignés avec la direction de traction.

La complexité des relations 17 et 18 n'est qu'apparente. En effet, après avoir exprimé n en fonction de (ρ_g / ρ_f) et de r au moyen des équations 7 et 13, il apparaît que W_t varie linéairement avec ρ_g (fig. 10)

2) Cas où $L_o > H_o$

Outre les fils fictifs, les fils virtuels situés à l'extérieur du cercle de diamètre H_o sont également sous tension. Leur nombre est

$$N_v = \frac{(L_o - H_o)}{d_m} \quad (19)$$

Ces fils virtuels sont parallèles à la direction de traction et introduisent une réaction

$$W_{iv} = N_v E \varepsilon \pi \frac{d_n^2}{4} \quad (20)$$

qui s'ajoute à la force W_t (équation 14)

Alors, en rapportant à nouveau la force à la largeur de l'échantillon, il vient :

$$F' = F + (1 - 1/a) E \varepsilon (\rho_g / \rho_f) \quad (21)$$

F étant proportionnel à ρ_g , F' l'est également. Il y a bien entendu continuité entre les solutions (18) et (21) comme le montre la figure 11 où F_r , respectivement F'_r sont représentées en fonction de $a = L_o / H_o$.

Validation expérimentale :

Validation expérimentale :

Les essais, comme ceux de déchirure amorcée, ont été menés au LRE de Nancy-Tomblaine. Nous avons vérifié que la force à la rupture F_r (respectivement F'_r) est indépendante de la vitesse (jusqu'à 2mm/s) et varie linéairement avec ρ_g comme le prévoit la théorie. Mais, dans le cas des Bidim, les droites expérimentales passent d'autant moins par l'origine que le rapport a est plus faible (Fig. 12). Par contre, le comportement des Typar (Fig. 13) est très proche des prédictions théoriques. De même, la variation de F avec L_0/H_0 dont on trouvera un exemple Fig. 14, est bien décrite par la théorie (cf. Fig. 10)

ETUDE DE LA DECHIRURE AMORCEE.

Aspects théoriques :

Le modèle géométrique est maintenant un réseau rectangulaire, cas particulier du modèle initial lorsque $R \rightarrow \infty$. Le diamètre des fils fictifs jointifs est alors uniforme et égal à d_m . Ce sont ces fils qui sont sous tension, les fils virtuels ne l'étant pas. Dans l'expérience de la déchirure amorcée, un échantillon trapézoïdal dans lequel est pratiquée une entaille préalable, est placé entre les mors d'un dynamomètre, et l'on peut constater l'existence d'une zone triangulaire où le fil est sous tension (Fig. 15).

Les résultats obtenus sont assez similaires à ceux de l'étude en traction. La force à la déchirure apparaît comme proportionnelle à ρ_g .

Validation expérimentale :

Comme dans le cas de la traction, la proportionnalité de la force à la déchirure à ρ_g est bien observée, et les courbes expérimentales passent par l'origine pour les Typar (Fig. 16) mais pas pour les Bidim (Fig. 17). Enfin, cette force varie en dents de scie lorsque l'échantillon devient très trapézoïdal (Fig. 18)

CONCLUSION.

Une approche géométrique relativement simple avec un seul paramètre ajustable permet de modéliser correctement quelques comportements mécaniques de géotextiles notamment thermoliés. Les écarts observés pour les matériaux aiguilletés nécessitent une approche plus complexe ou l'introduction de paramètres ajustables supplémentaires.

REMERCIEMENTS.

Ce travail a bénéficié d'une aide à la recherche du Ministère de la Recherche et de la Technologie (décision n° 87 F 059). Une partie des expériences a été menée au Laboratoire Régional de l'Équipement de Nancy Tomblaine et nous remercions Monsieur MATICHARD pour son aide et les discussions fructueuses que nous avons eues.

BIBLIOGRAPHIE.

J.P. GOURC : "Quelques aspects du comportement des géotextiles en mécanique des sols",
Thèse Dr. es.Sci., Université de Grenoble, 1982

R. VELDHUIJZEN, "Géotextiles and Geomembranes in Civil Engineering", ed. A.A.
Balkema, Rotterdam 1986

E. LEFLAIVE, J.L. PAUTE : "La mesure des caractéristiques de traction en vue des
applications pratiques". 2ème Congrès Int. Geotextiles, Las Vegas (1982), vol. 3, 733

D. LOUBINOUX, J. PUIG : "Comportement des geotextiles aux sollicitations localisées",
ibid, 851

R.M. KOERNER, M. J. MONTALEONE : "Resistance en poinçonnement et au choc de
geosynthétiques". 3e Congrès Int. Geotextiles, Wien (1986) vol 3, 677.

G. LOMBARD, A.ROLLIN, C. WOLFF : "Theoretical and expérimental opening sizes of
heat bonded geotextiles" Text. Res. J. (1989) 59, 208.

nappe virtuelle centrale

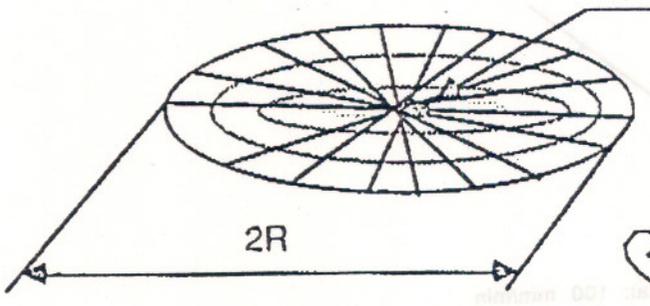


Fig. 2

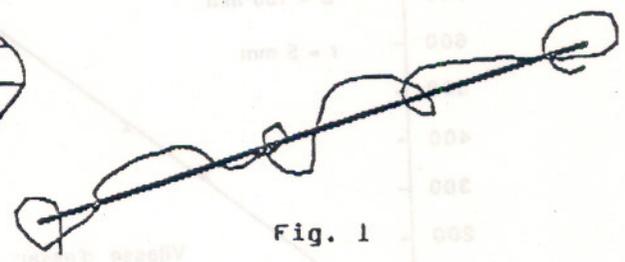


Fig. 1

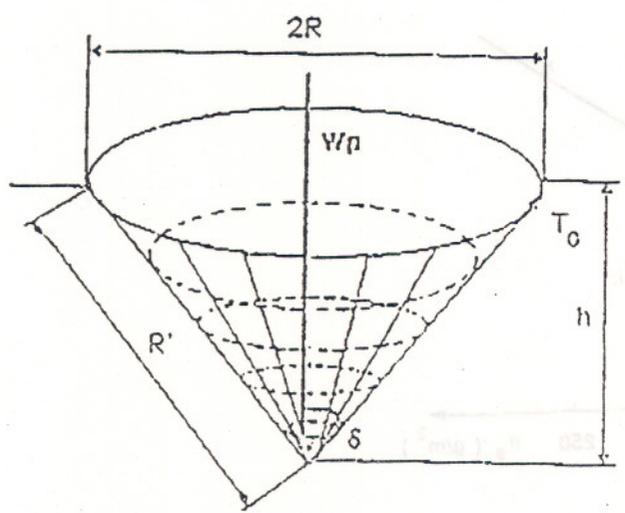


Fig. 3

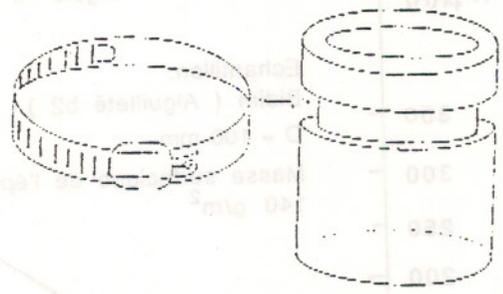
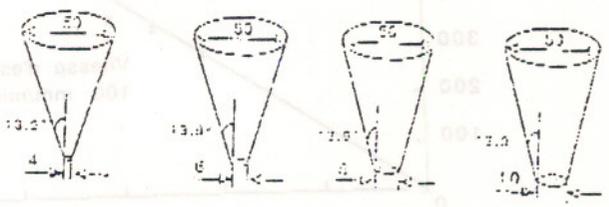
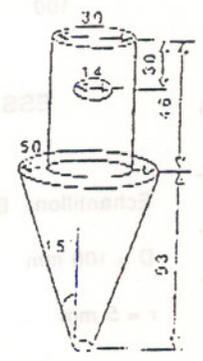


Fig. 4

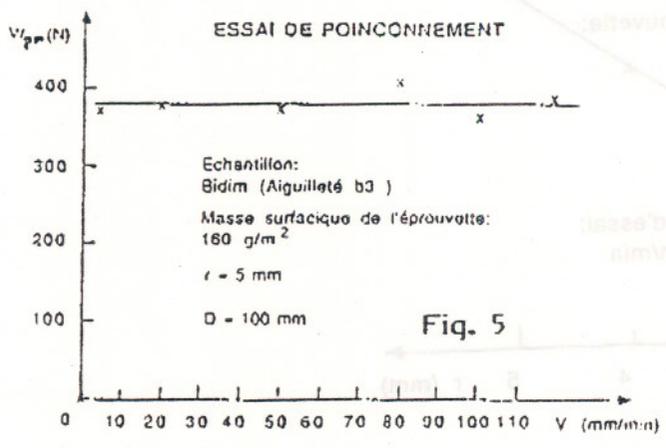
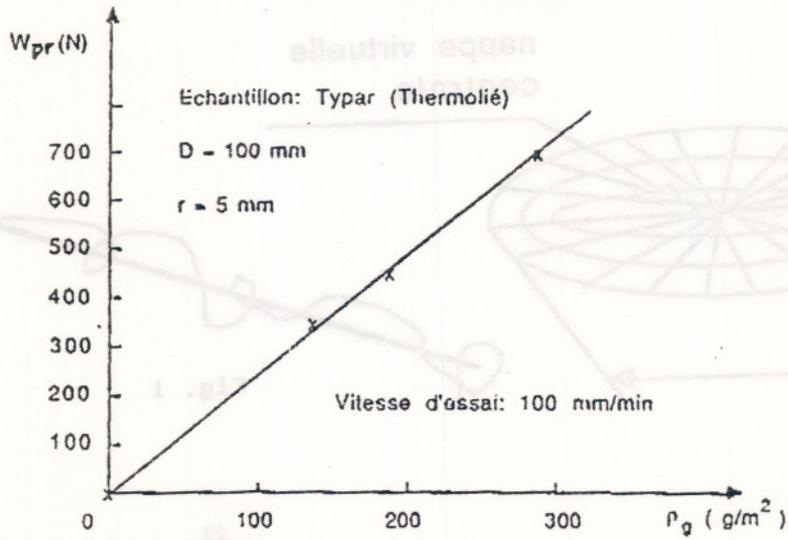


Fig. 5

ESSAI DE POINCONNEMENT



ESSAI DE POINCONNEMENT

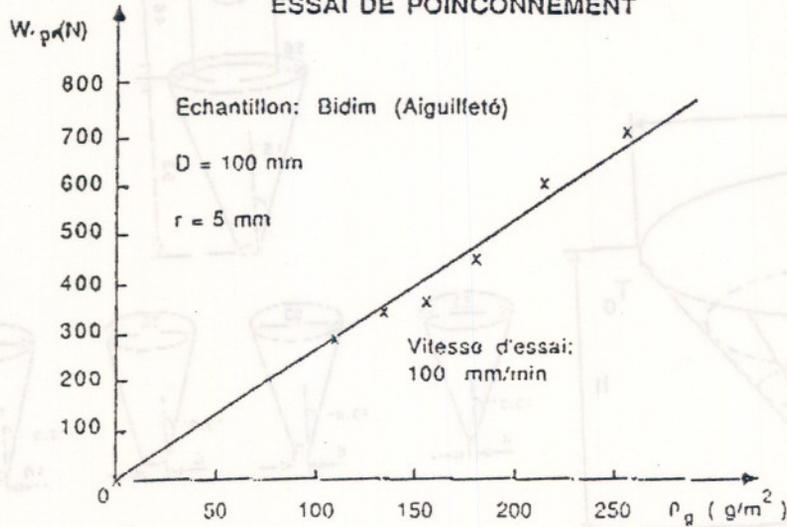


Figure 6

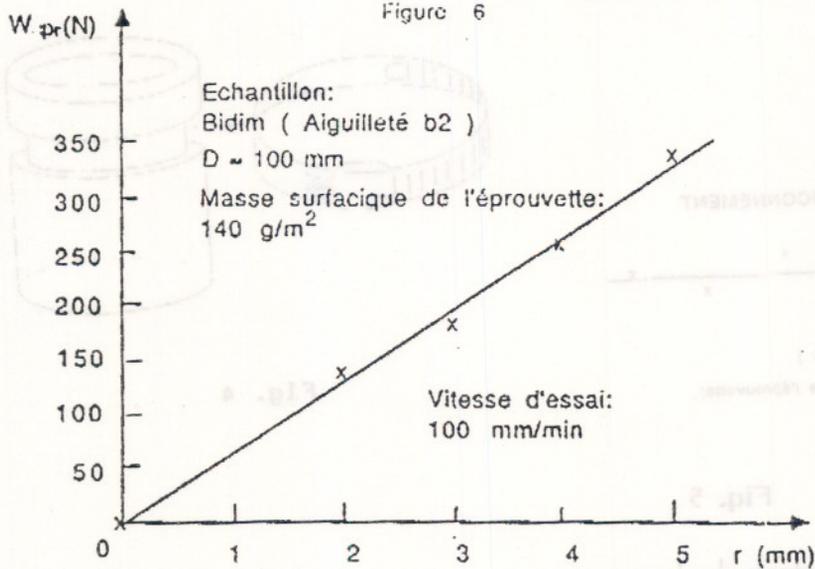


Figure 7

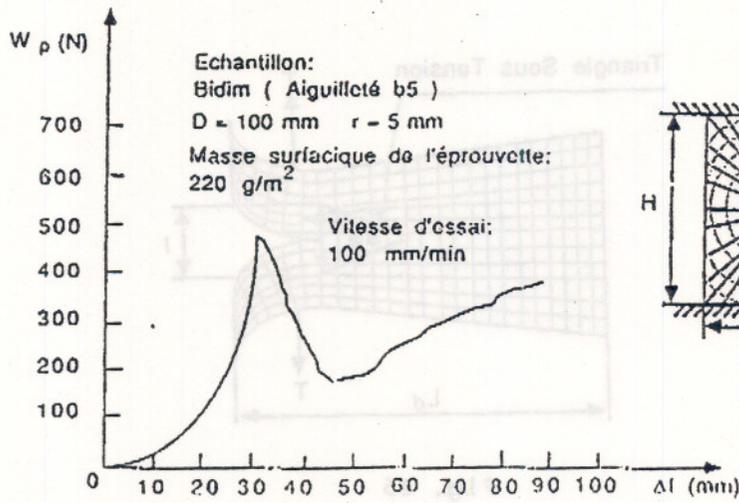


Fig. 8

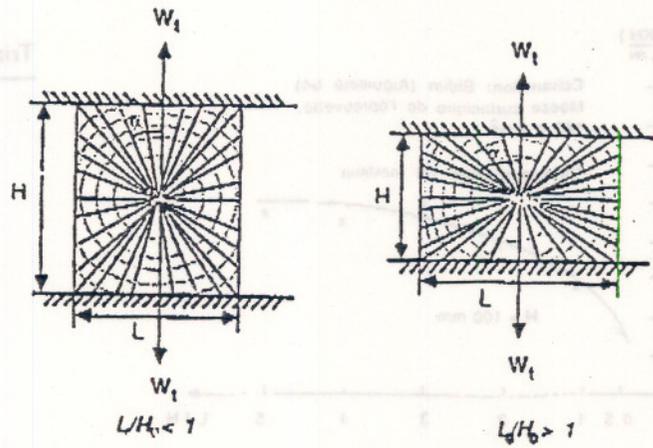


Fig. 9

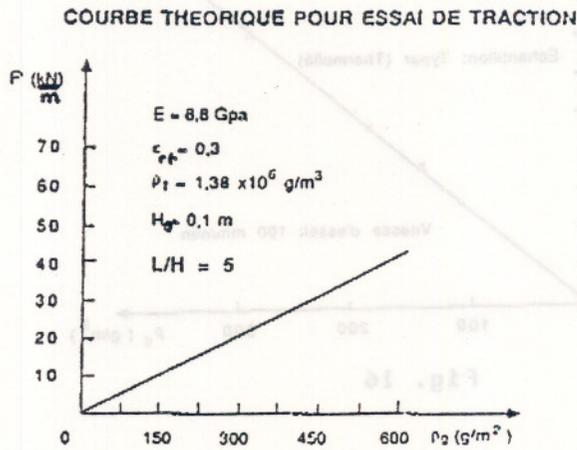


Fig. 10

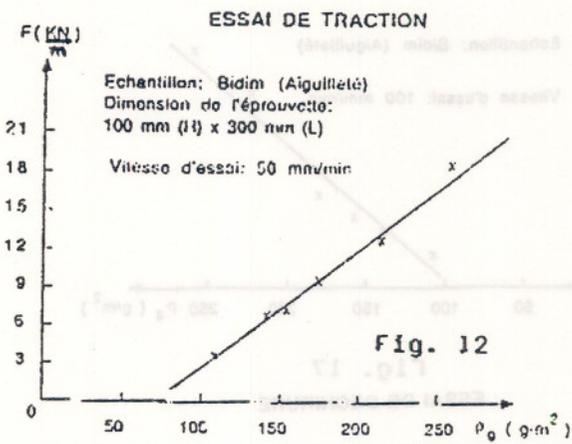


Fig. 12

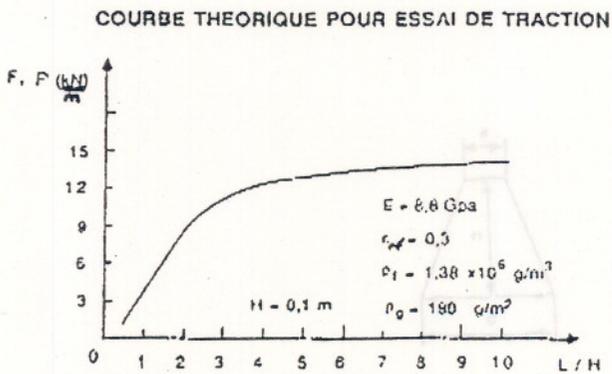


Fig. 11

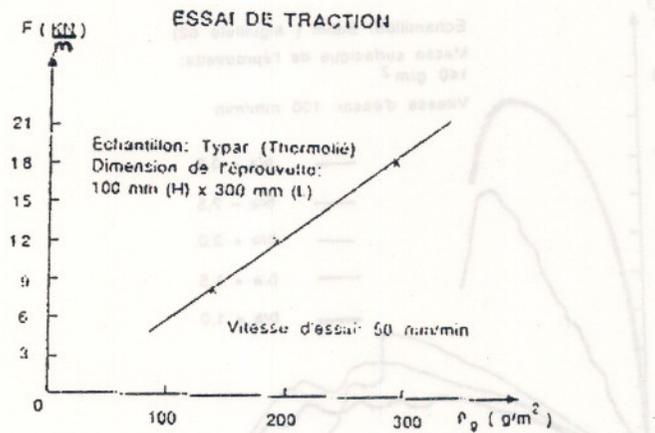


Fig. 13

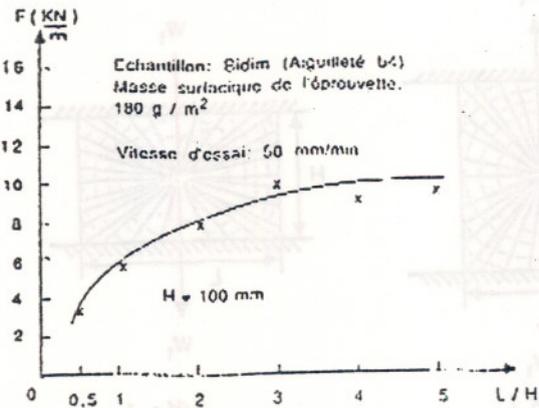


Fig. 14

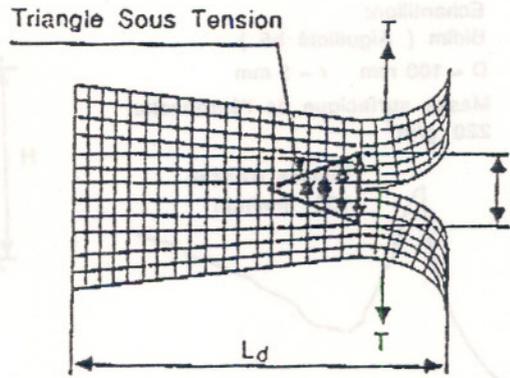


Fig. 15

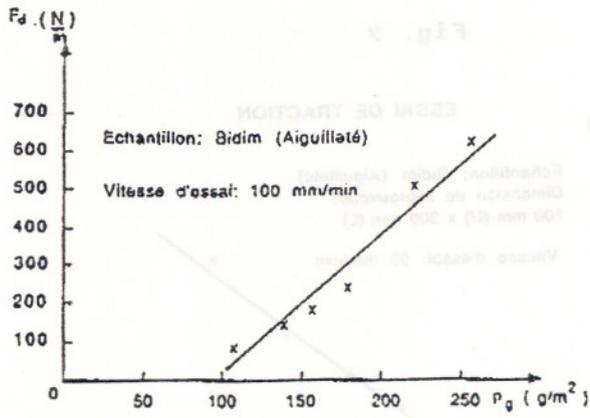


Fig. 17

ESSAI DE DECHIRURE

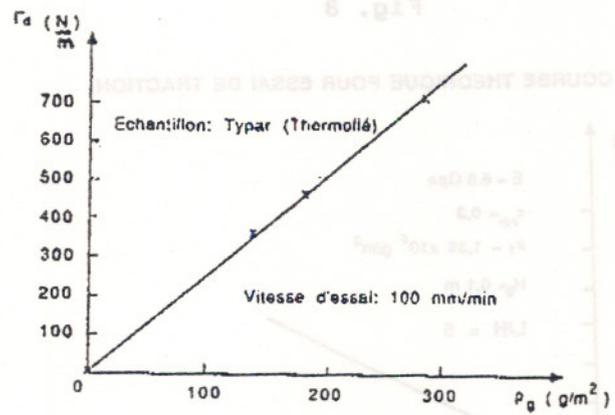
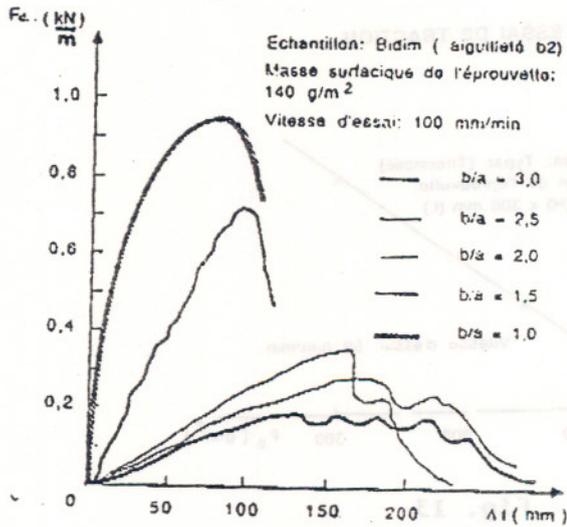
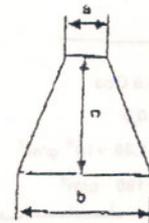


Fig. 16



Dimension de l'éprouvette:
(Longueur amorcée: 25 mm)
a = 100 mm c = 200 mm

Fig. 18



MODELE DE COMPORTEMENT CYCLIQUE THERMOVISCOPLASTIQUE POUR LES GEOMATERIAUX

AUTEURS:

H. MODARESSI, L. LALOU, D. AUBRY,

ADRESSES:

B. R. G. M.

B. R. G. M.

E. C. P. -L. M. S. S.

Résumé

Les études de faisabilité et de stabilité des ouvrages de stockage des déchets radioactifs nécessitent des modèles de comportement prenant en compte les variations de température. Nous présentons un modèle de comportement multimécanismes thermoviscoplastique qui résulte d'une analyse des résultats d'expériences existant dans la littérature. La dépendance des surfaces de charge de la température est prise en compte. Enfin, nous donnons quelques résultats de simulations numériques qui montrent les réponses qualitatives du modèle proposé.

Mots clés: thermoviscoplasticité, écoulement thermique, consolidation thermique

INTRODUCTION

De nombreuses applications géotechniques nécessitent des modèles de comportement prenant en compte des phénomènes à la fois mécanique, hydraulique et thermique.

Dans de tels modèles, la thermique est présente dans les relations de conservation de l'énergie, de la masse et de la quantité de mouvement (Modaressi *et al.*, 11). Dans cette dernière, le comportement effectif du sol vis-à-vis de la température est explicitement pris en compte.

Dans l'optique de mettre en évidence les principales caractéristiques des effets d'une variation de température sur le comportement effectif du sol, et afin d'éclaircir certaines contradictions notées dans la littérature, le B.R.G.M mène actuellement un travail expérimental sur des échantillons d'argile avec des cellules triaxiales thermiques dont les caractéristiques permettent d'atteindre environ 100 ° C en température et 20 MPa en pression.

LES EFFETS THERMOMECHANIQUES

Une variation de température peut provoquer des effets sensibles sur le sol. Lorsqu'un échantillon d'argile est soumis à une augmentation de température, deux phénomènes se produisent à peu près simultanément si l'échantillon est drainé et le chargement thermique suffisamment lent:

- d'une part, une dilatation thermique des constituants minéralogiques indépendamment de l'état de contraintes. Ce phénomène réversible est désigné par Thermoélasticité;

- d'autre part, une contraction irréversible due à un réarrangement des grains provoqué par la diminution de leur taille (par l'intermédiaire de la double couche) à cause de la rupture des liaisons interparticulaires entre les forces d'attraction de Van Der Waals et les forces de répulsion électriques des couches diffuses { Fleureau , 6 }. Ce phénomène désigné comme une Thermoplasticité, est d'autant plus sensible que l'indice des vides initial est plus élevé; cela se répercute sur la déformation thermique totale (bilan des deux types de déformations) qui ne donne qu'un tassement de l'échantillon pour des degrés de surconsolidation inférieurs à 2 (la partie thermoélastique devenant relativement très faible) { références 2,6 et 12 }. Ceci explique le fait que pour des échantillons normalement consolidés ou légèrement surconsolidés, une augmentation de température ne provoque qu'une consolidation, dite "consolidation thermique".

Dans le cas où le chargement thermique est rapide, ou que l'essai est non drainé, une augmentation de température entraîne le développement de pressions interstitielles dues à la fois à la dilatation de l'eau et des constituants minéralogiques pouvant aller jusqu'à la rupture de l'échantillon { Hueckel *et al.* , 9 }.

FORMULATION THERMOMECHANIQUE

Les effets de la variation de température peuvent être pris en compte dans une formulation thermomécanique globale. Pour la compréhension du processus, nous allons prendre l'exemple simple de la thermoélastoplasticité. Ainsi le taux de déformation totale peut être décomposé en une partie réversible et une autre irréversible :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^{Te} + \dot{\epsilon}_{ij}^{Tp} \quad (1)$$

$\dot{\epsilon}_{ij}^{Te}$ est le taux de déformation thermoélastique donné par :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{Te} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \delta_{ij} \quad (2)$$

où $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ est le taux de déformation élastique isotherme ($= D^{-1} \dot{\sigma}$), β_s la dilatation volumique thermique, \dot{T} l'incrément de température et δ_{ij} le symbole de Kronecker.

$\dot{\epsilon}_{ij}^{Tp}$ est le taux de déformation thermoplastique : $\dot{\epsilon}_{ij}^{Tp} = \lambda \psi$; avec $\lambda(\sigma, T, \alpha, \dot{\epsilon})$ le multiplicateur plastique et $\psi(\sigma, T, \alpha)$ la direction de cet incrément de déformation, α étant l'ensemble des variables internes susceptibles de modifier la surface de charge $f(\sigma, T, \alpha)$. Ce taux a été formulé par Prager { 13 } comme étant, dans l'hypothèse de loi associative, :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{Tp} = \frac{1}{H} (\partial_T f \cdot \dot{T} + \partial_{\sigma_{ij}} f \cdot \dot{\sigma}_{ij}) \partial_{\sigma_{ij}} f \quad (3)$$

le scalaire H est le module plastique pouvant être déterminé à partir de l'équation de consistance.

En substituant les équations (2) et (3) dans l'équation (1), on obtient:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = D_{ijkl}^{-1} \dot{\sigma}_{kl} + \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \delta_{ij} + \frac{1}{H} (\partial_T f \cdot \dot{T} + \partial_{\sigma_{ij}} f \cdot \dot{\sigma}_{ij}) \partial_{\sigma_{ij}} f$$

d'où l'incrément de contrainte résultant d'une sollicitation thermomécanique :

$$\dot{\sigma}_{kl} = D_{kl ij} \dot{\epsilon}_{ij} - D_{kl ij} \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \delta_{ij} - \frac{D_{kl ij}}{H} (\partial_T f \cdot \dot{T} + \partial_{\sigma_{ij}} f \cdot \dot{\sigma}_{ij}) \partial_{\sigma_{ij}} f \quad (4)$$

En développant le terme entre parenthèses de la dernière relation, on trouve:

$$\partial_T f \cdot \dot{T} + \partial_{\sigma_{ij}} f \cdot \dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial_T f \cdot \dot{T} + \partial_{\sigma_{kl}} f D_{kl ij} (\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \delta_{ij})}{1 + \partial_{\sigma_{mn}} f \frac{D_{mnpq}}{H} \partial_{\sigma_{pq}} f}$$

ce qui donne dans l'expression (4):

$$\dot{\sigma}_{kl} = D_{kl ij} (\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \delta_{ij}) - \frac{D_{kl ij} \partial_{\sigma_{ij}} f \partial_T f \cdot \dot{T}}{H + \partial_{\sigma_{mn}} f D_{mnpq} \partial_{\sigma_{pq}} f} - \frac{D_{kl uv} \partial_{\sigma_{uv}} f \partial_{\sigma_{st}} f D_{st ij} (\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \delta_{ij})}{H + \partial_{\sigma_{mn}} f D_{mnpq} \partial_{\sigma_{pq}} f}$$

Cette relation s'écrit sous la forme :

$$\dot{\sigma}_{kl} = D_{kl ij}^{\text{ep}} (\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \delta_{ij}) - D_{kl}^{\text{tep}} \dot{T} \quad (5)$$

avec D_{kl}^{ep} la matrice isotherme d'élastoplasticité
 D_{kl}^{tep} la matrice de thermoplasticité. Elle est nulle quand la surface de charge ne dépend pas explicitement de la température, on parlera alors de thermoélastoplasticité avec surface de charge isotherme.

LOI DE COMPORTEMENT THERMOVISCOPLASTIQUE

Dans le but de modéliser correctement le comportement thermomécanique des sols, de nombreux travaux ont été menés depuis quelques années. A l'ISMES (Italie) une équipe de recherche a développé une loi de comportement thermoélastoplastique à partir du modèle de Cam-clay modifié { Hueckel *et al.*, 8 }. Sujit et Senol { 14 } ont présenté un travail théorique sur l'introduction de la température dans le critère de Von Mises. Nous notons aussi la théorie du processus cinétique proposée par Mitchell *et al.* { 10 } qui, avec une approche théorique de l'influence de la température sur les sols, arrivent à expliquer des résultats expérimentaux et proposer des lois d'évolution pour certains paramètres mécaniques.

Ici, nous présentons un modèle thermoviscoplasticité généralisant le modèle isotherme viscoplasticité cyclique multimécanisme présenté par Aubry *et al.* { 1 }. La formulation de cette loi de comportement se fait ainsi:

Thermoélasticité

La partie thermoélastique est décomposée en deux parties comme l'indique l'équation (2), l'une correspond à une élasticité mécanique non linéaire isotrope et dont les modules sont supposés indépendants de la température; l'autre à une élasticité thermique qui ne provoque que de la dilatation, qui est celle des constituants minéralogiques. Les valeurs des coefficients de la dilatation volumique thermique varient d'un minéral à un autre, et elles sont fonction à la fois de la pression et de la température. Comme le modèle correspond à un comportement macroscopique continu du sol nous adoptons une valeur moyenne et constante pour tous les minéraux { Duncan *et al.*, 5 } :

$$\beta_s = 5.10^{-5} (\text{°C}^{-1}).$$

Thermoplasticité

La partie plastique du modèle est à trois mécanismes de déformations plastiques déviatoires en déformations planes dans trois plans orthogonaux et un mécanisme de consolidation purement volumique. Ces quatre mécanismes sont activés aussi bien pendant les chargements primaires que cycliques. La décomposition se fait dans un repère fixe, et chaque mécanisme déviatoire sera équivalent à un critère de Mohr-Coulomb relativement au plan correspondant. Elle se caractérise par le fait que chaque mécanisme a une variable d'écroutissage liée aux distorsions qui lui est propre et il y a un écroutissage en densité qui est commun aux quatre mécanismes.

Les expériences montrent que la variation de température a un double effet sur le comportement du sol, l'un isotrope et l'autre déviatoire. La figure 1, d'après Campanella et Mitchell [3], présente les résultats de consolidations isotropes réalisées à différentes températures sur l'illite.

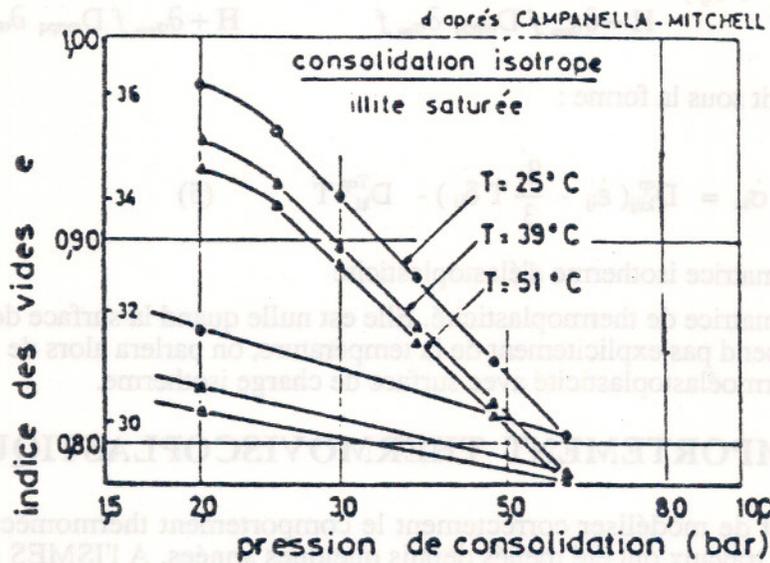


Figure 1 : Consolidations isotropes à différentes températures.

On remarque que, pour une pression donnée, on a une diminution de l'indice des vides avec l'augmentation de la température. Le mécanisme sollicité par cela est le mécanisme isotrope qui ne produit que des déformations volumiques pures:

$$\dot{\epsilon}_{iso}^{Tvp} = -\frac{1}{3} \left\langle \frac{\left(\frac{f(T)_{iso}}{f_0} \right)^n}{\mu_v(T)} \right\rangle I$$

En chargement primaire isotrope, la surface de charge est de la forme:

$$f_{iso}^M(p, T, \epsilon_v^p, r_{iso}^M) = \left| \frac{p}{d(T) p_c(\epsilon_v^p)} \right| - r_{iso}^M$$

et durant le chargement cyclique:

$$f_{iso}^C(p, T, \epsilon_v^p, r_{iso}^C, D, n) = \left| \frac{p}{d(T) p_c(\epsilon_v^p)} - (D - n r_{iso}^C) \right| - r_{iso}^C$$

avec :

r_{iso} degré de mobilisation du mécanisme ($0 \leq r_{iso} \leq 1$)

- D dernière valeur de r au changement de sens du chargement
- n normale extérieure correspondante
- f_0 état de contraintes de référence
- n paramètre de viscosité
- P_c pression critique: $p_c = p_{c0} \exp(\beta \epsilon_v P)$
où p_{c0} est la pression critique initiale et β le module de compressibilité plastique.
- $\mu_v(T)$ viscosité volumique fonction de la température: $\mu_v(T) = \eta \exp(\zeta/T)$
- $d(T)$ mesure de la distance entre les courbes d'état critique et de consolidation vierge isotrope dans le plan (e-p) pour une température T donnée.

Du fait de la diminution de cette distance $d(T)$, lors d'une augmentation de température, et de l'indépendance de la compressibilité plastique vis-à-vis de cette dernière (les droites de consolidations restent parallèles entre elles) l'évolution de $d(T)$ peut être formulée par:

$$d(T) = d_0 \exp(-\beta \chi(T))$$

où d_0 est la valeur à température ambiante (T_0) et $\chi(T)$ la fonction d'évolution de la variation de l'indice des vides en fonction de la température. Pour la déterminer, nous présentons sur la figure 2 des courbes tirées d'essais de consolidation à différentes températures sur l'illite { Campanella *et al.*, 3 }, l'argile de Vallauris { Fleureau , 6 } et sur l'argile noire { Despax , 4 }.

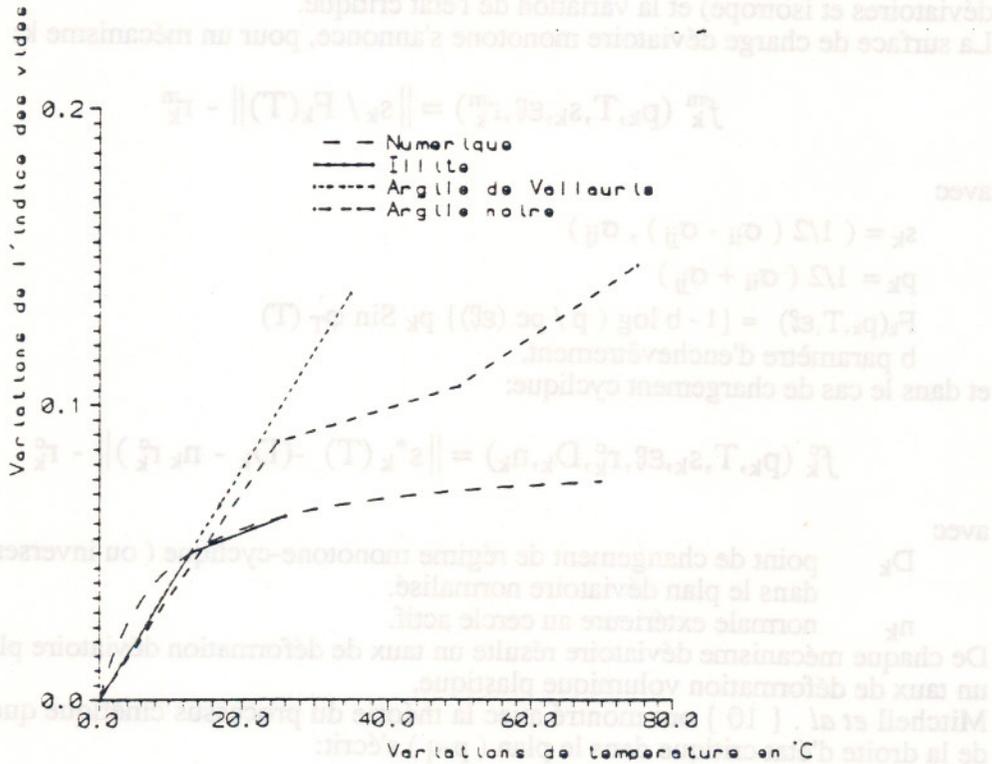


Figure 2 : Consolidation thermique sur différent sols.

On remarque que la tendance est plus ou moins différente d'un matériau à un autre. Nous proposons pour cela deux approches pour estimer cette fonction. Dans le cas où la variation de l'indice des vides avec la température tendrait vers une valeur asymptotique, nous opterons pour une relation de la forme:

$$\chi(T) = \frac{T - T_0}{a(T - T_0) + b}$$

où a et b seront des paramètres numériques intrinsèques à chaque type de sol. C'est le cas de l'illite dont la fonction représentative a été tracée sur la figure 2. Dans le cas contraire, au lieu de se donner une fonction d'évolution, nous prendrons l'ensemble des points expérimentaux dont nous disposons et nous en ferons une fonction continue à partir du lissage de la courbe.

Le fonctionnement de ce mécanisme se fait de la façon suivante: le point de charge est positionné sur la surface de charge isotrope, une augmentation de la température provoque la diminution du paramètre d, et déclenche ainsi les mécanismes d'écroutissage plastiques. Cette diminution du paramètre d entraîne la diminution de la surface de charge (c'est la surface de charge qui va vers le point), cela peut être aisément constaté en se mettant dans le cas d'une augmentation de température seulement. L'équation de consistance s'écrit:

$$\partial_t f = \partial_T f \cdot \dot{T} + \partial_{\varepsilon^p} f \cdot \dot{\varepsilon}^p$$

et nous remarquons que $\partial_T f$ ne peut être que positive.

Les expériences montrent également une variation dans la résistance au cisaillement lors d'une augmentation de température. Nous prenons cela en compte au niveau de l'évolution de la surface de charge déviatoire par l'intermédiaire de deux paramètres: la déformation volumique plastique (terme de couplage entre les mécanismes déviatoires et isotrope) et la variation de l'état critique.

La surface de charge déviatoire monotone s'annonce, pour un mécanisme k:

$$f_k^m(p_k, T, s_k, \varepsilon^p, r_k^m) = \|s_k / F_k(T)\| - r_k^m$$

avec

$$s_k = (1/2 (\sigma_{ii} - \sigma_{jj}), \sigma_{ij})$$

$$p_k = 1/2 (\sigma_{ii} + \sigma_{jj})$$

$$F_k(p_k, T, \varepsilon^p) = \{1 - b \log(p / p_c(\varepsilon^p))\} p_k \sin \phi_T'(T)$$

b paramètre d'enchevêtrement.

et dans le cas de chargement cyclique:

$$f_k^c(p_k, T, s_k, \varepsilon^p, r_k^c, D_k, n_k) = \|s_k^*(T) - (D_k - n_k r_k^c)\| - r_k^c$$

avec

D_k point de changement de régime monotone-cyclique (ou inversement) dans le plan déviatoire normalisé.

n_k normale extérieure au cercle actif.

De chaque mécanisme déviatoire résulte un taux de déformation déviatoire plastique et un taux de déformation volumique plastique.

Mitchell *et al.* { 10 } ont montré avec la théorie du processus cinétique que la pente de la droite d'état critique dans le plan (p-q) s'écrit:

$$M = M_0 + T(a + b \log \dot{\varepsilon}_1)$$

où M_0 est la pente à température ambiante. Si on opère à vitesse constante ε_1 , M varie linéairement avec la température, ce qui est vérifié dans les résultats que présente Hicher { 7 } (figure 3) pour la variation de l'angle de frottement à l'état critique en fonction de la température.

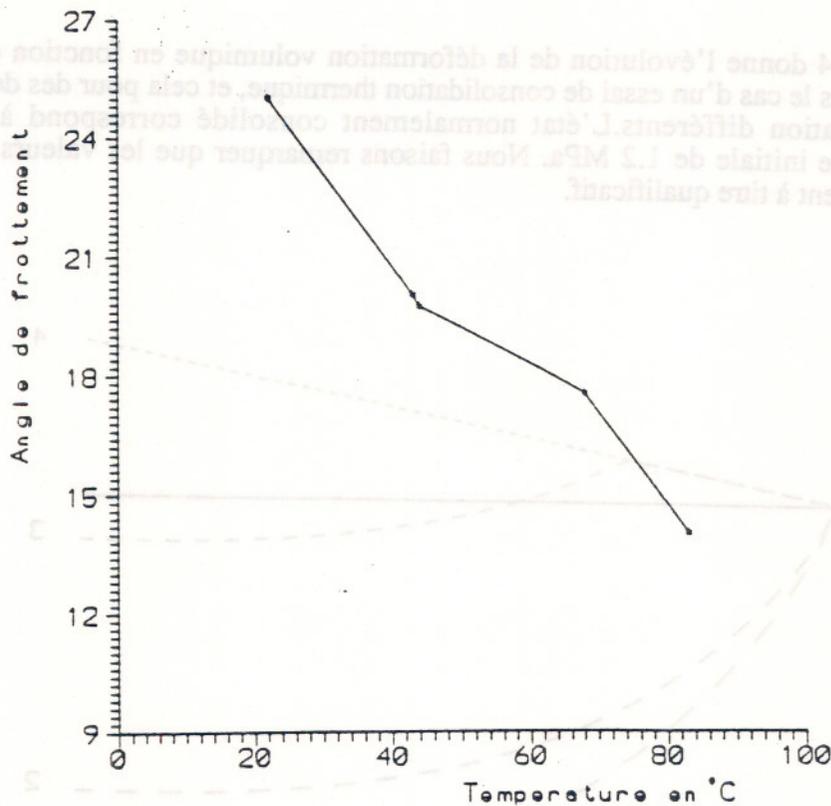


Figure 3 : Variation de l'angle de frottement à l'état critique

Despax { 4 } propose, à partir de résultats expérimentaux sur de l'argile noire, la relation suivante pour la variation de l'angle de frottement à l'état critique :

$$\phi_r (T) = 29.5^\circ - 0.195 T$$

L'évolution des surfaces de charge déviatoires se fait par la combinaison des deux paramètres cités précédemment. Ainsi, l'augmentation de la déformation volumique plastique résultant du mécanisme isotrope augmente la compactance du milieu, alors que la diminution de l'angle de frottement à l'état critique fait diminuer le déviateur et de là, la résistance au cisaillement. Certaines expériences { Hueckel et *al.*, 9 } ont montré que le bilan de ces deux effets opposés peut provoquer une très faible variation, voire négligeable, du déviateur avec la température.

Au niveau du modèle, la diminution du déviateur entraîne le point de charge à l'intérieur de la surface primaire. Il se positionnera ainsi sur une surface cyclique tangente au point de charge initial. Tant que la température augmente, le point de charge continuera à se situer à l'intérieur de la surface de charge primaire isotherme et cela sur des surfaces cycliques de plus en plus grandes, en mobilisant de plus en plus les mécanismes d'érouissage thermoplastiques.

RESULTATS NUMERIQUES

Dans cette section, nous présentons des résultats de simulations numériques sur des chemins de sollicitations volumique et déviatoires, dans des conditions drainées. Dans le cas des sols argileux, où la viscosité est un paramètre important du comportement, le phénomène physique résultant d'une variation thermique est difficile à décrire sans une séparation entre la contribution de l'évolution de la viscosité et des autres paramètres; pour cela, nous isolons la partie visqueuse, en ne prenant pas en compte son évolution avec la température.

La figure 4 donne l'évolution de la déformation volumique en fonction de la température dans le cas d'un essai de consolidation thermique, et cela pour des degrés de surconsolidation différents. L'état normalement consolidé correspond à une pression critique initiale de 1.2 MPa. Nous faisons remarquer que les valeurs sont données seulement à titre qualitatif.

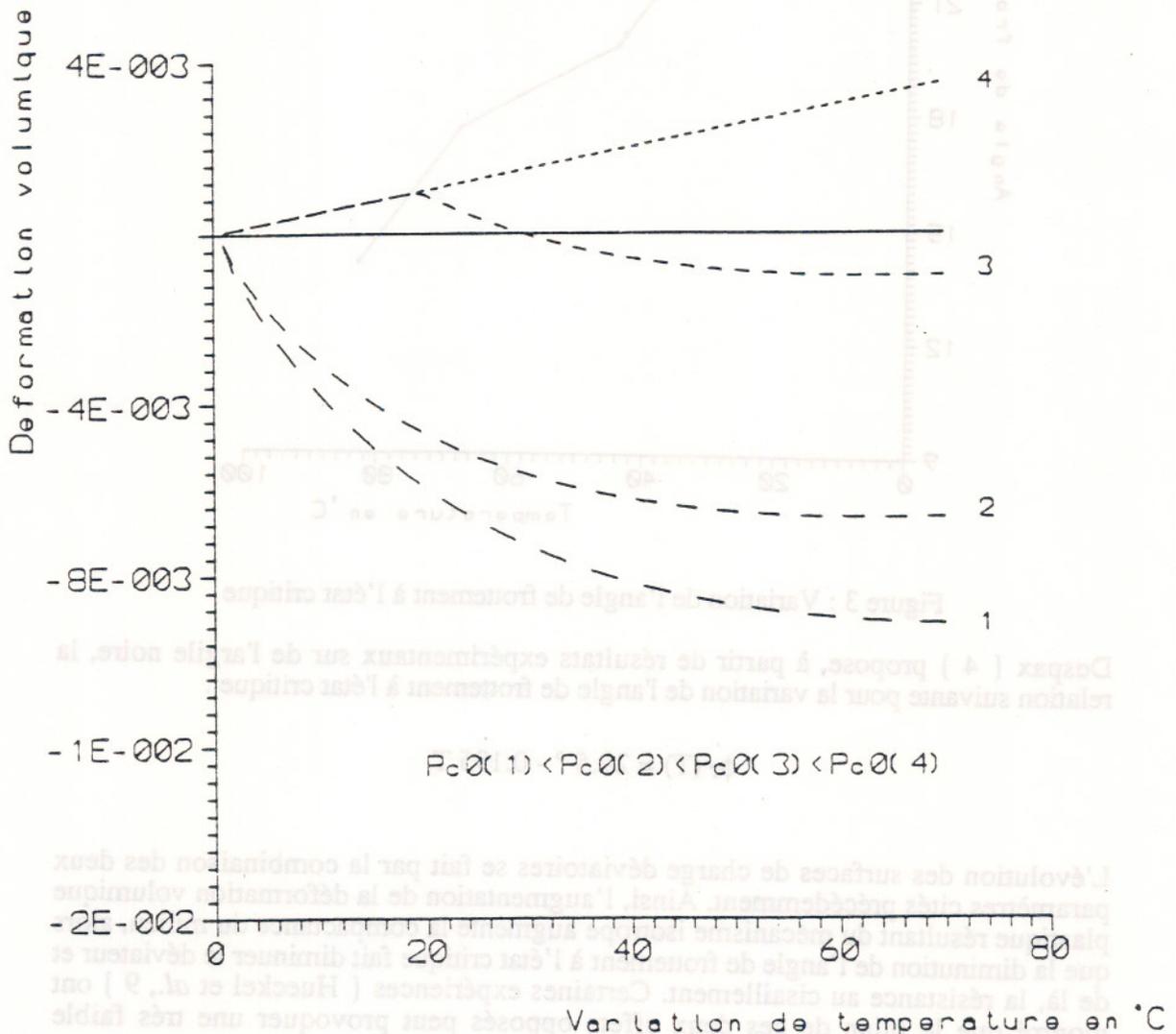


Figure 4: Consolidations thermiques à divers pressions critiques initiales.

Nous notons que l'échantillon se tasse d'autant plus que son degré de surconsolidation est petit. Pour la courbe 3, après une première phase thermoélastique, le milieu commence à se plastifier, et change ainsi de tendance. Pour la courbe 4, le milieu était tellement compact qu'il s'est comporté entièrement en thermoélasticité.

Les figures 5 et 6 donnent l'évolution dans les plans, respectivement, $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ et $(\epsilon_1 - \epsilon_v)$ pour trois essais triaxiaux à déformations imposées réalisés à différentes températures.

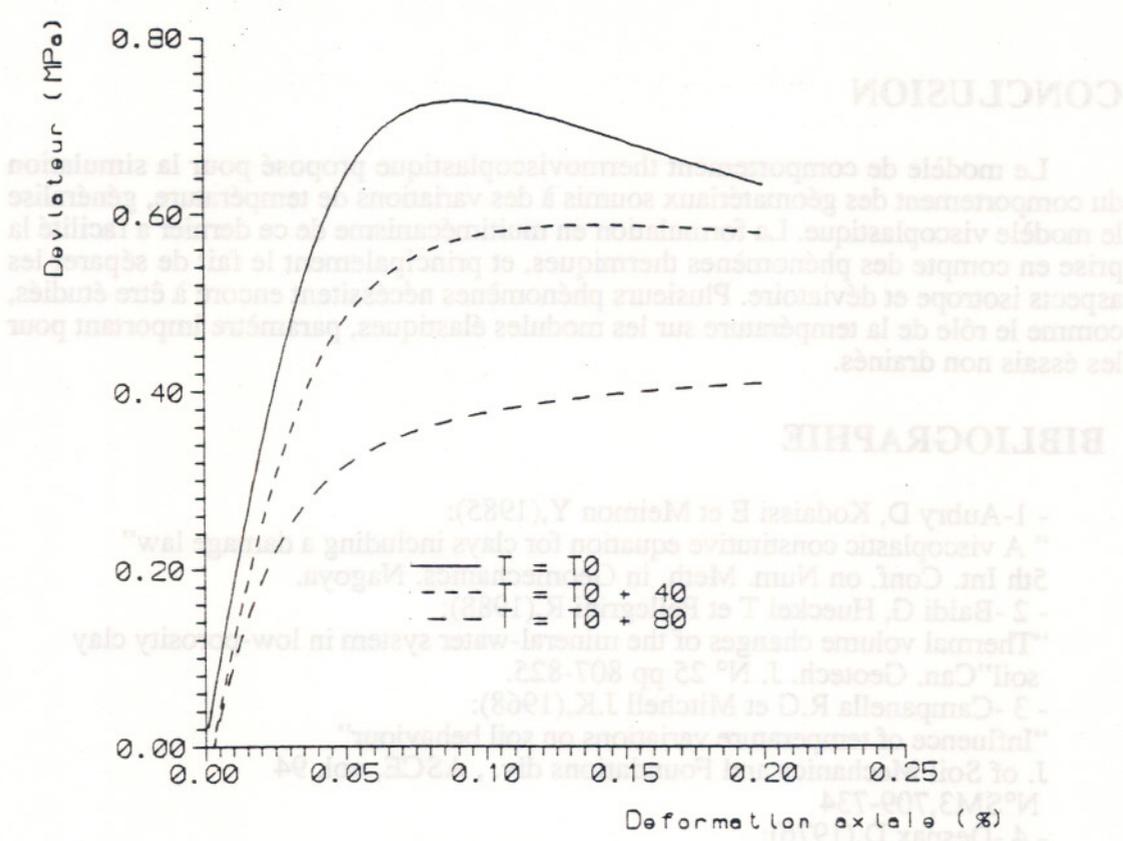


Figure 5 : Essais triaxiaux à différentes températures dans le plan (q - ϵ_1).

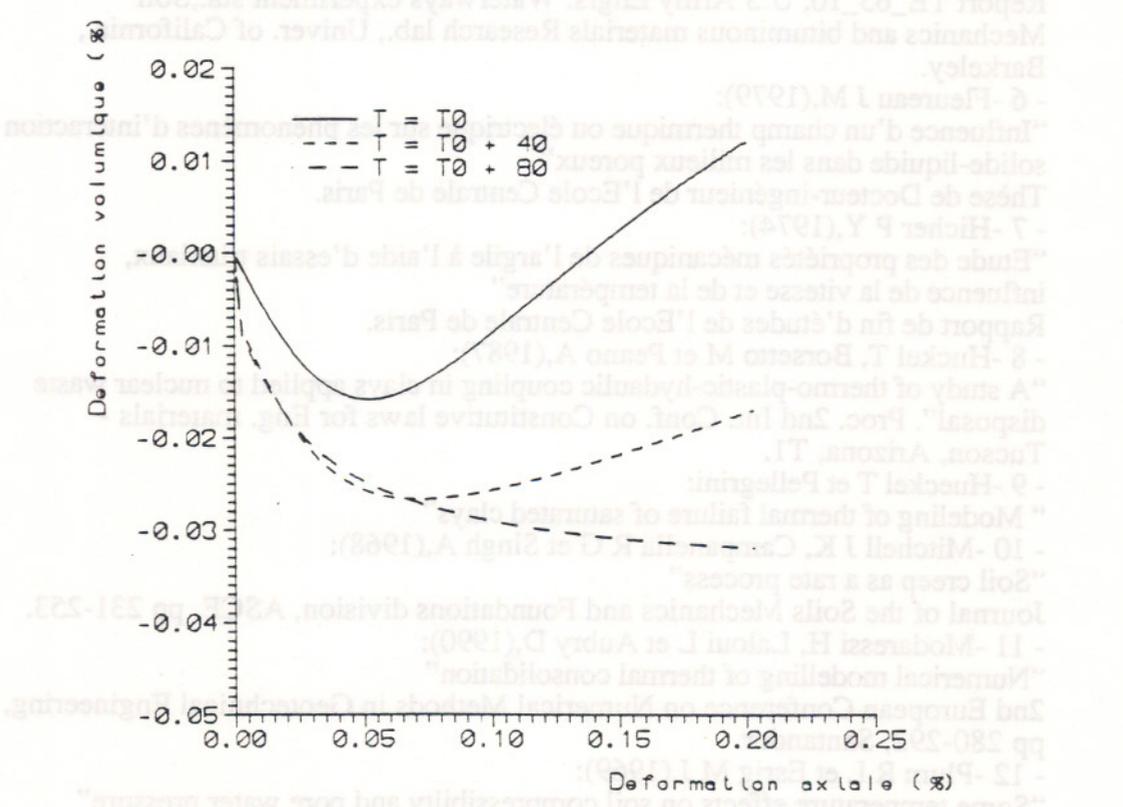


Figure 5 : Essais triaxiaux à différentes températures dans le plan (ϵ_1 - ϵ_v).

CONCLUSION

Le modèle de comportement thermoviscoplastique proposé pour la simulation du comportement des géomatériaux soumis à des variations de température, généralise le modèle viscoplastique. La formulation en multimécanisme de ce dernier a facilité la prise en compte des phénomènes thermiques, et principalement le fait de séparer les aspects isotrope et déviatoire. Plusieurs phénomènes nécessitent encore à être étudiés, comme le rôle de la température sur les modules élastiques, paramètre important pour les essais non drainés.

BIBLIOGRAPHIE

- 1-Aubry D, Kodaissi E et Meimon Y,(1985):
" A viscoplastic constitutive equation for clays including a damage law"
5th Int. Conf. on Num. Meth. in Geomechanics. Nagoya.
- 2 -Baldi G, Hueckel T et Pellegrini R,(1988):
"Thermal volume changes of the mineral-water system in low-porosity clay soil" Can. Geotech. J. N° 25 pp 807-825.
- 3 -Campanella R.G et Mitchell J.K,(1968):
"Influence of temperature variations on soil behaviour"
J. of Soil Mechanics and Foundations div. , ASCE, vol. 94
N°SM3,709-734
- 4 -Despax D,(1976):
"Influence de la température sur les propriétés mécaniques des argiles saturées"
Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris.
- 5 -Duncan J M et Campanella R G,(1965):
"The effect of temperature changes during undrained tests"
Report TE_65_10, U.S Army Engrs. Waterways experiment sta., Soil
Mechanics and bituminous materials Research lab., Univer. of California ,
Barkeley.
- 6 -Fleureau J M,(1979):
"Influence d'un champ thermique ou électrique sur les phénomènes d'interaction
solide-liquide dans les milieux poreux"
Thèse de Docteur-ingénieur de l'Ecole Centrale de Paris.
- 7 -Hicher P Y,(1974):
"Etude des propriétés mécaniques de l'argile à l'aide d'essais triaxiaux,
influence de la vitesse et de la température"
Rapport de fin d'études de l'Ecole Centrale de Paris.
- 8 -Huckel T, Borsetto M et Peano A,(1987):
"A study of thermo-plastic-hydraulic coupling in clays applied to nuclear waste
disposal". Proc. 2nd Int. Conf. on Constitutive laws for Eng. materials -
Tucson, Arizona, T1.
- 9 -Hueckel T et Pellegrini:
" Modeling of thermal failure of saturated clays"
- 10 -Mitchell J K, Campanella R G et Singh A,(1968):
"Soil creep as a rate process"
Journal of the Soils Mechanics and Foundations division, ASCE, pp 231-253.
- 11 -Modaressi H, Laloui L et Aubry D,(1990):
"Numerical modelling of thermal consolidation"
2nd European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering,
pp 280-292, Santander.
- 12 -Plum R L et Esrig M J,(1969):
"Some temperature effects on soil compressibility and pore water pressure"
Highway Research Board, sp. Rpt 103 , pp 231-242.
- 13 -Prager W,(1958):

“Non-Isothermal plastic deformation “
Koninklijke Nederland Akademie Van Wetenschappen Te Amsterdam
Proceedings of the section of sciences - B,61.
- 14 -Sujit K Ray et Senol U,(1989):
“ A numerical model for thermo-elasto-plastic behaviour of a material”
International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol 28, 1103-1114

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT ANISOTROPE DU BOIS SECHE

AUTEURS:

A. OUDJEHANE, J. RACLIN

ADRESSES:

Laboratoire de Thermique et ThermoMécanique des Matériaux, Montluçon

RESUME

L'objet de notre communication est de développer une étude théorique et expérimentale, du comportement de milieux anisotropes consolidés, à partir d'une application au bois de chêne.

Mots-clés:

Anisotropie-Consolidation-Représentation de Fonctions

Tensorielles-Loi de Comportement-Critère de Plasticité.

INTRODUCTION.

Le bois est une matière vivante qui nous entoure mais également un matériau technologique très utilisé en construction notamment .

Le bois est la matière ligneuse qui constitue l'essentiel de l'arbre. Par son mode de croissance, le bois présente généralement une anisotropie de structure dont les causes sont diverses: alternance des cernes d'hiver et d'été, anisotropie de l'orientation des fibres, anisotropie de la porosité....

Cette anisotropie de la structure a pour conséquence une anisotropie des propriétés mécaniques. On reconnaît que le bois présente une anisotropie mécanique du type orthotrope.

Lorsque le bois, matériau hygroscopique est soumis à des sollicitations mécanosorptives (désorption ou absorption) l'anisotropie de la structure évolue en fonction de l'état hygroscopique et de l'état des déformations induites entraînant des modifications de l'anisotropie du comportement mécanique.

Ce phénomène de "consolidation", quand le transfert de masse d'humidité s'opère librement, va entraîner non seulement une évolution du degré de l'anisotropie mais également une évolution du type d'anisotropie, suivant l'orientation des sollicitations par rapport à la direction du squelette.

En Mécanique des Milieux Continus Non Linéaire, une formulation rationnelle et objective du comportement de milieux poreux consolidés, peut être développée dans le cadre de la théorie de représentation des fonctions tensorielles anisotropes.

On considère la réponse mécanique du matériau (contrainte) comme une fonction tensorielle du tenseur taux de déformation, du tenseur de consolidation qu'on introduit associé à l'hygroscopie du matériau.

Cette approche permet d'établir les expressions les plus générales des lois de comportement sous formes invariantes et de préciser le nombre minimal et le type de variables indépendantes devant être observées au cours des essais.

Notre étude aborde deux approches du comportement du bois:

La première approche, théorique, définit les lois de comportement du bois en général. Nous nous limitons dans ce cadre au comportement plastique avec une application du critère de TSAI au bois consolidé.

La seconde, expérimentale, présente le comportement du bois à une humidité constante lorsqu'il est soumis à une sollicitation mécanique de compression simple. Nous présentons à cet effet les critères de résistance d'un tel bois afin de vérifier l'application au bois des critères de plasticité.

FORMULATION GENERALE DU COMPORTEMENT DU BOIS.

Nous considérons le bois comme un solide simple, homogène et orthotrope, dans sa configuration initiale non déformée correspondant au taux d'humidité du point de saturation des fibres (PSF) [2].

Les directions privilégiées du milieu sont définies par les vecteurs unitaires ($\underline{V}_1, \underline{V}_2, \underline{V}_3$) deux à deux orthogonaux correspondants aux directions radiale et tangente aux cernes de croissance et longitudinale dans la direction des fibres (Fig.1).

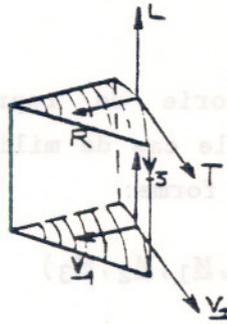


Fig.1. Directions privilégiées du bois

Nous supposons que, lors du processus de séchage irréversible, le matériau est soumis à une sollicitation mécanosorptive \underline{C} .

Le tenseur \underline{C} , appelé tenseur de "consolidation" est introduit par rapport à la configuration de référence initiale. Il dépend du tenseur des déformations de retrait thermohygroscopique \underline{E} , par :

$$\underline{C} = f(\underline{E}) \quad (1)$$

où \underline{E} est un tenseur symétrique du second ordre dont les directions principales coïncident avec les directions privilégiées du milieu.

Si, par suite d'un séchage, on soumet une pièce de bois de chêne sec à une sollicitation mécanique, le comportement du bois peut être décrit en considérant le tenseur des contraintes \underline{T}^* comme une fonction tensorielle d'une variable cinématique tensorielle \underline{D}^* .

Les tenseurs \underline{D}^* et \underline{T}^* symétriques du second ordre, respectivement tenseurs des contraintes et des déformations, écrits par rapport à la configuration intermédiaire du bois séché sont ramenés dans la configuration initiale par :

$$\underline{T} = \underline{R}^t \cdot \underline{T}^* \cdot \underline{R} \quad \text{et} \quad \underline{D} = \underline{R}^t \cdot \underline{D}^* \cdot \underline{R} \quad (2)$$

où \underline{R} est le tenseur rotation de la décomposition polaire du gradient de la déformation de consolidation par séchage.

Nous nous limitons, dans le cadre de notre étude, au cas où les directions principales de \underline{C} conservent une orientation fixe par rapport aux axes privilégiés du matériau, c'est à dire que :

$$\underline{R} = \underline{I} \quad \underline{T} = \underline{T}^* \quad \text{et} \quad \underline{D} = \underline{D}^* \quad (3)$$

Les tenseurs de structure ($\underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3$) prenant en compte l'anisotropie initiale orthotrope, sont introduits dans la configuration initiale.

Pour un milieu consolidé, tel le bois séché, le comportement mécanique va dépendre de l'histoire des déformations à travers le tenseur de consolidation \underline{C} .

Par l'application de la théorie de représentation des fonctions tensorielles anisotropes [1] et dans le cas de milieux orthotropes, la loi de comportement peut être écrite sous la forme:

$$\underline{T} = \underline{F}(\underline{D}, \underline{C}, \underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3) \quad (4)$$

$$\underline{C} = \underline{G}(\underline{E}, \underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3) \quad (5)$$

Sur la base du principe d'isotropie de l'espace [1] les fonctions tensorielles \underline{F} et \underline{G} sont respectivement isotropes par rapport à l'ensemble de leurs arguments $(\underline{D}, \underline{C}, \underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3)$ et $(\underline{E}, \underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3)$ mais représentent des fonctions orthotropes par rapport aux seuls arguments $(\underline{D}, \underline{C})$ et (\underline{E}) respectivement.

Dans le cas orthotrope (non nécessairement polynomial) une représentation irréductible de la fonction \underline{F} et de la loi de comportement (4) est donnée par :

$$\begin{aligned} \underline{T} = & g_1 \cdot \underline{M}_1 + g_2 \cdot \underline{M}_2 + g_3 \cdot \underline{M}_3 + g_4 (\underline{M}_1 \underline{D} + \underline{D} \underline{M}_1) + g_5 (\underline{M}_2 \underline{D} + \underline{D} \underline{M}_2) + g_6 (\underline{M}_3 \underline{D} + \underline{D} \underline{M}_3) \quad (6) \\ & + g_7 (\underline{M}_1 \underline{C} + \underline{C} \underline{M}_1) + g_8 (\underline{M}_2 \underline{C} + \underline{C} \underline{M}_2) + g_9 (\underline{M}_3 \underline{C} + \underline{C} \underline{M}_3) + g_{10} \cdot \underline{D}^2 + g_{11} \cdot \underline{C}^2 + \\ & + g_{12} (\underline{C} \underline{D} + \underline{D} \underline{C}) . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_i = & g_i (\text{tr} \underline{M}_1 \underline{D}, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{D}, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{D}, \text{tr} \underline{M}_1 \underline{D}^2, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{D}^2, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{D}^2, \text{tr} \underline{D}^3, \text{tr} \underline{C}^3, \\ & \text{tr} \underline{D} \underline{C}^2, \text{tr} \underline{D}^2 \underline{C}, \text{tr} \underline{M}_1 \underline{C}, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{C}, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{C}, \text{tr} \underline{M}_1 \underline{C}^2, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{C}^2, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{C}^2, \\ & \text{tr} \underline{M}_1 \underline{T} \underline{C}, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T} \underline{C}, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T} \underline{C}) \end{aligned}$$

Cette forme canonique invariante constitue la forme la plus générale de la loi de comportement de milieux consolidés.

Comme exemple d'application, nous spécifions cette loi en plasticité non linéaire du milieu consolidé bois séché.

Une étude similaire en élasticité a déjà été établie [4].

COMPORTEMENT PLASTIQUE.

Pour obtenir à la fois les formes générales du critère de plasticité et de la loi d'écoulement plastique exprimant le comportement plastique, on introduit la condition d'homogénéité d'ordre zéro par rapport au temps dans la forme (6).

La seule variable cinématique étant le tenseur \underline{D} des vitesses de déformation, la loi de comportement est nécessairement homogène d'ordre zéro par rapport à \underline{D} , c'est à dire:

$$\frac{d\mathbf{T}}{d\mathbf{D}} = 0 \quad \text{si} \quad \frac{d\mathbf{T}}{d\mathbf{D}} \neq 0 \quad (7)$$

La loi de comportement (6) peut être inversée [5] et donner par l'introduction de la condition d'homogénéité (7) la forme générale de la loi d'écoulement d'un milieu orthotrope, exprimant le tenseur des vitesses de déformations à une grandeur multiplicative près.

De plus la condition d'homogénéité impose une relation entre les invariants de base pour \mathbf{D} , donc entre les invariants de base pour \mathbf{T} [5]. Cette relation entre les invariants de base pour \mathbf{T} constitue la forme la plus générale du critère de plasticité dans le cas d'un milieu orthotrope consolidé.

En inversant la relation (6), on obtient la loi d'écoulement plastique exprimant le tenseur \mathbf{D} des vitesses de déformation comme fonction tensorielle du tenseur des contraintes \mathbf{T} , du tenseur de consolidation (ou des sollicitations mécanosorptives) \mathbf{C} et des tenseurs de structure $(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3)$:

$$\frac{\mathbf{D}}{\sqrt{\text{tr}\mathbf{D}^2}} = h_1 \cdot \mathbf{M}_1 + h_2 \cdot \mathbf{M}_2 + h_3 \cdot \mathbf{M}_3 + h_4 (\mathbf{M}_1 \mathbf{T} + \mathbf{T} \mathbf{M}_1) + h_5 (\mathbf{M}_2 \mathbf{T} + \mathbf{T} \mathbf{M}_2) + h_6 (\mathbf{M}_3 \mathbf{T} + \mathbf{T} \mathbf{M}_3) + h_7 (\mathbf{M}_1 \mathbf{C} + \mathbf{C} \mathbf{M}_1) + h_8 (\mathbf{M}_2 \mathbf{C} + \mathbf{C} \mathbf{M}_2) + h_9 (\mathbf{M}_3 \mathbf{C} + \mathbf{C} \mathbf{M}_3) + h_{10} \cdot \mathbf{T}^2 + h_{11} \cdot \mathbf{C}^2 + h_{12} (\mathbf{C} \mathbf{T} + \mathbf{T} \mathbf{C}).$$

$$h_i = h_i (\text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{T}, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{T}, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{T}, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{T}^2, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{T}^2, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{T}^2, \text{tr}\mathbf{T}^3, \text{tr}\mathbf{C}^3, \text{tr}\mathbf{T}^2 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{T} \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{T} \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{T} \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{T} \mathbf{C}) \quad (8)$$

La relation entre les invariants de la base $(\mathbf{T}, \mathbf{C}, \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3)$ exprimant le critère de plasticité s'écrit:

$$f(\text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{T}, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{T}, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{T}, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{T}^2, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{T}^2, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{T}^2, \text{tr}\mathbf{T}^3, \text{tr}\mathbf{C}^3, \text{tr}\mathbf{T}^2 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{T} \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{C}^2, \text{tr}\mathbf{M}_1 \mathbf{T} \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_2 \mathbf{T} \mathbf{C}, \text{tr}\mathbf{M}_3 \mathbf{T} \mathbf{C}) = 0 \quad (9)$$

L'ensemble de ces invariants représente les variables essentielles indépendantes devant être observées au cours d'essais expérimentaux, afin de spécifier le critère pour chaque type de matériau et en ce qui nous concerne, celui du bois séché.

Afin de pouvoir interpréter les essais réalisés sur du bois non séché et supposé à un taux d'humidité constant, nous analysons le comportement de

ce bois lorsqu'il est soumis à une sollicitation mécanique \underline{D} , dans le cadre de la plasticité parfaite non linéaire.

Pour obtenir le comportement du bois non séché, ou d'un milieu non consolidé, à partir des équations précédemment établies, il suffit de considérer le cas où le tenseur \underline{C} est nul ($\underline{C}=0$).

La loi de comportement en plasticité parfaite adjointe à la condition d'homogénéité s'écrit:

$$\underline{T} = g_1 \cdot \underline{M}_1 + g_2 \cdot \underline{M}_2 + g_3 \cdot \underline{M}_3 + g_4 (\underline{M}_1 \underline{D} + \underline{D} \underline{M}_1) + g_5 (\underline{M}_2 \underline{D} + \underline{D} \underline{M}_2) + g_6 (\underline{M}_3 \underline{D} + \underline{D} \underline{M}_3) + g_7 \cdot \underline{D}^2 \quad (10)$$

$$g_i = g_i (\text{tr} \underline{M}_1 \underline{D}, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{D}, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{D}, \text{tr} \underline{M}_1 \underline{D}^2, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{D}^2, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{D}^2, \text{tr} \underline{D}^3).$$

De la même façon, la loi d'écoulement plastique, exprimant le tenseur des vitesses de déformations, fonction des tenseurs de contraintes et de structure caractérisant l'orthotropie initiale, s'écrit:

$$\underline{D} = h_1 \cdot \underline{M}_1 + h_2 \cdot \underline{M}_2 + h_3 \cdot \underline{M}_3 + h_4 (\underline{M}_1 \underline{T} + \underline{T} \underline{M}_1) + h_5 (\underline{M}_2 \underline{T} + \underline{T} \underline{M}_2) + h_6 (\underline{M}_3 \underline{T} + \underline{T} \underline{M}_3) + h_7 \cdot \underline{T}^2 \sqrt{\text{tr} \underline{D}^2} \quad (11)$$

Le critère de plasticité (9), établissant la relation entre les invariants de la base $(\underline{T}, \underline{C}, \underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3)$, s'écrit:

$$f(\text{tr} \underline{M}_1 \underline{T}, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T}, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}, \text{tr} \underline{M}_1 \underline{T}^2, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T}^2, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}^2, \text{tr} \underline{T}^3) = 0 \quad (12)$$

Cette relation représente la forme la plus générale du critère de plasticité d'un bois non consolidé.

Les critères de plasticité généralement acceptés, tels MISES, TSAI ou HILL, sont exprimés par des formes quadratiques et ou linéaires des composantes du tenseur des contraintes [3].

Dans notre application au bois non séché, nous spécifions la forme (12) en ne tenant pas compte de l'influence de l'invariant $(\text{tr} \underline{T}^3)$; nous écrivons (12) sous la forme:

$$f(\text{tr} \underline{M}_1 \underline{T}, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T}, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}, \text{tr} \underline{M}_1 \underline{T}^2, \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T}^2, \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}^2) = 0 \quad (13)$$

Pour pouvoir faire une application de la plasticité du bois, nous nous référons au critère de TSAI en le formulant en fonction des six invariants introduits dans (13).

CRITERE DE RUPTURE DE TSAI.

En Sciences de l'Ingénieur, l'utilisation du critère de rupture de TSAI, se fait généralement dans le cas de chargements simples. Ce critère est représentatif de la limite de rupture et d'élasticité de matériaux tel que le bois .

Dans le repère d'axes privilégiés (v_1, v_2, v_3) , le critère de TSAI, est une fonction quadratique et linéaire des composantes de l'état de contraintes [3], sous la forme:

$$F_1(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + F_2(\sigma_{33}-\sigma_{22})^2 + F_3(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2 + 2.F_4.\sigma_{12}^2 + 2.F_5.\sigma_{23}^2 + 2.F_6.\sigma_{13}^2 + F_7.\sigma_{11} + F_8.\sigma_{22} + F_9.\sigma_{33} = 1 \quad (14)$$

Les termes linéaires en composantes des contraintes, prennent en compte les changements de signe des contraintes.

Les F_i ($i=1, \dots, 9$) représentent 9 coefficients caractéristiques du matériau. La détermination de ces coefficients nécessite des essais dans des directions multiples: par exemple 9 essais de compression simple dans 9 directions particulières, par rapport aux directions privilégiées.

Dans le repère d'axes (v_1, v_2, v_3) , les invariants du critère peuvent s'écrire:

$$\begin{aligned} \text{tr} \underline{M}_1 \underline{T} &= \sigma_{11} & \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T} &= \sigma_{22} & \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T} &= \sigma_{33} \\ \text{tr} \underline{M}_1 \underline{T}^2 &= \sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 & \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T}^2 &= \sigma_{12}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2 \\ \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}^2 &= \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{33}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

A partir de (14) et (15), une formulation du critère de TSAI en fonction des invariants de la base $(\underline{T}, \underline{M}_1, \underline{M}_2, \underline{M}_3)$ est:

$$a_1.(\text{tr} \underline{M}_1 \underline{T})^2 + a_2.(\text{tr} \underline{M}_2 \underline{T})^2 + a_3.(\text{tr} \underline{M}_3 \underline{T})^2 + a_4.\text{tr} \underline{M}_1 \underline{T}^2 + a_5.\text{tr} \underline{M}_2 \underline{T}^2 + a_6.\text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}^2 + a_7.(\text{tr} \underline{M}_2 \underline{T} \cdot \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}) + a_8.(\text{tr} \underline{M}_1 \underline{T} \cdot \text{tr} \underline{M}_3 \underline{T}) + a_9.(\text{tr} \underline{M}_1 \underline{T} \cdot \text{tr} \underline{M}_2 \underline{T}) + a_{10}.\text{tr} \underline{M}_1 \underline{T} + a_{11}.\text{tr} \underline{M}_2 \underline{T} + a_{12}.\text{tr} \underline{M}_3 \underline{T} = 1$$

où:

$$\begin{aligned}
a_1 &= F_1 + F_3 - a_4; & a_2 &= F_1 + F_2 - a_5; & a_3 &= F_2 + F_3 - a_6; & (16) \\
a_4 &= F_4 - F_5 + F_6; & a_5 &= F_4 + F_5 - F_6; & a_6 &= F_6 + F_5 - F_4; \\
a_7 &= 2 \cdot F_2; & a_8 &= 2 \cdot F_6; & a_9 &= 2 \cdot F_1; \\
a_{10} &= F_7; & a_{11} &= F_8; & a_{12} &= F_9;
\end{aligned}$$

Le bois, matériau orthotrope, présente trois plans de symétrie orthogonaux: (R,T), (L,T) et (R,L). Une restriction à des essais dans les axes selon un de ces plans, entraîne une simplification de la forme (16) du critère de TSAI.

Nous considérons le cas d'essais de compression simple dans le plan (R,T), où α représente l'angle entre l'axe de l'éprouvette (direction de l'effort) et la direction tangente aux cernes de croissance.

Dans ce cas, l'expression des invariants (15) se réduit à :

$$\begin{aligned}
\text{tr} M_1 T &= \sigma_c \cdot \sin^2 \alpha = \text{tr} T \cdot \sin^2 \alpha & (17) \\
\text{tr} M_2 T &= \sigma_c \cdot \cos^2 \alpha = \text{tr} T \cdot \cos^2 \alpha \\
\text{tr} M_1 T^2 &= \sigma_c^2 \cdot \sin^2 \alpha = (\text{tr} T)^2 \cdot \sin^2 \alpha \\
\text{tr} M_2 T^2 &= \sigma_c^2 \cdot \cos^2 \alpha = (\text{tr} T)^2 \cdot \cos^2 \alpha
\end{aligned}$$

Le critère de plasticité (13) est réduit à une fonction de 2 paramètres:

$$f(\text{tr} T, \alpha) = 0 \quad (18)$$

Le critère de TSAI est spécifié en fonction de la limite de rupture en compression (σ_c) et de l'angle α par:

$$\begin{aligned}
\sigma_c^2 \{ & (a_1 \cdot \sin^4 \alpha + a_2 \cdot \cos^4 \alpha + a_4 \cdot \sin^2 \alpha + a_5 \cdot \cos^2 \alpha) + & (19) \\
& + a_9 \cdot (\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha) \} + \sigma_c (a_{10} \cdot \sin^2 \alpha + a_{11} \cdot \cos^2 \alpha) = 1
\end{aligned}$$

Cette relation (19), ne fait apparaître que 7 constantes (a_k).

Des essais de compression simple sur des échantillons prélevés dans le plan (R,T), selon 7 directions particulières, nous permettent de définir le critère de TSAI dans ce plan.

C'est l'objet de notre approche expérimentale.

ETUDE EXPERIMENTALE

Le but est de déterminer les résistances directionnelles en compression du bois à différents taux d'humidité.

Les premiers résultats concernent les résistances et le comportement du bois de chêne en compression simple à un taux d'humidité constant.

METHODE EXPERIMENTALE.

Le comportement mécanique du bois de chêne en compression simple est obtenu à partir d'essais sur des éprouvettes prismatiques de dimensions 20x20x40 mm.

Les éprouvettes sont découpées dans le plan (R,T) selon 7 directions (α), par rapport aux directions privilégiées de l'éprouvette (directions tangente et radiale aux cernes).

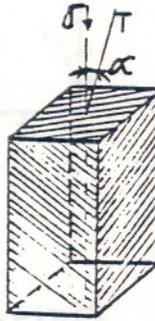


Fig.2.Eprouvette d'essais.

Ces directions (α) sont respectivement:

0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° et 90°

RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Les essais de compression simple sur des éprouvettes de bois de chêne selon 7 directions particulières dans le plan (R,T), nous ont permis de déterminer les résistances limites du bois dans ces directions, pour un taux d'humidité constant. Ce taux d'humidité correspond à:

H=49%

Les contraintes limites obtenues sont données dans le Tableau I.

TABLEAU.I.Contraintes limites expérimentales.							
α (°)	0	15	30	45	60	75	90
σ_c (MPa)	12.6	7.8	10.5	17.1	11.5	13.1	11.3

Ces valeurs correspondent aux contraintes maximales observées durant l'essai de compression et sont obtenues à partir des courbes contraintes-déformations données ci-dessous.

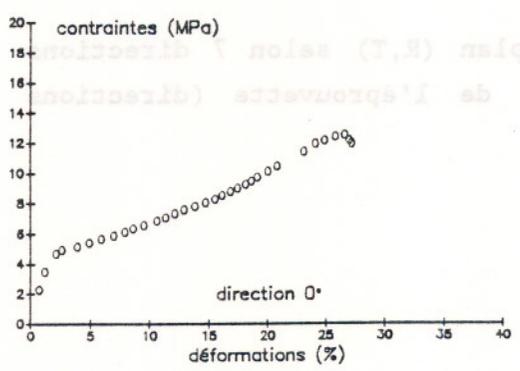


Fig3.Courbe contraintes déformations dans la direction tangentielle $\alpha=0^\circ$.

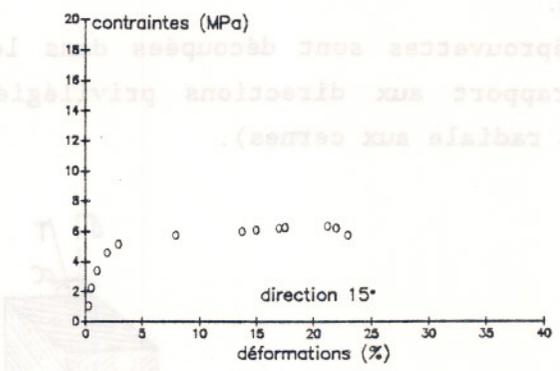


Fig.4.Courbe contraintes déformations dans la direction $\alpha=15^\circ$.

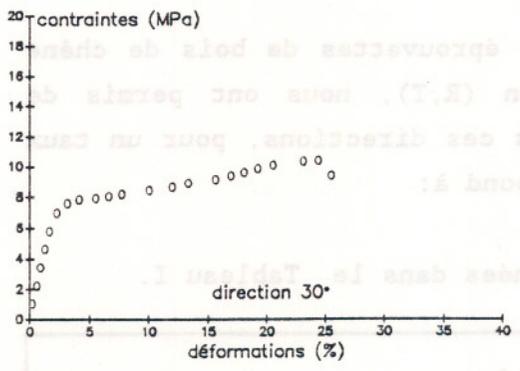


Fig.5.Courbe contraintes déformations dans la direction $\alpha=30^\circ$.

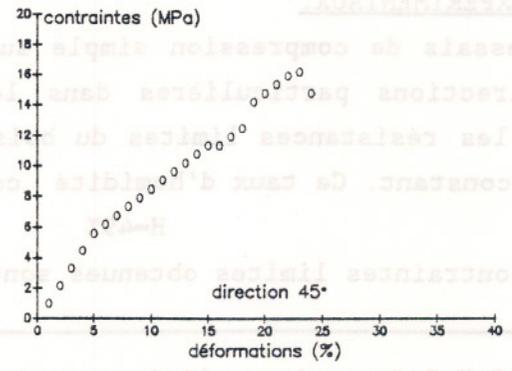


Fig.6.Courbe contraintes déformations dans la direction $\alpha=45^\circ$.

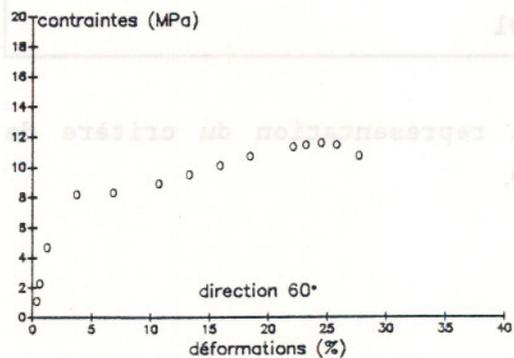


Fig.7. Courbe contraintes déformations dans la direction $\alpha=60^\circ$.

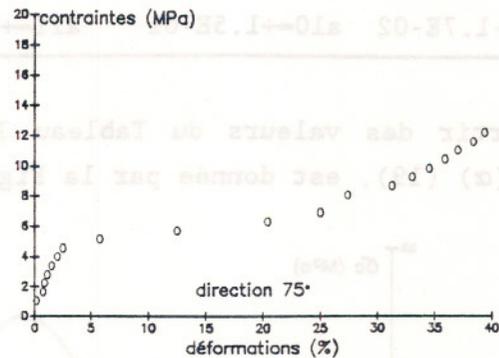


Fig.8. Courbe contraintes déformations dans la direction $\alpha=75^\circ$.

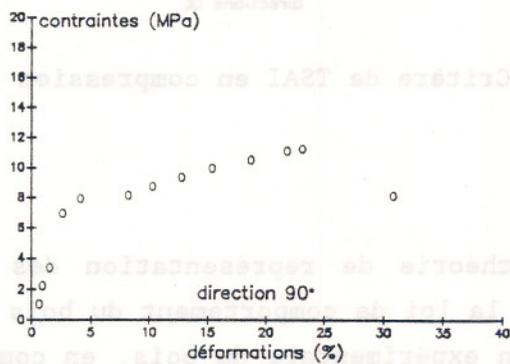


Fig.9. Courbe contraintes déformations dans la direction radiale.

Avec les valeurs des contraintes limites du Tableau I nous déterminons les coefficients (a_k) du critère (19) donnés dans le Tableau II.

TABLEAU.II.Coefficients (a_k) en (1/MPa ²) du critère(19).			
a_1 --1.1E-03	a_2 --1.5E-02	a_4 --4.3E-03	a_5 --1.2E-02
a_9 --1.7E-02	a_{10} --1.5E-01	a_{11} --1.2E-01	

A partir des valeurs du Tableau II, la représentation du critère de TSAI, $\sigma_c=f(\alpha)$ (19), est donnée par la Figure 10.

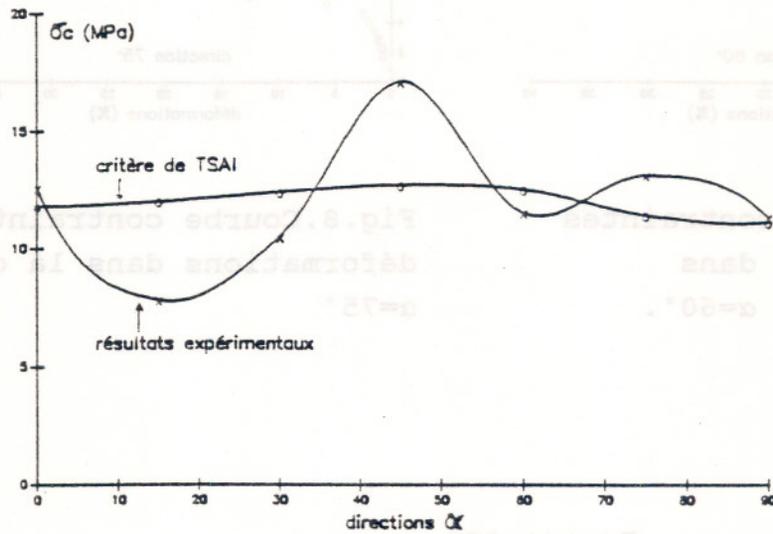


Fig.10.Critère de TSAI en compression simple.

CONCLUSION

A partir de la théorie de représentation des fonctions tensorielles anisotropes on a défini la loi de comportement du bois séché.

La caractérisation expérimentale du bois, en compression simple, nous a permis de déterminer les contraintes limites et les coefficients spécifiant le critère de plasticité.

L'application du critère de TSAI au bois séché à humidité constante, montre que ce critère n'est pas adapté.

Un critère de rupture propre au bois doit être spécifié. C'est l'objet de nos travaux en cours, tenant compte de l'évolution du taux d'humidité dans le bois soumis à un processus mécanosorptif de séchage.

BIBLIOGRAPHIE

- 1-J.P.BOEHLER,"Lois de comportement anisotrope de milieux, continus",
Journal de Mécanique, 17,(1978);153-190
- 2-D.GUITARD,"Mécanique du Matériau bois et Composites", Editions CEPADUES
1987
- 3-J.LEMAITRE et J.L.CHABOCHE "Mécanique des Matériaux Solides", Editions
DUNOD (2ème) 1988
- 4-A.OUDJEHANE,"Lois de comportement anisotrope d'un milieu poreux
consolidé:le bois séché", Rencontres Universitaires du Génie Civil,
Cergy 1990
- 5-J.RACLIN,"Contributions théoriques et expérimentales à l'étude de la
plasticité de l'érouissage et de la rupture des solides anisotropes",
Thèse de Doctorat ès Sciences, Grenoble 1984