

CAHIERS DU GROUPE FRANÇAIS DE RHÉOLOGIE

T.VII N°1

SEPTEMBRE 1987

ISSN 0373-5699

SOMMAIRE

DESCRIPTION SEMI-LOCALE DE MILIEUX A CONSTITUANTS SEPARES

F. GILBERT 3 - 30

RHEOLOGIE DES POUDRES ALIMENTAIRES :
COMPRESSIBILITE ET INFLUENCE DE LA TENEUR EN EAU

C. LOISIEL 31 - 38

1. INTRODUCTION

De nombreux problèmes ont été posés récemment en ce qui concerne les propriétés rhéologiques des poudres alimentaires. Les études effectuées par F. Gilbert (1967) et C. Loisiel (1970) ont permis de mieux comprendre les phénomènes de compression des poudres alimentaires.

Un exemple typique de ces problèmes est celui des poudres alimentaires, comme les céréales, les produits laitiers, les produits de boulangerie, etc.

On peut citer en exemple : l'écoulement des poudres, la compaction, le tassement, etc. (1967) en ce qui concerne le cas des poudres alimentaires. (1967) et (1970) ont étudié les phénomènes de compression des poudres alimentaires.

Cahiers du Groupe Français de Rhéologie
Tome VII n° 1 - Septembre 1987
ISSN 0373 - 5699 pp 3 - 30

DESCRIPTION SEMI-LOCALE
DE MILIEUX A CONSTITUANTS SEPARES

F. GILBERT

C.N.R.S. U.A. 317

LABORATOIRE DE MECANIQUE DES SOLIDES
ECOLE POLYTECHNIQUE, 91128 PALAISEAU CEDEX

1. INTRODUCTION :

De nombreux problèmes pratiques mettent en jeu des milieux polyphasés où les divers constituants sont à la fois séparés et finement imbriqués, interagissant les uns avec les autres à chaque instant de façon complexe.

Un exemple typique de tels milieux est celui des sols saturés, constitués d'une phase solide, les grains formant le squelette du milieu, et d'une phase liquide, l'eau remplissant les pores.

On peut tenter de décrire directement ces milieux (voir par exemple Prévost 1980 pour les sols) en utilisant la théorie des mélanges (Truesdell et Toupin 1960, Müller 1975, Bowen 1976) et les résultats généraux qu'elle fournit. Nous indiquons au paragraphe 2 comment obtenir aisément ces résultats par des considérations énergétiques.

Notons pour les milieux poreux une autre approche macroscopique due à Biot, utilisant une formulation lagrangienne liée à un mouvement moyen du solide (Biot 1961, 1962a, 1962 b, 1977) et qui est utilisée en particulier pour modéliser la propagation des ondes dans les milieux poreux saturés (voir Coussy et Bourbie 1984).

Ces théories ne rendent pas, ou difficilement, compte de l'influence de l'arrangement des constituants entre eux ; aussi a-t-on proposé d'introduire des variables et des équations supplémentaires permettant de décrire la microstructure. Une revue générale des théories de mélanges structurés peut être trouvée dans Bedford et Drumheller (1983).

L'inconvénient de ces théories est qu'elles ne fournissent généralement pas d'interprétation simple des grandeurs qu'elles manipulent, ce qui rend leur vérification et leur utilisation délicates.

Les méthodes de changement d'échelle par convolution spatiale (Marle 1967, 1982, Ene 1981, Ene et Melicescu-Receanu 1984, Gilbert 1984, 1985) qui généralisent les notions de moyennes mobiles utilisées pour l'étude des milieux poreux (Marle 1965, Slattery 1967, 1968, 1969, 1970, Whitaker 1966, 1969, Gray et O'Neill 1976, Couderc 1973, Hadj Hamou 1983) sont présentées au paragraphe 3 : elles permettent de justifier les équations de conservation postulées en théorie des mélanges, de donner une interprétation physique précise des différents termes et de calculer explicitement certains d'entre eux, comme nous le montrons au paragraphe 4, consacré à l'application des notions précédentes au cas des sols saturés. Il est ainsi possible d'étudier des milieux sièges de phénomènes complexes en assurant automatiquement la compatibilité des descriptions locale (à l'échelle des constituants) et macroscopique.

Nous montrons sur l'exemple étudié comment rattacher cette approche aux techniques d'homogénéisation de structures périodiques ou localement périodiques (Bensoussan, Lions, Papanicolaou 1978, Sanchez-Palencia 1974, 1980, Auriault et Sanchez-Palencia 1977, Auriault 1980, 1983, Ene et Sanchez-Palencia 1975, Fleury 1983, Vallat 1981, Borne 1983...).

2. E ANS D'ENERGIE EN THEORIE DES MELANGES :

2.1 Propriétés de l'énergie volumique reçue :

La théorie générale des mélanges se présente comme une généralisation de la mécanique des milieux continus simples où on postule qu'en chaque point géométrique (à l'échelle macroscopique) du milieu considéré tous les constituants sont présents simultanément. En tout point \bar{x} intérieur au mélange à l'instant t on affecte à chaque constituant C_a une vitesse $\bar{u}_a(\bar{x}, t)$ et une masse volumique apparente $\rho_a^a(\bar{x}, t)$ telle que la masse de C_a contenue dans un domaine macroscopique Ω soit $\int_{\Omega} \rho_a^a(\bar{x}, t) dV_x$.

On suppose que les différents constituants C_a interagissent de façon telle que chacun possède une énergie interne E_a^a bien définie pour un domaine Ω par sa densité massique e_a^a ; l'énergie totale ξ^a de C_a dans Ω est la somme de son énergie interne E_a^a et de l'énergie cinétique K_a^a de densité massique $\frac{1}{2} \bar{u}_a^2$:

$$(2.1) \quad \xi^a = E_a^a + K_a^a = \int_{\Omega} \rho_a^a \left(e_a^a + \frac{\bar{u}_a^2}{2} \right) (\bar{x}, t) dV_x.$$

Si on suit le domaine Ω dans le mouvement de C_a la variation par unité de temps de l'énergie totale de C_a dans Ω est due à la puissance des efforts extérieurs, à un apport de chaleur extérieur et à l'interaction avec les autres constituants, caractérisée par la donnée de l'énergie volumique e_a^a reçue par unité de temps par C_a de la part des autres constituants. Ainsi on a, en notant d_a/dt la dérivée par rapport au temps en suivant le mouvement de C_a :

$$(2.2) \quad \frac{d_a \xi^a}{dt} = \frac{d_a W_a^a}{dt} + \int_{\Omega} e_a^a(\bar{x}, t) dV_x$$

où $d_a W_{ext}^a/dt$ est la puissance des efforts extérieurs à Ω , de contact et donnés, exercés sur C_a et $d_a Q_{ext}^a/dt$ la quantité de chaleur reçue de l'extérieur par C_a à l'intérieur de Ω par unité de temps, de la forme :

$$(2.3) \quad \frac{d_a W_{ext}^a}{dt} = \int_{\partial\Omega} \bar{T}_a \cdot \bar{u}_a dA + \int_{\Omega} \rho^a \bar{F}_a \cdot \bar{u}_a dV_x$$

$$(2.4) \quad \frac{d_a Q_{ext}^a}{dt} = \int_{\partial\Omega} q^a dA + \int_{\Omega} \rho^a r_a dV_x$$

Ceci peut encore s'écrire dans le référentiel R considéré, en utilisant pour $d_a K^a/dt$ le théorème de la dilatation cubique dans le mouvement de C_a et en supposant pour simplifier qu'il n'y a pas de surface de discontinuité :

$$(2.5) \quad \frac{d_a E^a}{dt} = \int_{\partial\Omega} (\bar{T}_a \cdot \bar{u}_a + q^a) dA + \int_{\Omega} [\rho^a (\bar{F}_a - \bar{Y}_a) \cdot \bar{u}_a + \rho^a r_a + \epsilon^a - \frac{\bar{u}_a^2}{2} \left(\frac{d_a \rho^a}{dt} + \rho^a \operatorname{div} \bar{u}_a \right)] dV_x$$

où le premier membre est objectif de même que les quantités ρ^a , $d_a \rho^a/dt$, $\operatorname{div} \bar{u}_a$, \bar{T}_a , q^a , r_a et $\bar{F}_a - \bar{Y}_a$ (\bar{Y}_a est l'accélération de C_a). Nous postulons que chacun des ϵ^a , non objectif, peut s'écrire sous la forme (non unique) d'un développement en série des puissances de la vitesse \bar{u}_a de C_a :

$$(2.6) \quad \epsilon^a = \epsilon_0^a + \epsilon_1^a(\bar{u}_a) + \epsilon_2^a(\bar{u}_a, \bar{u}_a) + \epsilon_3^a \dots$$

où les divers tenseurs ϵ_i^a sont objectifs*. En outre la somme sur les constituants des énergies volumiques reçues par unité de temps est nulle en tout point et à tout instant dans tout référentiel :

$$(2.7) \quad \sum_a \epsilon^a(\bar{x}, t) = 0$$

* La forme adoptée pour ϵ^a exclut la possibilité théorique de couples de volume.

2.2 Exploitation :

L'équation (2.5) doit avoir la même forme dans tous les référentiels. Considérons en particulier un référentiel R' en translation uniforme par rapport à R à la vitesse constante \bar{V} et soustrayons au bilan dans R celui dans R' : l'expression obtenue doit s'annuler identiquement pour tout vecteur \bar{V} . Ceci conduit à annuler les ϵ_i^a pour i supérieur ou égal à 3 et à garder seulement, avec \bar{p}^a un vecteur objectif et \bar{y}^a un scalaire objectif :

$$(2.8) \quad \epsilon^a = \epsilon_0^a + \bar{p}^a \bar{u}_a + \frac{1}{2} \bar{y}^a \bar{u}_a^2$$

L'annulation du terme en \bar{V}^2 donne le bilan de masse de C_a , le scalaire $\bar{y}^a(\bar{x}, t)$ apparaissant comme le taux objectif de production de masse de C_a par unité de volume de la configuration actuelle et par unité de temps :

$$(2.9) \quad \bar{y}^a - \left(\frac{d_a \rho^a}{dt} + \rho^a \operatorname{div} \bar{u}_a \right) = 0$$

L'annulation du terme en \bar{V} fournit le bilan de quantité de mouvement de C_a , le vecteur \bar{p}^a objectif portant le nom de taux de quantité de mouvement fournie à C_a :

$$(2.10) \quad \int_{\Omega} \left(\bar{p}^a + \rho^a (\bar{F}_a - \bar{Y}_a) \right) dV_x + \int_{\partial\Omega} \bar{T}_a dA = 0$$

avec, par application du lemme du tétraèdre à (2.4) et (2.10) :

$$(2.11a) \quad q^a = -\bar{q}^a \cdot \bar{n} \quad (2.11 b) \quad \bar{T}_a = \bar{q}^a \bar{n}$$

Soit maintenant R'' en rotation uniforme par rapport à R à la vitesse constante $\bar{\omega}$. La même démarche (annulation des termes en $\bar{\omega}$) donne le théorème du moment cinétique pour C_a , c'est-à-dire la symétrie du tenseur objectif de contrainte partielle de Cauchy \bar{q}^a de C_a :

$$(2.12) \quad \bar{q}^a = \bar{q}^a T$$

Enfin l'équation (2.7) est valable dans tout référentiel d'où, en désignant par \bar{R}_a la quantité $\bar{p}_a + \dot{\zeta}_a \bar{u}_a$, les deux conditions pour l'ensemble du mélange :

$$(2.13a) \quad \sum_a \dot{\zeta}_a = 0, \quad (2.13b) \quad \sum_a \bar{R}_a = 0.$$

Les équations de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour le constituant C_a suivi dans son mouvement s'écrivent alors sans peine (Tableau 1).

$M_a^a = \int_{\Omega} \rho_a^a(\bar{x}, t) dV_x$	$\frac{d_a M_a^a}{dt} = \int_{\Omega} \dot{\zeta}_a^a(\bar{x}, t) dV_x$
$\bar{r}_a^a = \int_{\Omega} \rho_a^a \bar{r}_a^a(\bar{x}, t) dV_x$	$\frac{d_a \bar{r}_a^a}{dt} = \int_{\Omega} (\rho_a^a \bar{r}_a^a + \bar{R}_a^a) dV_x + \int_{\partial\Omega} \bar{T}_a^a dA$ $\bar{T}_a^a = \bar{\sigma}_a^a \bar{n}, \quad \bar{\zeta}_a^a = \bar{\zeta}_a^a T$
$\zeta_a^a = \int_{\Omega} \rho_a^a (e_a + \frac{1}{2} \bar{u}_a^2) dV_x$	$\frac{d_a \zeta_a^a}{dt} = \int_{\Omega} (\rho_a^a (\bar{r}_a^a \bar{u}_a + r_a^a) + e_a^a) dV_x + \int_{\partial\Omega} (\bar{T}_a^a \bar{u}_a - \bar{q}_a \cdot \bar{n}) dA$

Tableau 1 : Bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour le constituant C_a suivi dans son mouvement.

Il convient d'insister sur le fait que le tenseur $\bar{\zeta}_a^a$ traduit à l'échelle macroscopique les efforts exercés par contact par C_a sur lui-même et ceux-là seuls ; admettre comme cela a été fait parfois que \bar{T}_a^a représente les efforts de contact sur $\partial\Omega$ exercés sur C_a par l'ensemble des constituants extérieurs à Ω revient en effet à nier la loi de l'action et de la réaction. Les efforts de contact sur C_a exercés par les autres constituants C_b sont schématisés par les intégrales de volume $\int_{\Omega} \bar{R}_b^a dV_x$ et ne doivent par être comptés deux fois.

On notera que toujours à cause de la loi de l'action et de la réaction l'équation (2.13b) est intuitive pour un milieu chimiquement inerte.

2.3 Principe des travaux virtuels :

Pour un domaine macroscopique Ω et des déplacements virtuels $\delta \bar{x}_a$ des divers constituants C_a en \bar{x} le principe des travaux virtuels s'écrit à partir des équations précédentes sous la forme :

$$(2.14) \quad \sum_a \left\{ \delta W_{\text{contact}}^a + \delta W_{\text{donnés}}^a + \sum_{b \neq a} \delta W_b^a + \delta W_{\text{int}}^a + \delta J^a \right\} = 0$$

Le travail virtuel des efforts de contact sur $\partial\Omega$ dus à l'action de C_a sur lui-même est donné par :

$$(2.15a) \quad \delta W_{\text{contact}}^a = \int_{\partial\Omega} \delta \bar{x}_a \cdot \bar{T}_a^a dA$$

Les efforts de contact dans Ω sur C_a dus à l'influence des autres constituants C_b fournissent le travail virtuel :

$$(2.15b) \quad \delta W_b^a = \int_{\Omega} \delta \bar{x}_a \cdot \bar{R}_b^a dV_x, \quad \bar{R}_a^a = \sum_{b \neq a} \bar{R}_b^a$$

Le travail virtuel des efforts donnés (force extérieure à distance \bar{F}_a exercée sur l'unité de masse de C_a), des efforts intérieurs à C_a et des efforts d'inertie s'écrit, en désignant par $D(\delta\bar{x}_a)$ la partie symétrique du gradient de $\delta\bar{x}_a$ sur la configuration actuelle :

$$(2.15c) \quad \delta W_{\text{donnés}}^A = \int_{\Omega} \delta\bar{x}_a \cdot \rho^A \bar{F}_a \, dV_x$$

$$(2.15d) \quad \delta W_{\text{int}}^A = - \delta W_{\text{déf}}^A = - \int_{\Omega} \sigma^A : D(\delta\bar{x}_a) \, dV_x$$

$$(2.15e) \quad \delta J^A = - \int_{\Omega} \delta\bar{x}_a \cdot (\rho^A \bar{v}_a + \gamma^A \bar{u}_a) \, dV_x$$

en supposant qu'il n'y a pas de surface de discontinuité à l'échelle macroscopique. On note dans le travail virtuel d'inertie une contribution due aux réactions chimiques : le déplacement virtuel $\delta\bar{x}_a$ y est multiplié scalairement par la dérivée dans le mouvement de C_a de la quantité de mouvement élémentaire $\rho^A \bar{u}_a$ dV.

Il reste à relier entre elles les différentes grandeurs introduites afin de décrire le comportement du milieu particulier considéré. Il est nécessaire pour cela de disposer tout d'abord d'une interprétation physique précise des divers termes, qui va être obtenue par une méthode de changement d'échelle par convolution.

3. CHANGEMENT D'EGHELLE DANS UN MILIEU A PLUSIEURS CONSTITUANTS :

3.1 Convolution spatiale :

Soient deux espaces physiques E_z (initial) et E_x (transformé) correspondant aux descriptions locale (à l'échelle des constituants) et semi-locale (à l'échelle macroscopique). Pour passer de E_z à E_x on utilise une fonction-poids $f(z)$ positive à support borné $D(0)$ assez régulière et d'intégrale unité sur $D(0)$ (Figure 1).

On supposera par souci de simplicité que la fonction $f(z)$ est paire et s'annule ainsi qu'un certain nombre de ses dérivées sur le bord de $D(0)$; sauf indication contraire on prendra même f dans l'espace D_j des fonctions de \mathbb{R}^3 indéfiniment dérivables à support borné.

Preons ainsi une fonction définie dans E_z et admettant des discontinuités, par exemple la masse volumique locale $\rho_{loc}(z)$ dans un milieu poreux, qui subit un saut en passant d'un grain à un pore contenant de l'eau. Si nous lui associons en tout point x de E_x le produit de convolution $(D(x))$ désigne le translaté de vecteur \bar{x} de $D(0)$:

$$(3.1) \quad \rho(x) = (\rho_{loc} * f)(x) = \int_{D(x)} \rho_{loc}(z) f(x-z) \, dV_z,$$

il est clair que la fonction $\rho(x)$, définie dans E_x , est plus régulière que la fonction initiale (en particulier elle est continue), donc plus facile à décrire ; on montre ainsi (Schwartz 1965) que si f est dans D_j alors ρ est de classe C^∞ en espace. La fonction de x obtenue reflète les variations "moyennes" de la masse volumique.

Cette régularisation par convolution donne un filtrage qui peut être décrit en transformée de Fourier spatiale : les variations de courtes longueurs d'onde (alternances rapides de grains et de pores) disparaissent tandis que subsistent dans le spectre les variations de grandes longueurs d'onde (variations lentes de la porosité par exemple). On ne voit plus que les phénomènes qui se déploient sur une grande échelle : c'est en ce sens que le procédé utilisé est un procédé de changement d'échelle.

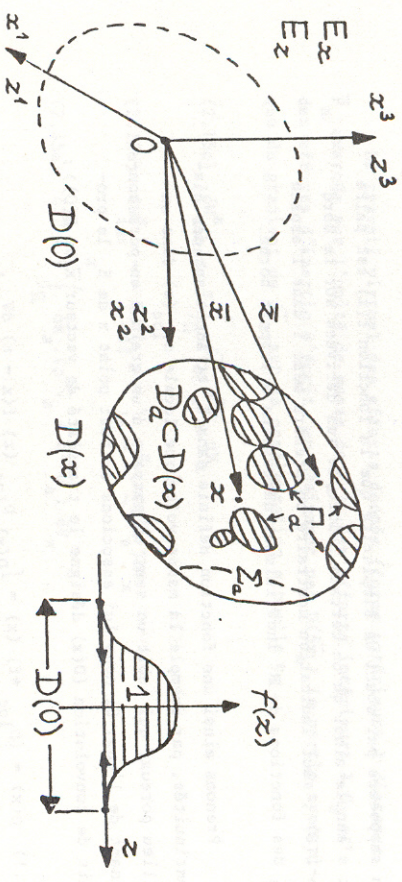


Figure 1 : Changement d'espace dans un milieu polyphasique. On trouve à l'instant t le constituant C_a dans la partie D_a de $D(x)$. La surface de contact de C_a avec les autres constituants dans $D(x)$ est notée $\Gamma_a = \cup_{a \neq b} \Gamma_{ab}$; D_a peut comprendre des surfaces de discontinuités internes Σ_a . A chaque point géométrique est affecté un poids donné par la fonction f .

3.2 Grandeurs moyennes dans un milieu à plusieurs constituants :

Dans un milieu à plusieurs constituants C_a séparés, ou milieu polyphasique, chaque constituant occupe à un instant t un domaine qu'on peut repérer par sa fonction indicatrice $I_a(z, t)$ qui vaut un si z appartient à l'instant t à C_a et zéro partout ailleurs.

La fraction volumique $\phi^a(x, t)$ du constituant C_a au point x de E_x et à l'instant t est définie comme le produit de convolution $(I_a * f)(x, t)$; nous appellerons moyenne apparente de la grandeur locale ψ_a attachée au constituant C_a la quantité $\langle \psi_a \rangle_a$ inspirée de (3.1) :

$$(3.2) \quad \langle \psi_a \rangle_a >^a = ((\psi_a) I_a) * f(x, t)$$

à distinguer de la moyenne vraie $\langle \psi_a \rangle_a$ qui vaut :

$$(3.3) \quad \langle \psi_a \rangle_a >^a = \frac{1}{\phi^a} \langle \psi_a \rangle_a >^a$$

dès lors que ϕ^a est non nul, c'est-à-dire D_a non vide. Si on prend f voisine d'un créneau ces définitions deviennent intuitives ; on note que $\phi^a(x, t) = \langle I_a \rangle_a >^a$, $0 \leq \phi^a \leq 1$ et $\sum_a \phi^a = 1$. Les grandeurs obtenues sont semi-locales : elles dépendent des valeurs prises par les grands locaux dans tout un voisinage du point considéré. La moyenne vraie d'une constante est égale à cette constante, ce qui justifie la définition (3.3).

On supposera dans la suite que $D(0)$ est assez grand devant une dimension caractéristique des constituants pour que les grands manipulés aient toutes un sens physique ; on fera en particulier l'hypothèse qu'en tout point ϕ^a est strictement positif quel que soit le constituant C_a .

Ceci étant on peut calculer les dérivées des grandeurs moyennes :

$$(3.4a) \quad \text{grad}_x \langle \psi_a \rangle_a >^a = \langle \text{grad}_z \psi_a \rangle_a >^a - (\psi_a) \otimes \bar{n}_a \delta \Gamma_a * f +$$

$$((\psi_a) \otimes \bar{v} \delta \Gamma_a) * f$$

$$(3.4b) \quad \frac{\partial}{\partial t} \langle \psi_a \rangle_a >^a = \langle \frac{\partial \psi_a}{\partial t} \rangle_a >^a + (\psi_a) (\bar{\alpha} \cdot \bar{n}_a) \delta \Gamma_a * f - ((\psi_a) \otimes \bar{v} \delta \Gamma_a) * f$$

Pour la démonstration on se reportera par exemple à Estrada et Kanwal (1980). Dans ces formules les z désignent les coordonnées dans E_z et les x dans E_x , \bar{n}_a est la normale extérieure à D_a , \bar{v} la normale orientée à Γ_a , $\bar{\alpha}$ la célérité de Γ_a ou Γ_a , \otimes est le symbole du produit tensoriel et \parallel celui de discontinuité.

Si $S(t) = \Gamma_a$ ou Σ_a est une surface dépendant du temps δ_s est la distribution (Gel'fand et Shilov 1964, Schwartz 1965) de \mathbb{R}^n qui à toute fonction $\varphi(y^1, y^2, y^3, t)$ indéfiniment dérivable et à support borné dans \mathbb{R}^n associe le nombre $(d\delta_s(\varphi))$ est l'élément d'aire de $S(t)$:

$$(3.5) \quad (\delta_s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{S(t)} \varphi(y, t) d\delta_s(y) dt$$

On remarque sur (3.4a) et (3.4b) que la dérivée d'une grandeur moyenne diffère de la moyenne de la dérivée, du moins si on prend les dérivées au sens des fonctions. Ceci est tout à fait naturel : ainsi la quantité d'eau par unité de volume d'un milieu poreux (sa masse volumique apparente) varie parce que la masse volumique locale varie très légèrement, mais aussi si et même surtout si les frontières du domaine qu'elle occupe varie, d'où des variations de la porosité ; ceci se manifeste par des termes de distributions.

On notera que les formules précédentes donnent directement les dérivées des fractions volumiques ϕ_a en fonction de la géométrie et des vitesses des diverses surfaces de contact. Pour un milieu macrohomogène à la quasi-constance des fractions volumiques correspond une répartition aléatoire des orientations des diverses surfaces de contact de densité paire.

Les positions réelles moyennes $\langle \bar{z} \rangle_a(\bar{x}, t)$ des constituants C_a dans $D(x)$ introduisent un écart à la macrohomogénéité à l'échelle de $D(0)$ par l'intermédiaire des tenseurs géométriques $\tilde{y}_a(\bar{x}, t)$ reliés aux surfaces de contact Γ_a :

$$(3.6) \quad \tilde{y}_a(\bar{x}, t) = \left[(\bar{z} \otimes \bar{n}(a)) \delta_{\Gamma_a} \right] * f + \langle \bar{z} \rangle_a \otimes \text{grad } \phi_a$$

et qui vérifient :

$$(3.7) \quad \text{grad } \langle \bar{z} \rangle_a - \bar{x} = - \frac{1}{\phi_a} \tilde{y}_a$$

Il est clair que pour un milieu macrohomogène en tout point $\tilde{y}_a \approx 0$.

3.3 Interprétation physique des grandeurs introduites :

Les équations de bilan postulées précédemment peuvent être retrouvées par le changement d'échelle : échelle locale (E_x) + échelle semi-locale (E_x). On utilise pour cela la moyenne apparente (3.2) des équations de bilans locales, ce qui assure automatiquement la compatibilité entre les deux descriptions considérées. Ceci inclut la présence de surfaces de discontinuité (surfaces de glissement ou ondes de choc en particulier) entre les constituants du milieu ou à l'intérieur de ceux-ci. On peut ainsi décrire également d'éventuels changements de phase $C_a + C_b$ le long des surfaces de contact Γ_{ab} , comme le gel de l'eau à l'intérieur d'un milieu poreux (C_a = eau liquide, C_b = glace).

Après quelques calculs on obtient en tout point de E_x :

$$(3.8) \quad \frac{\partial \rho^a}{\partial t} + \text{div}(\rho^a \bar{u}_a) = \dot{y}_a$$

$$(3.9) \quad \rho^a \frac{d_a \bar{u}_a}{dt} + \dot{y}_a \bar{u}_a = \rho^a \bar{F}_a + \bar{R}_a + \overline{\text{div}} \sigma^a$$

$$(3.10) \quad \rho^a \frac{d_a e_a}{dt} + \dot{y}_a e_a = \rho^a T_a - \text{div} \bar{q}_a + \tilde{c}_a : D(\bar{u}_a) - \bar{R}_a \cdot \bar{u}_a + \frac{1}{2} \dot{y}_a \bar{u}_a^2 + e^a$$

qui correspondent exactement aux équations postulées. La masse volumique apparente ρ^a de C_a est la moyenne apparente de la masse volumique locale $\rho^a(a)$. La vitesse \bar{u}_a , le taux de production de masse de C_a par unité de volume \dot{y}_a , la force extérieure à distance massique \bar{F}_a , la force d'interaction par unité de volume \bar{R}_a et le tenseur de contrainte partielle de Cauchy σ^a de C_a s'expriment en fonction des quantités locales par :

$$(3.11) \quad \rho^a \bar{u}_a = \langle \rho(a) \bar{u}(a) \rangle^a$$

$$(3.12) \quad \bar{y}_a = -[\rho(a) (\bar{u}(a) - \bar{a}) \cdot \bar{n}(a) \delta_r^a] * f$$

$$(3.13) \quad \rho^a \bar{F}_a = \langle \rho(a) \bar{F}(a) \rangle^a$$

$$(3.14) \quad \bar{R}^a = \sum_{b \neq a} \bar{R}^{ab} = \left\{ [\rho(a) \bar{n}(a) - \rho(a) \bar{u}(a) (\bar{u}(a) - \bar{a}) \cdot \bar{n}(a)] \delta_r^a \right\} * f$$

$$(3.15) \quad \bar{Q}^a = \langle \rho(a) \bar{Q}(a) \rangle^a - \langle \rho(a) \bar{u}(a) \otimes \bar{u}(a) \rangle^a$$

où $\bar{u}(a)(\bar{z}, t)$ est la vitesse locale de C_a et $\bar{u}(a)(\bar{z}, \bar{x}, t)$ sa fluctuation autour de $\bar{u}_a(\bar{x}, t)$:

$$(3.16) \quad \bar{u}(a)(\bar{z}, \bar{x}, t) = \bar{u}(a)(\bar{z}, t) - \bar{u}_a(\bar{x}, t).$$

Les grandeurs énergétiques apparaissant dans (3.10) sont définies

par :

$$(3.17) \quad \rho^a e_a = \langle \rho(a) (e(a) + \frac{1}{2} \bar{u}(a)^2) \rangle^a$$

$$(3.18) \quad \rho^a r_a = \langle \rho(a) (r(a) + \bar{F}(a) \cdot \bar{u}(a)) \rangle^a$$

$$(3.19) \quad \bar{q}^a = \langle \bar{q}(a) \rangle^a + \langle \rho(a) (e(a) + \frac{1}{2} \bar{u}(a)^2) \bar{u}(a) \rangle^a - \langle \rho(a) \bar{u}(a) \cdot \bar{u}(a) \rangle^a$$

$$(3.20) \quad \varepsilon^a = \left\{ [\bar{u}(a) \cdot \bar{Q}(a) - \bar{q}(a) - \rho(a) (e(a) + \frac{1}{2} \bar{u}(a)^2) (\bar{u}(a) - \bar{a})] \cdot \bar{n}(a) \delta_r^a \right\} * f$$

Il est facile de voir que les propriétés (2.12), (2.13a), (2.13b) et (2.7) postulées dans la partie précédente sont vérifiées et que les équations obtenues sont exactes en tout point. On notera que les quantités \bar{y}_a, \bar{R}^a et ε^a , qui apparaissent naturellement, traduisent en terme de densité volumique des phénomènes de surface liés au contact entre constituants à l'intérieur du milieu. Par ailleurs les termes non intuitifs dans \bar{Q}^a, e_a, r_a et \bar{q}^a sont dus aux fluctuations de vitesse à l'intérieur de chaque constituant.

4. APPLICATION AU CAS DES SOLS SATURÉS :

4.1 Simplification des équations précédentes :

Remarquons tout d'abord que pour un milieu granulaire dont les pores sont remplis d'air (sable sec) les équations de bilan de la partie solide (en négligeant l'influence de l'air) sont simplement celles de la mécanique des milieux continus classique avec un tenseur de contrainte de Cauchy symétrique contenant une partie cinématique, donné par (3.15). Il est inutile de considérer un tenseur de contrainte non symétrique.

La même remarque est valable pour les sols saturés. Les équations (3.8) s'y écrivent plus explicitement :

$$(4.1a) \quad 0 = \frac{\partial}{\partial t} \left[(1-n) \rho_s \right] + \text{div} \left[(1-n) \rho_s \bar{u}_s \right]$$

$$(4.1b) \quad 0 = \frac{\partial}{\partial t} \left[n \rho_f \right] + \text{div} \left[n \rho_f \bar{u}_f \right]$$

pour la conservation de la masse où $n = \phi^f$ est la porosité et ρ_s et ρ_f les masses volumiques moyennes vraies du solide (grains) et du fluide (eau) ; on vérifie grâce à (3.1) que la masse volumique moyenne ρ est la somme des masses volumiques apparentes $\rho^s = (1-n)\rho_s$ du solide et $\rho^f = n\rho_f$ du fluide. En référentiel galiléen, pour un milieu soumis seulement à la pesanteur les équations dynamiques (3.9) deviennent :

$$(4.2a) \quad \rho_s (1-n) \frac{d \bar{u}_s}{d t} = \rho_s (1-n) \bar{g} + \bar{R}^s + \bar{\text{div}} \bar{\sigma}^s$$

$$(4.2b) \quad \rho_f n \frac{d \bar{u}_f}{d t} = \rho_f n \bar{g} - \bar{R}^s + \bar{\text{div}} \bar{\sigma}^f$$

en utilisant le fait que $\bar{R}^f = -\bar{R}^s$ par continuité du vecteur contrainte à l'interface entre l'eau et les grains (on néglige les phénomènes de tension superficielle).

Pour un domaine Ω macroscopique lié au mouvement moyen du solide on vérifie que la masse d'eau sortant par unité de temps est donnée par le flux de $\rho_f \bar{u}$ où la vitesse de filtration (relative) \bar{u} est définie par $n(\bar{u}_f - \bar{u}_s)$, n étant la porosité volumique et non une porosité surfacique.

Pour des constituants incompressibles, on déduit de (4.1a) et (4.1b) une des relations de base dans l'étude de la consolidation :

$$(4.3) \quad \text{div } \bar{u} = - \frac{1}{1-n} \frac{d n}{d t}$$

qui exprime la conservation du volume total du milieu.

4.2 Contrainte effective et tenseur de viscosité apparent :

Les équations dynamiques (4.2a) et (4.2b) se présentent sous une forme difficilement utilisable qui ne tient pas compte des particularités du milieu. Pour le fluide remplissant les pores il est indiqué d'introduire une pression moyenne p et un tenseur de viscosité apparent $\tilde{\tau}^f$ par :

$$(4.4a) \quad p = \langle p(f) \rangle_f + \frac{1}{3n} \text{tr } \tilde{q}^f, \quad (4.4b) \quad \tilde{\tau}^f = \langle \tau(f) \rangle_f - \text{dév } \tilde{q}^f$$

où $p(f)$ est la pression locale, $\tau(f)$ le tenseur de viscosité local, $\tilde{q}^f = \langle \rho(f) \frac{u'}{(f)} \otimes \frac{u'}{(f)} \rangle_f >^f$ le tenseur de fluctuation de vitesse du fluide et tr et dév désignent la trace et le déviateur d'un tenseur.

On définit en outre (voir Hadji Hamou 1983) le tenseur de contrainte partielle déjaugée exercée sur les grains par \tilde{I} est le tenseur métrique) :

$$(4.5) \quad \tilde{q}^{sd} = \tilde{q}^s + (1-n) p \tilde{I}$$

Ce tenseur n 'est pas affecté par un décalage uniforme du tenseur de contrainte local selon l'axe hydrostatique.

Le tenseur de contrainte effective \tilde{q}^f apparaît alors comme :

$$(4.6) \quad \tilde{q}^f = \tilde{q} + p \tilde{I} = \tilde{q}^{sd} + \tilde{\tau}^f$$

où \tilde{q} est le tenseur de contrainte total du milieu, somme des tenseurs de contrainte apparents des deux constituants.

Les équations équivalentes à (4.2) sont alors :

$$(4.7a) \quad \rho_s (1-n) \frac{d \bar{u}_s}{d t} = \rho_s (1-n) \bar{g} + \bar{b} - (1-n) \overline{\text{grad}} p + \overline{\text{div}} \tilde{q}^{sd}$$

$$(4.7b) \quad \rho_f n \frac{d \bar{u}_f}{d t} = \rho_f n \bar{g} - \bar{b} - n \overline{\text{grad}} p + \overline{\text{div}} \tilde{\tau}^f$$

où le vecteur \bar{b} est donné par :

$$(4.8) \quad \bar{b} = \bar{r}^s + p \overline{\text{grad}} n.$$

Pour un liquide newtonien incompressible de viscosité dynamique μ constante en écoulement assez lent on peut négliger dans $\tilde{\tau}^f$ les termes dus à \tilde{q}^f (de l'ordre du carré des vitesses relatives du fluide et du solide) et calculer le tenseur de viscosité apparent lorsque le fluide s'écoule avec la vitesse de filtration $\bar{u}(x,t)$ à travers un empilement de grains rigides ayant des vitesses et des taux de rotation différents, tels que la partie solide ait une vitesse moyenne $\bar{u}_s(x,t)$. Par application de (3.4a) on obtient simplement :

$$(4.9) \quad \tilde{\tau}^f = 2\mu [D(\bar{u}) + D(\bar{u}_s)]$$

On notera que ce résultat est valable pour toute géométrie du milieu poreux et quels que soient les champs \bar{u} et \bar{u}_s . Quand la partie solide est immobile ou animée d'une vitesse uniforme on retrouve le résultat donné par Gilbert (1984).

Cependant la considération des ordres de grandeur des différents termes de (4.7b) montre que ceux dus au tenseur de viscosité apparent $\mu \Delta(\vec{u} + \vec{u}_s)$ sont de faible importance (devant \bar{b} par exemple). Bien que le mouvement local du fluide soit généralement gouverné par le phénomène de viscosité, les termes macroscopiques correspondants disparaissent pratiquement : le tenseur de contrainte effective $\underline{\sigma}^i$ diffère peu de $\underline{\sigma}^{sd}$ et le tenseur de contrainte apparent du fluide est correctement représenté par une pression dans E_x ($\underline{\sigma}^f \approx -n p \underline{I}$), l'influence de la viscosité se retrouvant dans le terme \bar{b} seul.

4.3 Filtration à travers une matrice poreuse fixe :

Le terme d'interaction \bar{R}^s peut être scindé en trois parties : une partie statique correspondant à une éventuelle inhomogénéité macroscopique du milieu (force de flottation), une partie cinématique dissipative et une partie dynamique due au couplage inertiel entre le fluide et le solide (effet de masse ajoutée).

Si on néglige les variations de la densité du fluide à l'échelle de $D(0)$ on obtient (Gilbert 1984) pour la partie statique :

$$(4.10) \quad \bar{R}_{statique}^s = -p \text{grad } n + \rho_f \bar{g} \cdot \underline{Y}^f$$

où l'influence du tenseur géométrique \underline{Y}^f donné par (3.6) est très faible, au moins en valeur moyenne (voir (3.7)). On peut donc garder la relation approchée :

$$(4.11) \quad \bar{R}_{statique}^s \approx -p \text{grad } n ,$$

équivalente à $\bar{b} \approx 0$ à l'équilibre. Cette équation a une interprétation géométrique remarquablement simple (Figure 2).

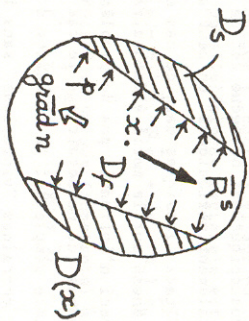


Figure 2 : Force exercée par la partie liquide sur la partie solide de $D(x)$ à l'équilibre (cas $\bar{g} = 0$). La force \bar{R}^s est la résultante des forces de pression exercées par le liquide sur Γ_{sf} : elle est donc liée, comme le gradient de la porosité, à la valeur moyenne de la normale $\bar{n}(f)$ le long de Γ_{sf} .

Il reste à évaluer \bar{b} hors équilibre, ce qui nécessite des hypothèses supplémentaires. Le cas du milieu aléatoire stationnaire (Marle 1967) conduit, en écoulement permanent lent macroscopiquement uniforme, à une loi de Darcy :

$$(4.12) \quad \bar{u} = \frac{1}{\mu n} k \bar{b} = -\frac{1}{\mu} k (\text{grad } p - \rho_f \bar{g}) ,$$

où le tenseur de perméabilité intrinsèque \underline{k} symétrique défini positif est lié (en repère cartésien orthonormé) au tenseur aléatoire stationnaire $\underline{M}(z)$ reliant $\bar{u}(f)$ à \bar{u}_f par :

$$(4.13) \quad \underline{k}^{-1} = \frac{1}{n^2} \langle \frac{\partial M_{ih}}{\partial z_j} \cdot \frac{\partial M_{il}}{\partial z_j} \rangle >^f e_h \otimes e_l .$$

Une autre manière de représenter un écoulement macroscopiquement uniforme dans un milieu macroscopiquement homogène est de supposer le milieu et l'écoulement spatialement périodiques. On peut alors retrouver par convolution les résultats classiques dans ce cas en utilisant comme fonction-poids f un créneau sur le motif élémentaire D ; grâce à l'hypothèse de périodicité ceci n'introduit pas de problème de régularité pour les grandeurs moyennes (ce ne serait pas le cas pour une géométrie quelconque). On constate simplement la nécessité d'un procédé de double moyenne pour éliminer certaines "vibrations" sans intérêt au niveau macroscopique. Physiquement ceci est dû au fait de ne pas travailler avec des volumes représentatifs élémentaires ; il va de soi que ces difficultés disparaissent progressivement lorsqu'on complique le motif de façon appropriée en y incluant de nombreux grains.

Les quantités \bar{b} et $\text{grad} \bar{p}$ étant pas constantes dans un milieu spatialement périodique on introduit :

$$(4.14a) \quad \bar{b} = \bar{b} * f$$

$$(4.14b) \quad p = p * f = ((p(f) \cdot I_f) * f) * f/n + \text{cte.}$$

Le vecteur \bar{b} est constant, ainsi que le gradient de p qui n'est autre que la moyenne du gradient de p , car p est partout définie et de classe C^1 . Plus précisément on a pour les différentes pressions, $\lambda(\bar{z})$ étant une fonction D -périodique de moyenne nulle et $\bar{\xi}$ un vecteur constant :

$$(4.15a) \quad p(\bar{z}) = \bar{\xi} \cdot \bar{z} + \lambda(\bar{z}) + \text{cte}$$

$$(4.15b) \quad p(\bar{x}) = \bar{\xi} \cdot \bar{z} > f(\bar{x}) + \text{cte}$$

$$(4.15c) \quad p(\bar{x}) = \bar{\xi} \cdot \bar{x} + \text{cte}$$

On montre (Gilbert 1984) que les fluctuations de p autour de \bar{p} sont dues à la géométrie du milieu poreux et à elle seule, par l'intermédiaire du tenseur périodique \tilde{Y}^f dont la valeur pour un milieu périodique à maille en forme de parallélépipède rectangle est :

$$(4.16) \quad \tilde{Y}^f = (n - n_1) \bar{e}_1 \otimes \bar{e}_1 + (n - n_2) \bar{e}_2 \otimes \bar{e}_2 + (n - n_3) \bar{e}_3 \otimes \bar{e}_3$$

où n est la porosité volumique (constante) et n_i la porosité surfacique des plans $z^i = x^i + \frac{1}{2} |\bar{I}_i|$ (Figure 3).

On retrouve alors le problème variationnel classique, conduisant à la loi de Darcy avec un tenseur de perméabilité intrinsèque \tilde{k} symétrique défini positif ($|D|$ est le volume de la maille D) :

$$(4.17) \quad \bar{u} = \frac{1}{\mu} k \cdot \bar{b} = -\frac{1}{\mu} k \cdot (\text{grad } p - \rho_f \bar{g})$$

$$(4.18) \quad k_{ij} = \frac{1}{|D|} \int_D \chi_{ij}^{(j)}(z) \, dV_z \quad (m^2)$$

où les fonctions vectorielles $\chi^{(j)}$ réalisent le minimum des diverses fonctionnelles convexes :

$$(4.19) \quad F^{(j)}(\bar{w}) = \frac{1}{2} \int_{D_f} \frac{\partial w^i}{\partial z^k} \cdot \frac{\partial w^i}{\partial z^k} \, dV_z - \int_{D_f} w^j \, dV_z$$

pour $\bar{w}(z)$ appartenant à l'espace des fonctions vectorielles D -périodiques définies sur D_f , à divergence nulle et s'annulant sur Γ_{sf} , telles que ces fonctions elles-mêmes et leurs dérivées premières soient de carré sommable sur D_f .

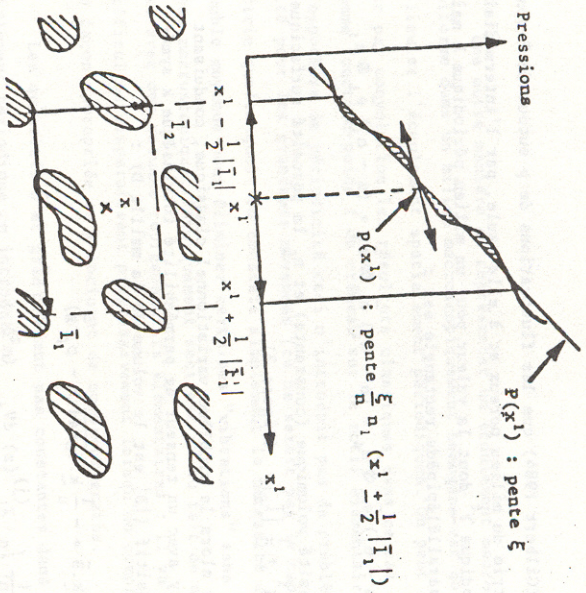


Figure 3 : Pressions moyennes p et P dans un milieu périodique pour $\bar{\xi} = \xi \bar{e}_1$; les \bar{i}_i sont les vecteurs de base du réseau.

5. DISCUSSION :

5.1 Considérations géométriques :

Le procédé de changement d'échelle par convolution permet d'écrire à l'échelle semi-locale des équations de conservation exactes qui sont des conséquences logiques des mêmes équations à l'échelle locale et de la géométrie du milieu. Les définitions adoptées pour les différentes grandeurs à l'échelle semi-locale (masses volumiques, vitesses...) ne sont pas arbitraires mais directement liées au procédé de construction.

L'écriture des équations de conservation qui leur sont naturellement associées pour un domaine Ω macroscopique amène à remplacer, par exemple, la quantité de mouvement $\bar{p}^{(a)}$ du constituant C_a réellement contenu dans Ω vu dans E_z :

$$(5.1) \quad \bar{p}^{(a)} = \int_{\Omega} I_a^0(a) \bar{u}^{(a)}(\bar{z}, t) dV_z$$

par une quantité de mouvement $\bar{P}^{(a)}$ fictive contenue dans Ω lorsque celui-ci est vu dans E_x :

$$(5.2) \quad \bar{P}^{(a)} = \int_{\Omega} \rho^a \bar{u}_a(\bar{x}, t) dV_x$$

On peut montrer (Gilbert 1984) que la différence entre $\bar{p}^{(a)}$ et $\bar{P}^{(a)}$ fait intervenir seulement des intégrales sur les deux petits volumes C_+ et C_- (Figure 4) obtenus respectivement en appliquant à Ω les transformations de Serra (Matheron 1967, Serra 1982) par dilatation et érosion selon le volume symétrique $D(0)$. Ainsi la différence est négligeable en valeur relative pour peu que $D(0)$ soit assez petit devant Ω .

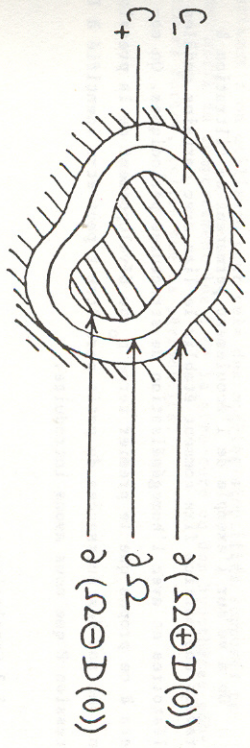


Figure 4 : Domaines apportant une contribution à $\bar{p}^{(a)}$ - $\bar{P}^{(a)}$. On notera que pour un volume $D(0)$ symétrique par rapport à 0 les deux transformés de Serra sont donnés par les addition et soustraction de Minkowski indiquées.

On voit ainsi se préciser un aspect important du phénomène de changement d'échelle : p_a définie à l'échelle semi-locale n'est en toute rigueur qu'une approximation de $\bar{p}(a)$ (même si cette approximation est pleinement satisfaisante) mais l'équation exacte à l'échelle semi-locale porte sur l'approximation de la quantité de mouvement et non sur la quantité de mouvement réelle. Tout se passe à cette échelle comme si chaque point géométrique du milieu était occupé simultanément par les divers constituants G_a présents en "portions" volumiques ϕ_a .

5.2 Liens avec d'autres méthodes :

Il est à peine besoin de souligner l'éclairage apporté par la théorie des mélanges complétée par une interprétation physique précise des divers termes, évitant certaines incertitudes ou erreurs.

Par ailleurs le renvoi sur une configuration lagrangienne (virtuelle) du solide permet de retrouver un certain nombre de résultats de Biot pour un milieu poreux.

On a vu sur l'exemple de l'écoulement permanent de filtration à travers une matrice fixe comment établir le lien avec certains modèles aléatoires et avec l'homogénéisation de structures périodiques. On notera à ce propos que le premier terme p_0 du développement de la pression en fonction des puissances du petit paramètre ϵ peut être identifié à la pression p que nous avons introduite.

5.3 Conclusion :

Les démarches empiriques font classiquement appel à la notion de volume représentatif élémentaire (VRE) petit à l'échelle des phénomènes macroscopiques et grand devant une dimension caractéristique des constituants. On suppose alors que, pour une certaine classe d'évolutions, certaines grandeurs moyennes, qui demandent généralement à être précisées, ont un sens physique à l'échelle du VRE, c'est-à-dire qu'elles peuvent être soit mesurées soit reliées entre elles, au moins approximativement, par des lois de comportement.

Les méthodes de convolution constituent la mise en forme rigoureuse de cette intuition.

On peut supposer que le bon choix pour $D(0)$ est de prendre un domaine de la taille d'un VRE : la forme exacte de f et $D(0)$ est alors sans influence notable sur les propriétés macroscopiques du milieu, l'opération de moyenne apparente apparaissant en particulier comme très voisine d'une projection dans ces conditions. Ce type de raisonnement sur les moyennes est implicite dans tout traitement physique d'un milieu continu.

Dépendant l'écriture complète des lois de comportement nécessite des informations supplémentaires portant essentiellement sur la géométrie. Il n'y a pas lieu de s'en étonner : le procédé de changement d'échelle est une simplification de la description du milieu donc s'accompagne d'une perte d'informations sur la structure locale qui commande le comportement.

Il est donc nécessaire de compléter cette description en la particulier : on utilisera pour cela des modèles simplifiés supposés représentatifs du comportement local de la structure ou des hypothèses géométriques fortes, telles que la périodicité.

REFERENCES :

- AURIAULT J.-L. (1980), *Dynamic behaviour of a porous medium saturated by a Newtonian fluid*, Int. J. Engng. Sci., vol. 18, pp. 775-785.
- AURIAULT J.-L. (1983), *Homogenization : application to porous saturated media*, Summer School on two-phase medium mechanics, Gdansk, pp. 1-55.
- AURIAULT J.-L. et SANCHEZ-PALENCIA E. (1977), *Etude du comportement macroscopique d'un milieu poreux saturé déformable*, Journal de Mécanique, vol. 16, n° 4, pp. 576-603.
- AVAILLET C. (1981), *Comportement dynamique de milieux poreux saturés déformables*, Thèse 3ème cycle Mécanique, Grenoble, Sept. 1981.
- BEDFORD A. et DRUMHELLER D.S. (1983), *Theories of incompressible and structured mixtures*, Int. J. Engng. Sci., vol. 21, n° 8, pp. 863-960.
- BENSOUSSAN A., LIONS J.-L., PAPANICOLAOU G. (1978), *Asymptotic analysis for periodic structures*, North-Holland, Amsterdam.
- BIOT M.A. (1961), *Théorie généralisée de la propagation acoustique dans un gel poreux dissipatif*, Colloque Int. du C.N.R.S. n° 111, La propagation des ébranlements dans les milieux hétérogènes, Marseille, Sept. 1961, pp. 57-65.
- BIOT M.A. (1962 a), *Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media*, J. Appl. Phys., vol. 33, n° 4, pp. 1482-1498.
- BIOT M.A. (1962 b), *Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 34, n° 9, pp. 1254-1264.
- BIOT M.A. (1977), *Variational Lagrangian thermodynamics of non-isothermal finite strain mechanics of porous solids and thermomolecular diffusion*, Int. J. Solids Structures, vol. 13, pp. 579-597.
- BORNE L. (1983), *Contribution à l'étude du comportement dynamique des milieux poreux saturés déformables : étude de la loi de filtration dynamique*, Thèse Doct.-Ing., Grenoble, Sept. 1983.
- BOWEN R.M. (1976), *Theory of mixtures*, Continuum Physics, vol. 3, A.C. Erlingen ed., New-York, Academic Press.
- COUDERT J.F. (1973), *Théorie macroscopique des écoulements multiphasiques en milieu poreux*, Revue Inst. Français du Pétrole, vol. 28, n° 2, Mars-Avril 1973, pp. 171-183 et vol. 28, n° 3, Mai-Juin 1973, pp. 373-398.

- COUSSY O. et BOURBIE T. (1984), *Propagation des ondes acoustiques dans les milieux poreux saturés*, Revue Inst. Français du Pétrole, vol. 39, n° 1, Janv.-Fév. 1984, pp. 47-66.
- ENE H.I. (1981), *On the thermodynamic theory of mixtures*, Int. J. Engng. Sci., vol. 19, pp. 905-914.
- ENE H.I. et SANCHEZ-PALENCIA E. (1975), *Equations et phénomènes de surface pour l'écoulement dans un modèle de milieu poreux*, Journal de Mécanique, vol. 14, n° 1, pp. 73-108.
- ENE H.I. et MELICESCO-RECEANU M. (1984), *On the viscoelastic behaviour of a porous saturated medium*, Int. Engng. Sci., vol. 22, n° 3, pp. 243-246.
- ESTRADA R. et KANVAL R.P. (1980), *Applications of distributional derivatives to wave propagation*, J. Inst. Maths Applies, vol. 26, pp. 39-63.
- FLEURY F. (1983), *Application de la méthode d'homogénéisation à des problèmes de mélange fluide-solides*, Thèse Doct. ès Sc. Math., Rouen.
- GEL'FAND I.M. et SHILOV G.E. (1964), *Generalized functions : properties and operations*, vol. 1, Academic Press.
- GILBERT F. (1984), *Description des sols saturés par une méthode d'homogénéisation*, Ecole d'Hiver, C.N.R.S.-I.M.G., Rhéologie des géomatériaux, Aussois, Décembre 1984.
- GILBERT F. (1985), *A mechanical description of saturated soils*, International Symposium : Physical Basis and Modelling of Finite Deformation of Aggregates, Paris, Sept.-Oct. 1985.
- GRAY W.G. et O'NEILL K. (1976), *On the general equations for flow in porous media and their reduction to Darcy's law*, Water Resources Research, vol. 12, n° 2, April 1976, pp. 148-154.
- HADJ HAMOU A. (1983), *Contribution à l'étude du comportement des sols pulvérulents sous chargements cyclique et dynamique*, Thèse Doct.-Ing., Paris, E.N.P.C., Déc. 1983.
- MARLE C.M. (1965), *Application des méthodes de la thermodynamique des processus irréversibles à l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux*, Bulletin RILEM, Nouvelle série, vol. 29, pp. 107-117.
- MARLE C.M. (1967), *Écoulements monophasiques en milieu poreux*, Revue Inst. Français du Pétrole, vol. 22, n° 10, Octobre 1967, pp. 1471-1509.
- MARLE C.M. (1982), *On macroscopic equations governing multiphase flow with diffusion and chemical reactions in porous media*, Int. J. Engng. Sci., vol. 20, n° 5, pp. 643-662.

MATHERON G. (1967), *Éléments pour une théorie des milieux poreux*, Masson & Cie, Paris.

MULLER I. (1975), *Thermodynamics of mixtures of fluids*, Journal de Mécanique, vol. 14, n° 2, pp. 267-303.

PREVOST J.H. (1980), *Mécanics of continuous porous media*, Int. J. Engng. Sci., vol. 18, pp. 787-800.

SANCHEZ-BALENCIA E. (1974), *Comportement local et microscopique d'un type de milieux physiques hétérogènes*, Int. J. Engng. Sci., vol. 12, pp. 331-351.

SANCHEZ-BALENCIA E. (1980), *Non-homogeneous media and vibration theory*, Lectures notes in Physics, 127, Springer.

SCHWARTZ L. (1965), *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*, Hermann, Paris.

SERRA J. (1982), *Image analysis and mathematical morphology*, Academic Press.

SLATTERY J.C. (1967), *Flow of viscoelastic fluids through porous media*, A.I.Ch.E. Journal, vol. 13, n° 6, November 1967, pp. 1066-1071.

SLATTERY J.C. (1968), *Multiphase viscoelastic flow through porous media*, A.I.Ch.E. Journal, vol. 14, n° 1, January 1968, pp. 50-56.

SLATTERY J.C. (1969), *Singgle-phase flow through porous media*, A.I.Ch.E. Journal, vol. 15, n° 6, November 1969, pp. 866-872.

SLATTERY J.C. (1970), *Two-phase flow through porous media*, A.I.Ch.E. Journal, vol. 16, n° 3, May 1970, pp. 345-352.

TRUESDELL C. et TOUPIN R.A. (1960), *The classical field theory*, Handbuch der Physik, III, 1, S. Flügge ed., Springer.

WHITAKER S. (1966), *The equations of motion in porous media*, Chemical Engineering Science, vol. 21, pp. 291-300.

WHITAKER S. (1969), *Advances in theory of fluid motion in porous media*, Industrial and Engineering Chemistry, vol. 61, n° 12, December 1969, pp. 14-28.

RHEOLOGIE DES POUDRES ALIMENTAIRES :
 COMPRESSIBILITE ET INFLUENCE DE LA TENEUR EN EAU
 C. ,OISEL. Chaire de Génie Alimentaire, ENITIAA NANTES

RESUME

Cet exposé constitue une approche à l'étude des propriétés rhéologiques des poudres alimentaires, utilisant un appareil couramment répandu : la machine de traction-compression.

Le comportement mécanique du produit est difficile à décrire en termes de module d'élasticité ou de temps de relaxation.

En effet, ce comportement reflète la structure de l'édifice particulaire (porosité, nombre de points de contact), elle-même conditionnée par la distribution granulométrique des particules, leur forme, leur aspect de surface; données qui peuvent évoluer dans le cas de poudres alimentaires hétérogènes et fragiles.

Chacune des structures que prend successivement le lit de poudre, forme un matériau distinct : ainsi, au fur et à mesure de la compression, par suite du tassement progressif, le produit s'apparente de plus en plus à un solide élastique.

Toutefois, dans le but d'évaluer l'influence des facteurs de l'environnement (notamment l'humidité) sur une poudre, ou de les comparer entre elles, il est intéressant de mesurer leurs caractéristiques rhéologiques; c'est aussi un moyen pour essayer de comprendre ce qui se passe au niveau particulaire, à partir d'une mesure globale.

ABSTRACT

This is an attempt to study rheological properties of food powders by using a well-known apparatus : the universal testing machine (INSTRON).

It is difficult to characterize the mechanical behaviour of these powders by an elastic modulus or relaxation times.

This behaviour is related to the structural form of the particle arrangement, (porosity, points of contact) which is function of the size distribution, shape and surface of the particles ; these data can even be altered for heterogeneous food powders.

Each of these particle arrangements forms a new material : for instance, the behaviour of a powder looks more and more like the one of an elastic body, as the compression proceeds, because of the growing packing.

Nevertheless, these rheological properties are of great interest to study the influence of environmental factors (such as humidity), or to compare powders ; it is also useful for a better understanding of the particle properties.

INTRODUCTION

Depuis quelques années, le laboratoire de Génie Alimentaire de l'ENTITAA de Nantes étudie les propriétés rhéologiques des poudres alimentaires, dans le but d'apporter une contribution à la prévision du comportement de ces dernières lors du stockage, ainsi que lors d'opérations situées en aval telles que le dosage volumétrique, ou le conditionnement.

Après avoir employé des méthodes empruntées à la Mécanique des Soils pour caractériser les poudres alimentaires (détermination oedométrique, mesure de l'angle de frottement interne), nous avons voulu mettre en oeuvre une procédure expérimentale plus souple, sans pour autant abandonner les précédentes méthodes.

L'utilisation d'une machine universelle de traction compression permettant une grande variabilité dans la conduite des essais ainsi qu'un gain de temps appréciable, nous a semblé une voie prometteuse.

Nous avons donc tenté de déterminer les propriétés rhéologiques d'un lit particulaire, constitué par un échantillon de poudre placé dans une cellule.

- Cette étude comporte trois parties :
- Etude de la relation contrainte-déformation : définition d'un indice de compressibilité et d'un module apparent d'élasticité.
- Etude du comportement visco-élastique au moyen de la relaxation.
- Influence de la teneur en eau sur les propriétés élasto-plastiques par des cycles de compression-décompression successifs.

I. MATERIEL ET METHODES

a) Produits

Les deux premières parties ont été réalisées sur du lait écrémé en poudre, en raison de l'importance économique de ce produit et de la fréquence d'accidents technologiques liés à son mauvais écoulement. Une poudre modèle a été étudiée en parallèle : il s'agit de billes de verre. Pour l'étude du facteur teneur en eau, le choix s'est porté sur l'amidon, de façon à couvrir une plage d'humidité aussi vaste que possible (ce qui n'était pas possible pour le lait écrémé en raison du montage provoqué par la cristallisation du lactose, à partir d'une activité de l'eau, Aw de 0,35).

al - Lait écrémé en poudre : il s'agit de lait obtenu par atomisation par turbine, à 3,6 % d'humidité (Aw à 25°C = 0,30).

L'observation en microscopie optique, puis au microscope électronique à balayage a montré que cette poudre était constituée, non de particules indépendantes, mais d'agglomérats formant des grappes ; ceci est confirmé par l'analyse granulométrique.

En effet, le diamètre moyen varie de 60 à 90µ quand on utilise le tamisier à secousses (marque IMCLYNO) respectivement avec et sans billes ; de plus, les résultats obtenus avec le tamisier muni de billes sont sensiblement identiques à ceux fournis par le tamisier à dépression d'air (marque ALPINE).

Figure 1. Microphotographie de poudre de lait x 150. LTA4 INRA Nantes.



De ces résultats, deux remarques se dégagent :
- l'importance de la fraction granulométrique fine, (19 % inférieur à 32µ, par tamisage ALPINE) qui jouera un rôle lors de la compression du lit particulaire.

- la modification potentielle de la répartition granulométrique sous l'application d'une contrainte.

D'autre part la masse volumique particulaire, mesurée par pycnométrie au benzène est égale à 1,21 g/cm3.
a2 - Billes de verre : ce sont des microbilles (marque BLAST) sélectionnées pour une taille moyenne de 40µ ; l'aspect de la surface est lisse, et la forme parfaitement sphérique. Masse volumique particulaire = 2,4 g/cm3, soit le double de celle du lait écrémé.

a3 - Amidon de pomme de terre : l'amidon a été tamisé au préalable, pour obtenir une fraction comprise entre 40 et 60µ. Les échantillons ont été conditionnés en adsorption et en désorption à 25°C, en utilisant des solutions saturées de sel, ou des solutions d'acide sulfurique, et leur teneur en eau contrôlée à l'équilibre. De plus, la masse volumique particulaire a été déterminée par pycnométrie au toluène. Le protocole expérimental et les résultats sont consignés par HAÏNE (1).

b) Protocole expérimental

Les expériences ont été réalisées sur l'INSTRON du laboratoire de Physico-Chimie des Macromolécules de l'INRA de Nantes
b1 - Compression-relaxation. Le protocole expérimental a été décrit par MOREYRA et PELEG (2). Dans notre cas, la cellule possède une profondeur et un diamètre internes respectivement de 4,4 et 5 cm. De cette façon, le rapport hauteur/diamètre est proche de 1, ce qui limite à la fois les effets de bord et les risques de distorsion au cours de la compression.

Nous avons répété l'essai au minimum 5 fois, pour 2 vitesses : 1 et 5 mm/mn et 4 forces de compression maximale : 500, 1000, 2000 et 4000N (soit 2,5 5,1 10,2 et 20,4 kg/cm2) en ménageant un temps de relaxation d'1 H 30.
b2 - Cycles de compression-décompression avec l'amidon. Environ 1 g d'amidon, a été introduit dans une cellule de dimension réduite, (hauteur = 1,3 cm, diamètre : 1,4 cm) et pré tassé sous 500 g, avant de mesurer la hauteur de poudre au moyen d'un pied à coulisse.

puis la poudre a subi plusieurs cycles de compression-décompression à une vitesse de 1 mm/mn en inversant le mouvement de la traverse, lorsque la force maximale était atteinte ; 500 N pour 6 cycles successifs, puis 2000 N et de nouveau 500 N pour 2 séries comportant également 6 cycles de compression-décompression (soit des pressions de 33,2 et 132,8 kg/cm2).

c) Traitement mathématique

c1 - Compression-relaxation. La courbe expérimentale, compression-relaxation présente l'aspect suivant : figure 2.
Dans la partie compression, on observe des oscillations d'amplitude croissante avec la force, déjà signalées par de nombreux auteurs dont HWYASHI (3) et plus récemment ROTH et HARDY (4) sur la poudre de lait, sous le nom d'effet "slip-stick". Nous avons utilisé l'enveloppe externe de la courbe pour étudier la relation contrainte-déformation.

Cette relation n'est pas linéaire, il n'est donc pas possible de caractériser le matériau par un module d'élasticité conventionnellement défini par E.

$E = \frac{F/A}{\Delta H/H_0}$

F = Force
A = Section de la poudre
ΔH = variation de hauteur
H0 = hauteur initiale de l'échantillon

Nous avons donc choisi de calculer, par un moyen informatique (Apple IIe), le module tangent en tout point, et de retenir sous le terme de module apparent d'élasticité, ou module de rigidité, le module se rapportant à une section approximativement linéaire de la courbe (module constant) ; c'est

d'ailleurs cette démarche qui est préconisée par MOHSEMIN (5), dans le cas de produits végétaux. D'autre part, nous avons recherché la portion de courbe, où la relation définie par PELEG (2) : $\rho = a + b \log \sigma$ semblait applicable.

$\rho =$ masse volumique (g/cm³)

$\sigma =$ pression normale = F/A (kg/cm²)

a et b = constantes

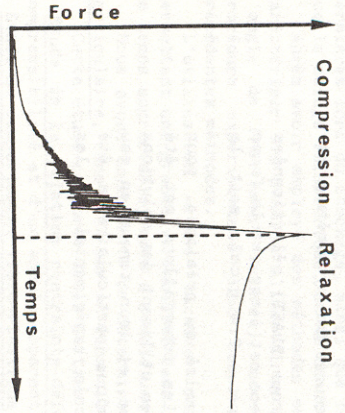


Figure 2. Courbe de compression-relaxation sur du lait écrémé à 500 N

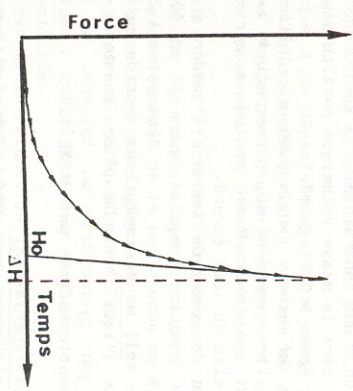


Figure 3. Interprétation de la courbe de compression

En ce qui concerne la relaxation, nous avons déterminé :
 - la pente de la droite k_2 , selon l'équation définie par PELEG (2) :
 $F(t) = F_0 e^{-k_1 t} + k_2 t$
 $F_0 =$ force en début de relaxation (N)
 $t =$ temps de relaxation (sec.)

- les temps de relaxation, T_1 et T_2 , en assimilant le comportement mécanique du matériau, à un modèle de Maxwell, à 2 éléments selon l'équation :

$E(t) = E_1 e^{-t/T_1} + E_2 e^{-t/T_2} + E_n$
 En est le module au temps infini.
 $E(t) = F(t)/A$
 $\Delta H/H_0$ est la déformation calculée dans la partie approximativement linéaire.

Comme la déformation n'est pas instantanée, il est possible que la relaxation commence pendant la phase de compression. Nous avons donc opéré un glissement de l'échelle des temps pour t^* , selon la méthode de Zapas, à savoir : $E(t) = F(t - t^*)/A$

Cette hypothèse simplificatrice a cependant été étayée par l'application de la méthode d'Inoguchi, qui a fait apparaître 2 temps de relaxation bien différenciés.

Toutefois, devant l'imprécision sur la détermination du temps court, T_2 , dû à l'utilisation de cette méthode graphique, nous avons employé un programme d'ajustement, mis au point par TRAN (Laboratoire de Biophysique, INRA de Nantes), le COMPLEX F77 sur PRIME.

c2 - Cycles de compression-décompression. Un module tangent a été calculé, sur chacun des cycles en compression, dans la moitié supérieure ; ceci n'a pas été possible en décompression, compte tenu de la concavité de la courbe.

La surface sous la courbe, assimilée au travail fourni (en compression), puis restitué (en décompression) par la poudre, a également été calculée pour chaque cycle. Ceci nous a permis de connaître le pourcentage d'énergie absorbée par la poudre en fonction de sa teneur en eau.

II. RESULTATS ET DISCUSSION

a) Compression relaxation

Les résultats sont regroupés dans le tableau 1.

Vitesse	Force maximale	Masse volumique (g/cm ³)	Porosité	Module tangent (kPa x 10 ³)	Constante de relaxation : k	Temps de relaxation (sec.) :	
						1 et 2	1 et 2
V = 1 mm/mn	500 N n = 9	0,690 (s = 0,007)	0,43	1,27 (s = 0,12)	5,2 (s = 0,3)	229	1870
	1000 N n = 12	0,702 (s = 0,010)	0,40	0,97		229	1870
	2000 N n = 13	0,708 (s = 0,004)	0,42	2,16 (s = 0,13)	5,3 (s = 0,2)	217	1985
	4000 N n = 10	0,730 (s = 0,007)	0,39	1,57		220	2136
	500 N n = 8	0,697 (s = 0,007)	0,41	2,89 (s = 0,22)	5,7 (s = 0,4)	220	2136
	1000 N n = 7	0,695 (s = 0,003)	0,40	2,35		220	2136
V = 5 mm/mn	500 N n = 8	0,697 (s = 0,007)	0,42	1,39 (s = 0,13)	4,7 (s = 0,2)	215	2012
	1000 N n = 7	0,695 (s = 0,003)	0,40	2,45 (s = 0,17)	5,0 (s = 0,1)	218	1842
	2000 N n = 9	0,710 (s = 0,003)	0,33	3,19 (s = 0,13)	5,1 (s = 0,2)	212	2233
	4000 N n = 6	0,727 (s = 0,004)	0,40	3,76 (s = 0,12)	5,6 (s = 0,2)	196	1845
	500 N n = 8	0,697 (s = 0,007)	0,42	2,05		215	2012
	1000 N n = 7	0,695 (s = 0,003)	0,40	1,99		218	1842

Tableau 1. Résultats des mesures sur lait écrémé et billes de verre (caractères gras)

n = 2 pour les billes de verre
 La masse volumique après remplissage de la cellule a été contrôlée ; sa répétabilité est satisfaisante

Lait écrémé : 0,593 g/cm³ (s = 0,013) porosité = 0,51
 Billes de verre : 1,249 g/cm³ (s = 0,014) porosité = 0,48

La porosité particulaire, calculée comme suit, nous renseigne sur l'évolution des vides interparticulaires, sachant que la porosité minimale est 0,26 pour un empilement hexagonal compact de sphères de taille identique. Cette porosité peut d'ailleurs encore diminuer si la taille des particules est hétérogène.

Porosité particulaire = $1 - \frac{\text{Masse volumique}}{\text{Masse volumique particulaire}}$

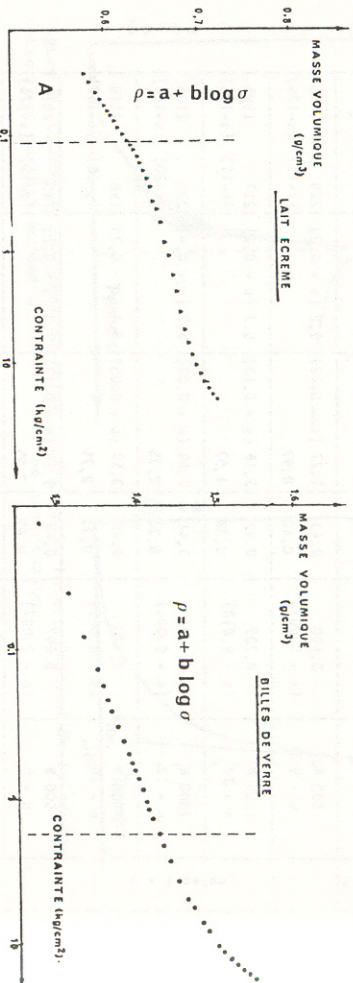
On ne constate pas de modification de la masse volumique avec la vitesse de compression. Toutefois la mesure de la masse volumique est globale et ne rend pas compte des hétérogénéités qui sont probablement apparues au sein de la poudre, lors de l'application de la contrainte.

L'indice de compressibilité, D_r calculé d'après l'équation : $\rho = a + b \log \sigma$ varie comme suit :

	Lait écrémé (x100)	Billes de verre (x100)
Vitesse 1 mm/mn	6,5 (s = 0,7)	6,9 (s = 0,2)
Vitesse 5 mm/mn	7,3 (s = 1,0)	5,1 (s = 0,5)

Ainsi, on ne remarque pas de différence appréciable pour le lait écrémé, tandis que les billes de verre auraient une meilleure compressibilité à vitesse réduite.

Pourquoi, et tout d'abord comment définir la compressibilité ?
 Selon CARR (6) "la compressibilité est l'aptitude du matériau à diminuer de volume sous l'effet d'une sollicitation variable, quels que soient le mode d'application et l'intensité de celle-ci".
 Mais l'évolution du volume est différente suivant la plage de contrainte et le matériau considéré ; l'allure des 2 courbes (Figures 4 & 5) suivantes est, à cet égard, significative.



Figures 4 & 5. Masse volumique en fonction du log de la contrainte (force maximale 4000 N, vitesse 1 mm/min)

Dans les mêmes conditions de mesure on note :
 - pour le lait écrémé une forme sigmoïde : l'indice de compressibilité est calculé sur une plage étroite de contrainte (A)
 - pour les billes de verre : la portion de courbe assimilée à une droite est beaucoup plus vaste.

Dans tous les cas, la partie considérée comme linéaire appartient au début de la courbe de compression : elle correspondrait à un comblement des espaces interparticulaires.

Cette hypothèse a été confirmée par Williams et Birks⁽⁷⁾ dans le cas du dioxyde de titane, où la relation : $v = K_2 - m \log \sigma$ s'appliquait parfaitement (v : volume spécifique).

D'après ces auteurs, la réduction de volume est due exclusivement au réarrangement particulaire, car les particules de TiO₂ sont trop dures pour subir des déformations plastiques, aux faibles pressions utilisées, arguement tout à fait de circonstance pour les billes de verre.

Le rôle de la vitesse de compression pourrait s'expliquer par le temps nécessaire au réarrangement particulaire, qui conditionne la réduction du volume.

Dans le cas de la poudre de lait, des oscillations très serrées, dont l'amplitude croît avec la force tandis que la fréquence diminue, se surimposent à la courbe de compression (fig. 2). L'explication la plus vraisemblable, compte tenu de la forme de chaque oscillation (augmentation progressive de la force suivie d'une chute brusque) est la suivante : résistance à la compression (la structure particulaire demeure inchangée) puis effondrement brutal (d'une épaisseur variable de poudre), les particules remplissent alors une partie des vides, le volume diminue et l'éédifice formé est plus compact, nécessitant une force supérieure pour provoquer la rupture, lors de la prochaine oscillation.

A noter, qu'en fin de compression, chaque oscillation correspond à un déplacement de la traverse d'1/10e mm.

Toutefois, au delà de 1000 N, on observe un changement de pente très net : la structure est plus dense, se rapprochant de celle d'un matériau solide, la valeur du module tangent semble se stabiliser.

Existe-t-il une influence du mode de compression, sur le comportement au cours de la relaxation ?

Les valeurs des temps de relaxation sont sensiblement égales : on remarque un écart-type très élevé, lié en grande partie à la détermination du module infini : et probablement à l'inadéquation du modèle de Maxwell, à un matériau discontinu. En revanche, la constante, K_2 , calculée sur les premières minutes de la relaxation augmente de façon significative avec la force de compression et diminue avec la vitesse.

Or K_2 , encore appelé indice de solide par Pelleg, caractérise la densité de la structure particulaire. Plus celle-ci sera aérée, et plus la contrainte se relâchera rapidement.

Inversement, plus la porosité sera faible et plus le comportement se rapprochera de celui d'un solide élastique. C'est ce qui se produit quand la force de compression augmente, ou quand la vitesse diminue.

b) Influence de la teneur en eau sur les propriétés élastoplastiques

Deux caractéristiques nous ont permis d'évaluer cette influence :
 - d'une part, le module de rigidité, c'est à dire la pente de la courbe en compression ;
 - d'autre part le pourcentage d'énergie absorbée durant la compression.

Tout d'abord une remarque générale.
 Les propriétés qualifiées d'élasto-plastiques se situent à 2 niveaux :
 - l'édifice particulaire, dont la structure subit un remanement sous l'effet des cycles de compression successifs.

- la particule elle-même, qui gonfle au cours de l'adsorption ; le volume spécifique, mesuré par pycnométrie augmente de 0,67 à 0,919 cm³/g pour une teneur en eau variant de 0 à 30 %.

S'il nous semble difficile d'imaginer une rupture des particules, compte tenu de leur petite taille et de la pression utilisée une déformation plastique n'est pas exclue au niveau des points de contact et pour les fortes humidités.

Influence de la teneur en eau

Le module de rigidité diminue quand la teneur en eau augmente, surtout à partir de 10 % (fig. 6) Inversement l'énergie absorbée augmente, comme l'hystérésis de la courbe compression-décompression le montre clairement (fig. 7)

La poudre serait donc plus compressible aux fortes teneurs en eau : forme moins anguleuse facilitant les glissements particulaires, rôle de lubrifiant joué par l'eau...

D'autre part, une bonne partie du travail fourni en compression est probablement lié à la déformation des particules.

Nous avons d'ailleurs obtenu lors du démoulage de la cellule, de véritables pastilles de poudre, pour une teneur en eau supérieure à 10%.

L'énergie absorbée rend bien compte des propriétés plastiques acquises par la poudre.

Influence du nombre de cycles

Ici apparaît une tendance à priori contradictoire avec les résultats ci-dessus : lors du 5e cycle de compression à 2000 N puis à 500 N, le module de rigidité reste stable dans le 1er cas, et augmente au contraire dans le 2e avec la teneur en eau (saut aux humidités très fortes).

Cela signifie certainement qu'après une première série de compressions à 500 N, l'arrangement particulaire obtenu avec une poudre humide est plus serré et donc plus difficile à comprimer par la suite.

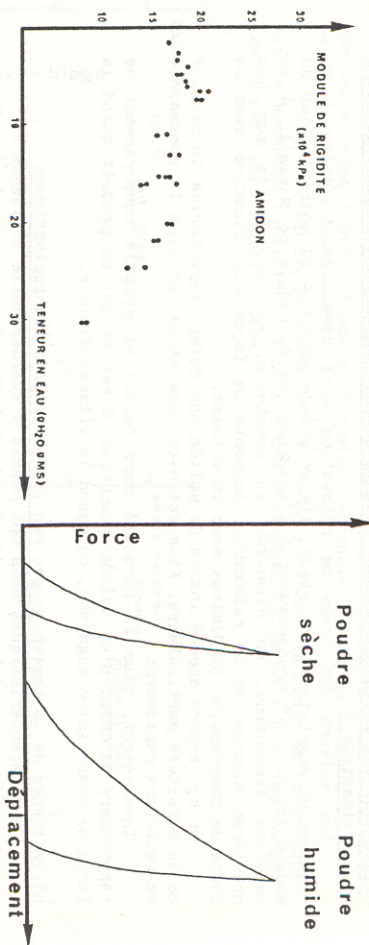


Figure 6. Module de rigidité d'une poudre d'amidon en fonction de sa température en eau, calculé sur le 5e cycle à 500 N.

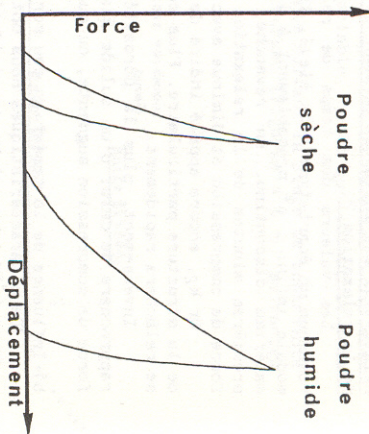


Figure 7. Courbes de compression-décompression obtenues pour des poudres sèches et humides.

Conclusion
 Dans cette étude, nous avons tenté de transposer les comportements rhéologiques des milieux continus à un matériau discontinu, la poudre, en nous aidant des expériences réalisées par Peleg.

Les caractéristiques rhéologiques obtenues dépendent des conditions de mesure, ce qui met bien en évidence les limites d'une telle démarche. Néanmoins, celle-ci présente un intérêt dans l'étude de facteurs externes, humidité en particulier, sur le comportement du produit.

Nous tenons à remercier Mr LEFEBVRE, Laboratoire de Physico-chimie des Macromolécules, INRA NANTES, pour ses conseils et la mise à disposition du matériel.

BIBLIOGRAPHIE

(1) V. HAINE, H. BIZOT and A. BULEON. Reinvestigation of potato starch volume during the sorption process. Carbohydrate Polymers 5 (1985) 91-106.
 (2) R. MOREYRA and M. PELEG. Compressive deformation patterns of selected food powders. Journal of Food Science 45 (1980) 864-868.
 (3) H. HAYASHI, D.R. HELDMAN and T.I. HEDRICK. Internal friction of nonfat dry milk. ASAE paper N° 67-338 (1968) 422-425.
 (4) J.C. ROTH et J. HARDY. Rhéologie des produits alimentaires. Cahiers du Groupe Français de Rhéologie VI-6 (1985) 87-102.
 (5) N.N. MOHSEMIN. physical properties of plant and animal materials. Ed. Gordon and Breach Science Publishers, New York (1970) 174-222.
 (6) K/L/ CARR. Evaluating flow properties of solids. Chem. Eng. 72, 3, (1965) 69-72.
 (7) J.C. WILLIAMS and A.H. BIRKS. Rheol. Acta, 4(3) (1965) 170.

LE GROUPE FRANÇAIS DE RHEOLOGIE

THE FRENCH GROUP OF RHEOLOGY

La Rhéologie est la science des DEFORMATIONS et ECOULEMENTS de la matière, des CONTRAINTES qui en résultent et des EFFORTS qu'il faut lui appliquer pour les obtenir.

UNIVERSELLE, on la rencontre dans tous les domaines de l'activité humaine, et ses applications vont de la mise en forme des produits industriels quel qu'en soit le matériau, aux comportements de la matière vivante, en passant par la tenue des pneumatiques ou la durabilité des constructions. Son impact économique est donc considérable.

INTERDISCIPLINAIRE, elle fait appel à la MECANIQUE, à la PHYSIQUE, à la CHIMIE, à la BIOLOGIE, qui lui fournissent ses instruments de base, et se montre utile à chacune de ces disciplines.

ASSOCIATION SANS BUT LUCRATIF à vocation purement scientifique fondée en 1964 et régie par la loi de 1901, le GROUPE FRANÇAIS DE RHEOLOGIE a pour OBJECTIFS de contribuer au DEVELOPEMENT des études et recherches relatives à la Rhéologie, et de favoriser la DIFFUSION ou le TRANSFERT des progrès accomplis dans ses diverses branches.

Dans ce but, le Groupe Français de Rhéologie

- organise des REUNIONS où les chercheurs et les industriels peuvent présenter et discuter leurs résultats ou leurs préoccupations ;
- entretient des relations avec le COMITE INTERNATIONAL DE RHEOLOGIE et les SOCIETES DE RHEOLOGIE d'autres pays ;
- organise un COLLOQUE NATIONAL ANNUEL ;
- édite des CAHIERS consacrés aux exposés scientifiques (une cinquantaine de numéros édités à ce jour), et un BULLETIN consacré aux informations courantes ;
- contribue à la clarification du langage par l'établissement d'un DICTIONNAIRE ;
- etc...

Cette activité vous intéresse et vous souhaitez devenir membre ou obtenir de plus amples renseignements, écrivez à l'adresse ci-dessous :

GROUPE FRANÇAIS DE RHEOLOGIE
 Secrétariat Général
 C.E.B.-F.P.
 12, rue Brancion
 75737 PARIS CEDEX 15

LES COLLOQUES ANNUELS DU GROUPE FRANÇAIS DE RHEOLOGIE

THE ANNUAL COLLOQUIA OF THE FRENCH GROUP OF RHEOLOGY

- 1 - Rhéologie des systèmes à 2 phases 1965
- 2 - Aspects énergétiques en Rhéologie 1966
- 3 - Progrès récents des effets du 2ème ordre 1967
- 4 - Rhéologie en relation avec la structure 1968
- 5 - Comportements mécaniques des matériaux composites 1969
- 6 - Influence de la température et de la pression sur les comportements rhéologiques
- 6 bis - Rhéologie et hydrotechnique 1970
- 7 - Viscoplasticité 1970
- 8 - Rhéologie des bétons 1971
- 9 - Phénomènes de surfacé 1973
- 10 - Influence de la température sur les comportements rhéologiques 1974
- 11 - Rhéologie des corps mous 1975
- 12 - Thermodynamique des comportements rhéologiques 1976
- 13 - Aspects rhéologiques de la mécanique de la rupture 1977
- 14 - Rhéologie des couches minces 1978
- 15 - Comportements rhéologiques et structure des matériaux 1979
- 16 - Applications de la Rhéologie aux problèmes de fabrication industrielle 1980
- 17 - Comportements rhéologiques sous sollicitation rapides ou dynamiques 1981
- 18 - Méthodes et Appareils de mesures rhéologiques 1982
- 19 - Rhéologie des matériaux anisotropes 1983
- 20 - Vingt ans de Groupe Français de Rhéologie : Progrès récents 1984
- 21 - Rhéologie des fluides hétérogènes 1985
1986

Renseignements sur les conditions d'obtention des comptes-rendus
Information on the conditions for obtaining Proceedings

Prof. C. HUET
Cahier du Groupe Français de Rhéologie
CERAM - ENPC
La courtine B.P. 105
F - 93194 NOISY-LE-GRAND Cedex France
Tél. (1) 43.04.40.98

CAHIERS DU GROUPE FRANÇAIS DE RHÉOLOGIE

DESCRIPTION SEMI-LOCALE DE MILIEUX A CONSTITUANTS SEPARÉS

F. GILBERT 3 - 30

RHEOLOGIE DES POUDRÉS ALIMENTAIRES :
COMPRESSIBILITE ET INFLUENCE DE LA TENEUR EN EAU

C. LOISIEL 31 - 38

T.VII N°1

SEPTEMBRE 1987

ISSN 0373-5699