Cahiers du Groupe

Français de Rhéologie

Tome V, Numéro 6

Février 1982

Journée du 21 mai 1981

S O M M A I R E

DETERMINATION DU COMPORTEMENT DES MATERIAUX COMPOSITES SOUS CONDITIONS DYNAMIQUES (.)

A. CARDON, professeur (..)
C. HIEL, chercheur F.R.F.C. (...)

RESUME

Avec un équipement spécifique (IMASS et METRAVIB) dont les sorties sont reliées au travers d'un interface actif à un miniordinateur HP 1000, nous déterminons les composantes du module complexe de matériaux composites dans un domaine de fréquences de 0.1 à 10 Hz (→ 1000 Hz) et un domaine de température de 25 à 200°C. La méthode est une approche macro- et micromécanique suggérée par SIMS et HALPIN qui ne nécessite la mesure que d'une seule caractéristique viscoélastique.
Les résultats expérimentaux de contrôle concordent avec les prévisions.

ABSTRACT

A commercially available equipement (IMASS and METRAVIB), connected with an active interface to a minicomputer HP 1000, permits to measure the components of the complex modulus of composite materials. The measures were obtained in a frequency range 0.1 to 10 Hz (→ 1000 Hz) and a temperature range from 25 to 200°C. The method is a macro- and micromechanical approach as suggested by SIMS and HALPIN and needs the measure of only one viscoelastic characteristic. The experimental control results agree with the calculated data.

(.) Communication présentée lors de la Journée de Printemps du Groupe Français de Rhéologie à Paris le 21 mai 1981.

(..) Vrije Universiteit Brussel - Faculté des Sciences Appliquées - Mécanique des Milieux Continus - Pleinlaan, 2 - 1050 Bruxelles (Belgique).

(...) Fonds de la Recherche Fondamentale Collective (V.U.B. - nr. 2.9003.79).

1. INTRODUCTION.

Actuellement la majorité des informations concernant les matériaux composites se limitent à des résultats d'essais statiques, de fatigue et de fluage. Non seulement de nombreuses applications de ces matériaux s'effectuent sous des conditions dynamiques, mais il est évident que la connaissance du comportement d'un matériau vis à vis de sollicitations dynamiques permet de mieux comprendre son comportement global et plus spécialement du point de vue de la fatigue.
Un besoin croissant d'informations précises concernant le comportement dynamique des matériaux composites existe, ainsi que la mise au point de méthodes permettant de relier le comportement global du composite au comportement spécifique de ses constituants.

Si beaucoup de modèles existent pour calculer les caractéristiques globales du composite à partir de ces constituants, ils n'envisagent généralement que des comportements élastiques alors que bien souvent la matrice est nettement viscoélastique et domine parfois le comportement global, du moins dans certains cas de sollicitations. Une modélisation qui prend en compte le caractère viscoélastique de cette matrice est dès lors souhaitable.

Nous utilisons une approche macro- et micromécanique suggérée par SIMS et HALPIN qui a l'avantage de ne nécessiter que la mesure d'une seule caractéristique viscoélastique. Les échantillons contiennent des fibres de carbone Hyfil-Torayca, continues et alignées uniaxialement dans une matrice en résine shell R7B.

Nous disposons d'équipements de mesure pour des essais dynamiques traction-compression et flexion dans le domaine de fréquence 0.1 à 1000 Hz et le domaine de température de -180 à +200°C. Ces gammes complètes nécessitent un raccord de mesures obtenues par différents équipements et nous nous sommes limités dans un premier temps aux domaines 0,1 à 10 Hz et +25 à +200°C.

Nous introduisons plusieurs corrections pour tenir compte des conditions spécifiques des méthodes de mesure. Un raccord des équipements de mesure par un interface actif à un miniordinateur HP 1000 avec un software spécifique nous permet d'exploiter très rapidement tous nos résultats de mesure.

2. METHODE DE MESURE - EQUIPEMENTS - CORRECTIONS.

2.1. Methode de mesure.

La méthode que nous utilisons est celle des vibrations forcées soit en traction-compression, soit en flexion composée.
Si

$$\sigma = \sigma_o \cos \omega t , \qquad (1)$$

nous savons que s'il y a une certaine viscosité la déformation résultante sera déphasée :

$$\varepsilon = \varepsilon_o \cos(\omega t - \delta) \quad . \qquad (2)$$

Le module complexe $\underset{\sim}{E}$, s'écrira :

$$\underset{\sim}{E} = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_o} e^{i\delta} = \left(\frac{\sigma_o}{\varepsilon_o} \cos\delta + i \frac{\sigma_o}{\varepsilon_o} \sin\delta\right) = E_1 + i\, E_2 \qquad (3)$$

E_1 mesure le caractère élastique et E_2 le caractère dissipatif du matériau. On mesure généralement

$$E_1 \quad \text{et} \quad \mathrm{tg}\,\delta = \frac{E_2}{E_1} \quad . \qquad (4)$$

Nous utilisons deux équipements qui sont commercialement disponibles : le viscoélasticimètre METRAVIB (France) et le Dynastat-dynalyzer IMASS (U.S.A.).

2.2. Adaptation.

Une modification de ces équipements standard nous donne une sortie connectée au travers d'un interface actif (tampon), a un miniordinateur HP 1000, ce qui nous permet une utilisation directe de notre programme d'analyse des données [1] en vue d'obtenir les représentations de E_1 et tg δ en fonction de la fréquence (f) et de la température (θ).

Cette adaptation nous permet une analyse rapide et complète des différentes fonctions caractéristiques de l'échantillon.

2.3. Corrections de rigidité.

Les équipements que nous utilisons sont construits pour l'essai de matériaux à module relativement faible et dès lors la rigidité de l'ensemble est parfois trop faible. Si $F = K u$ nous avons $K \sim 5.10^6$ N/m.

Il est dès lors nécessaire d'introduire des corrections de rigidité pour séparer la rigidité propre de l'échantillon d'autres facteurs parasites de l'équipement, [2].

Si K_1 est la rigidité du transducteur de force,

K_{c_1} la rigidité de la première connection,

K_{c_2} la rigidité de la seconde connection,

K_e^* la rigidité de l'échantillon,

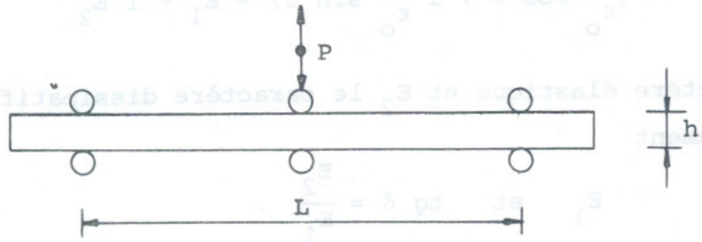
on montre que la rigidité mesurée K_m^* est donnée par :

$$\frac{1}{K_m^*} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_{c_1}} + \frac{1}{K_e^*} + \frac{1}{K_{c_2}} \qquad (5)$$

Une détermination précise de K_1, K_{c_1} et K_{c_2} nous permet en utilisant la relation (5) de calculer K_e^* à partir de la mesure de K_m^*.

2.4. Corrections pour l'essai de flexion.

On estime généralement que la flexion composée est une mise en charge commode pour la mesure des caractéristiques de matériaux composites.



Il y a cependant lieu de vérifier que les déplacements Δ, soient suffisamment petites pour que les conditions de linéraité complète des approximations utilisées soient vérifiées, et ce pour toutes les températures (!).

On remarque souvent que la rigidité mesurée lors de cette expérience est plus faible que celle mesuré en traction-compression. Cela provient du fait que dans ce mode de sollicitation il faut tenir compte d'une correction de cisaillement. On peut montrer que le rapport de la rigidité apparente à la rigidité reelle varie sensiblement en fonction du rapport L/h et du rapport E/G, (figure 1).

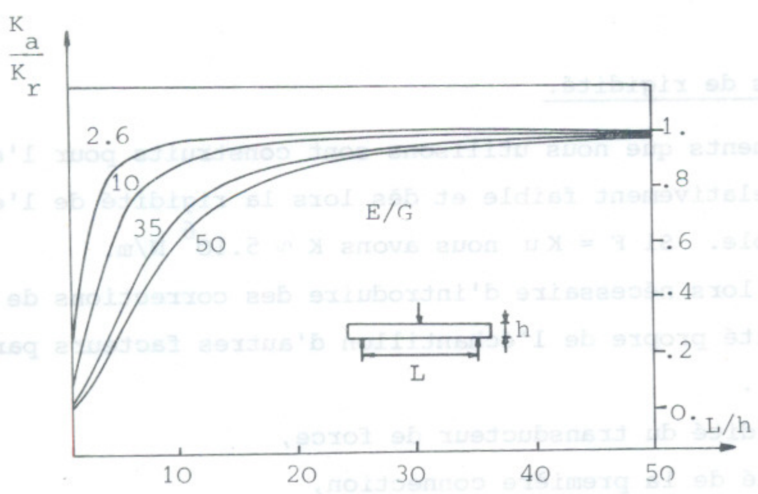


Fig. 1.

Dans le plupart de nos mesures expérimentales nous avons généralement $L/H \sim 25$ et $E/G \sim 35$ ce qui nous donne des résultats aux environs de 90 % des valeurs reëlles.

3. MATERIAUX COMPOSITES.

Si on souhaite représenter un matériau composite par un milieu continu homogène et anisotrope (.) en vue d'appliquer les méthodes classiques de la mécanique des milieux continus pour le dimensionnement de structures, il est nécessaire de disposer d'une méthode de calcul des fonctions caractéristiques dans les équations constitutives du milieu continu équivalent à partir des caractéristiques mécaniques des fibres et de la matrice, tenant compte de la densité des fibres, de la distribution spatiale des fibres, de la forme géométrique des fibres et des conditions d'interface entre fibres et matrice.

Une méthode générale nécessitera donc un très grand nombre d'informations spécifiques sur les détails de la structure interne du matériau composite. Devant la complexité de ce problème général, on utilise souvent deux méthodes simplifiées basées sur une description schématique de la micro-structure.

On peut mentionner la méthodes des bornes, qui a l'avantage de donner des résultats généralement valables quel que soit la partie nécessairement inconnue ou mal connue de la micro-structure, mais avec le désavantage que cette information inconnue, (ou même parfois impossible à connaître), a tellement d'importance que l'écart entre les bornes obtenues est très important.

L'autre méthode est celle des modèles simplifiés du matériau composite, qui à le désavantage d'un décalage parfois important entre le modèle et le composite reël, mais qui à l'avantage d'une grande rapidité de calcul des propriétés. Un exemple est celle proposée par HALPIN et TSAI, [3].

3.1. Equations de départ.

Nous utilisons les relations :

$$E_{11} = E_f V_f + E_m V_m \tag{6.1}$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \tag{6.2}$$

$$E_{22} = E_m \frac{E_f(1+\xi_1 V_f) + \xi_1 E_m (1-V_f)}{E_f(1-V_f) + \xi_1 E_m (1+V_f/\xi_1)} \tag{6.3}$$

(.) Il restera à vérifier si cette assimilation est possible.

$$G_{12} = G_m \frac{G_f(1+\xi_2 V_f) + \xi_2 G_m(1-V_f)}{G_f(1-V_f) + \xi_2 G_m(1+V_f/\xi_2)} \qquad (6.4)$$

dans lesquelles

E_{11} = module élastique dans la direction des fibres (1) ;
E_{22} = module longitudinal dans la direction perpendiculaire (2) ;
G_{12} = module de cisaillement dans le plan (1-2) ;
ν_{12} = coefficient de Poisson ;
E_f, E_m = modules longitudinaux des fibres et de la matrice ;
G_f, G_m = modules de cisaillement des fibres et de la matrice ;
ν_f, ν_m = coefficients de Poisson des fibres et de la matrice ;
V_f = la densité volumique des fibres ;
ξ_1, ξ_2 = des "facteurs de forme" dependant de la géométrie des fibres, de leur distribution et des conditions de chargement ; ils peuvent être caractéristiques du procédé de fabrication du composite.

Si on pose $\xi_2 = 1$ la relation (6.4) se réduit à celle donnée par HASHIN et ROSEN [4], basée sur l'analyse d'un modèle de cylindres empilés.
Pour une analyse plus complète des modules complexes de matériaux composites, on peut se referer aux travaux de HASHIN, [5],[6].

3.2. Méthode utilisée.

Nous utilisons une méthode alternative suggérée par SIMS et HALPIN, [7], qui nécessite la mesure d'une seule fonction viscoélastique caractéristique $E_{22}(f,\theta)$.

Les résultats obtenus sur un échantillon transversal sont alors utilisés pour calculer $E_m(f,\theta)$ et $G_m(f,\theta)$ à l'aide des équations de HALPIN et TSAI.
Cette méthode est fort pratique et cela pour plusieurs raisons :

- le composite unidirectionnel est généralement vendu sous formes de feuilles ;
- les effets des concentrations de contraintes autours des fibres sont directement pris en compte ;
- la relation entre les propriétés mécaniques de la résine en tant que matrice et la résine dans une forme homogène n'est pas simple essentiellement à cause de la composition chimique, des dimensions et du processus de fabrication.

4. RESULTATS EXPERIMENTAUX.

- Nous avons effectué des mesures sur des échantillons contenant des fibres de carbone Hyfil-Torayca, à haute résistance et faible amortissement, [8], alignés continument et uniaxialement dans une résine shell R7B.

Les éprouvettes ont été découpées dans les feuilles livrées par le fabricant à l'aide d'une scie de diamant.

4.1. Une première série d'expériences a été effectuée pour obtenir $E_{11}(f,\theta)$ sur un composite $[0]_8$ et pour $E_{22}(f,\theta)$ sur un composite $[90]_8$, [2].

En utilisant un programme de fonctions spline, la surface E_{22} a été lissée et à l'aide de l'équation (6.4) la surface $E_m(f,\theta)$ a été calculée.

Un programme spécifique pour des plaques multi-couches, [1] a été utilisé pour le calcul de $E_{xx}(f,\theta)$, module de flexion d'un multi-couche général.

Les figures 2.1 et 2.2 donnent les résultats pour f = 1 Hz et f = 10 Hz d'un composite $[+45\ \ -45\ \ +45\ \ -45]_S$ dont le comportement est largement dominé par le comportement de la matrice.

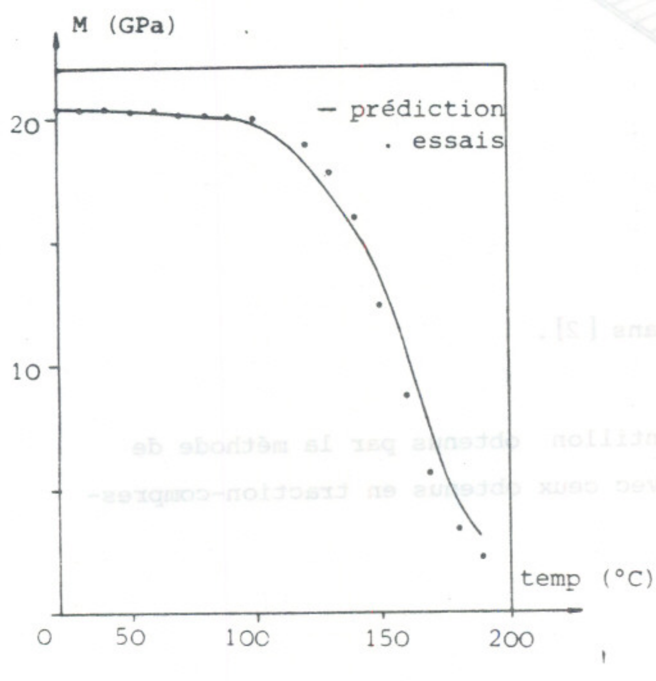


Fig. 2.1. (f = 1 Hz)

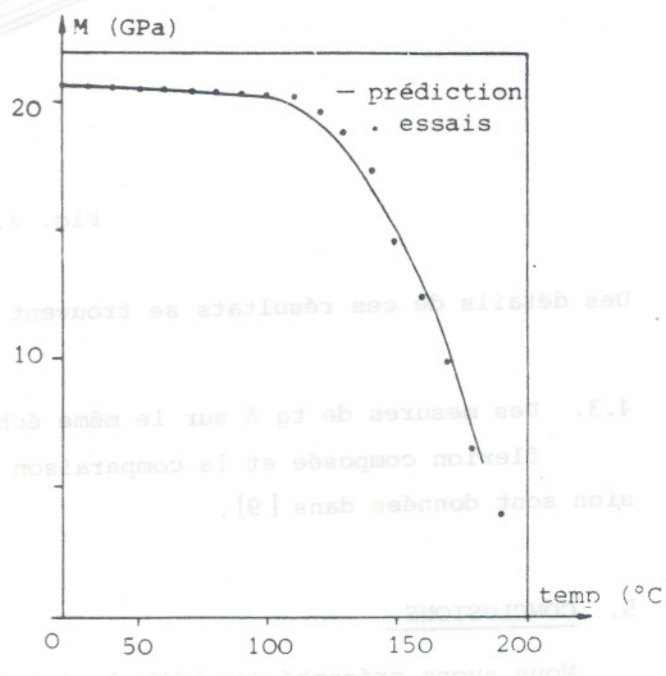


Fig. 2.2. (f = 10 Hz)

4.2. Une autre série d'expériences a été effectuée sur un composite $[90]_8$ en tension-compression et ce pour 7 températures et 28 fréquences.

Les résultats après correction (voir § 2), nous donnent les fonctions E_1 et E_2 ce qui nous permet d'obtenir une vue complète de tg δ en fonction de f et de θ, (figure 3).

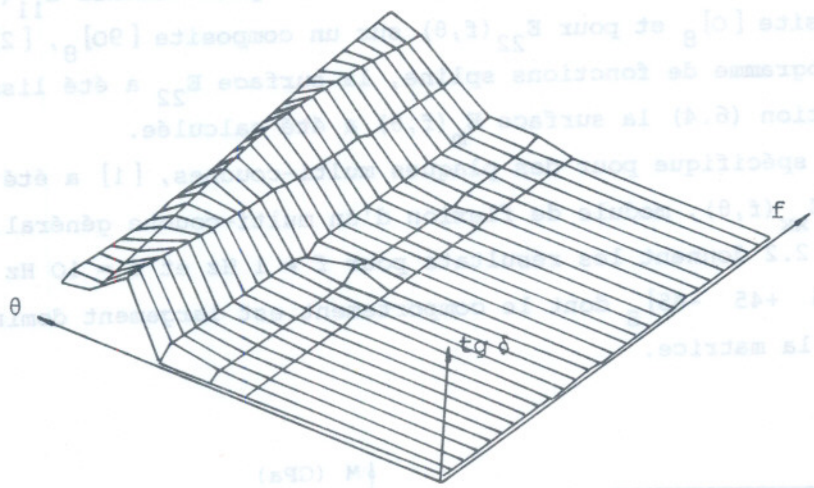


Fig. 3.

Des détails de ces résultats se trouvent dans [2].

4.3. Des mesures de tg δ sur le même échantillon obtenus par la méthode de flexion composée et la comparaison avec ceux obtenus en traction-compression sont données dans [9].

5. CONCLUSIONS.

Nous avons présenté une méthode de prédiction du comportement viscoélastique de matériaux composites basée sur des mesures de vibrations forcées et une approche micromécanique. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Actuellement nous travaillons sur l'extension et la vérification de cette méthode pour des composites plus complexes.

REMERCIEMENTS.

Nous tenons à remercier le Fonds de la Recherche Fondamentale Collective Belge pour son aide financière.

Nous voulons également remercier Mme BOURLAU, MM. BOULPAEP et VRIJDAG pour les soins apportés respectivement à la dactylographie de ce texte, aux mesures expérimentales et aux figures et photos.

BIBLIOGRAFIE.

[1] C. HIEL, "Computer Code for the Analysis of Multi-layered Fiber Composites - Users Guide", Internal report 1980/04 - Vrije Universiteit Brussel - Faculty of Applied Sciences - Continuum Mechanics.

[2] A. CARDON - C. HIEL, "Forced Non-resonance Method for the Determination of Viscoelastic Response of Composite Materials", International Symposium on the Mechanical Behaviour of Structured Media, Ottawa, Canada, 18-21 May 1981, (Elsevier Scientific Publishing Cy.).

[3] J.E. ASHTON - J.C. HALPIN - P.H. PETIT, "Primer on Composite Materials", Technomic, (1969), ch. 5, p. 77.

[4] Z. HASHIN - B.W. ROSEN, "The Elastic Moduli of Fiber Reinforced Materials", Journal of Applied Mechanics, 31 (1964), 223.

[5] Z. HASHIN, "Complex Moduli of Viscoelastic Composites - I", International Journal of Solids and Structures, 6, (1970), 539-552.

[6] Z. HASHIN, "Complex Moduli of Viscoelastic Composites - II", International Journal of Solids and Structures, 6, (1970), 797-807.

[7] D.F. SIMS - J.C. HALPIN, "Methods for determining the Elastic and Viscoelastic Response of Composite Materials", Testing and Design (3rd conference), ASTM-STP 546.

[8] HYFIL Limited - Technical Data Sheets on Hyfil-Torayca Carbon Fiber.

[9] A. CARDON - C. HIEL, "Viscoelastic Properties of Composite Materials". International Conference on Composite Structures, Paisley, Scotland, 16-18 September 1981, (Applied Science Publishers Ltd).

RECHERCHE DE MODELES RHEOLOGIQUES POUR LES POLYMERES SOLIDES SOLLICITES A GRANDE VITESSE DE DEFORMATION - PROBLEMES D'IDENTIFICATION -

J. POUYET[1], J.L. LATAILLADE[2], C. SIGNORET[3]
Laboratoire de Mécanique Physique - E.R.A. C.N.R.S. n° 769
351, cours de la Libération - 33405 TALENCE cedex

RESUME

On décrit ici les résultats concernant le comportement rhéologique de polymères solides aux grandes vitesses de déformation, obtenus par des dispositifs à barres de Hopkinson. La modélisation est faite par deux méthodes :

- La méthode analogique où la cellule de base utilisée est celle de Bingham. L'analyse élasto-viscoplastique est faite à partir d'une méthode graphique qui permet d'accéder très rapidement aux paramètres d'élasticité, de viscosité et de seuils plastiques du matériau.
- La méthode fonctionnelle où la représentation choisie est celle de Volterra multiple à l'ordre 3 afin de pouvoir rendre compte aussi bien des effets non linéaires que de ceux de mémoire, avant l'écoulement viscoplastique. Une méthode numérique est présentée qui permet d'accéder aux noyaux de retard du matériau.

ABSTRACT

This paper deals with results concerning the rheological behaviour of solid polymers at impact rate loadings, obtained through Hopkinson bars apparatus. The modelization is achieved by two means :

- The first one is based on the analog method, for which the elementary cell is a Bingham one ; the elastoviscoplastic analysis is then made in a graphical way : it allows us to get the elastic, viscous and plastic parameters of the material.
- The second one is based on a Fréchet expansion of Volterra integrals up to the third rank in order to involve non linear effects as well as memory ones occuring before the viscoplastic yielding. A numerical method is presented, which permets to compute the Volterra kernels related to the material.

[1] Professeur à l'Université de Bordeaux I
[2] Maître-assistant à l'Université de Bordeaux I (E.N.S.E.R.B.)
[3] Chargée de cours à l'U.P.A. de Bordeaux

1 - Généralités

L'utilisation et l'élaboration des matériaux, dans des conditions optimales, exigent la connaissance de leur comportement mécanique tant en sollicitation statique que dynamique.

Ainsi, est-il nécessaire de déterminer la réponse de ces matériaux à des vitesses de déformation élevées telles qu'on les rencontre dans les sollicitations de courte durée, que ces vitesses élevées soient accidentelles (impact par exemple) ou provoquées comme, par exemple, dans les procédés de transformation.

Les questions alors posées se ramènent à deux thèmes d'étude : d'une part, établir la loi de comportement et son évolution avec la vitesse de déformation, dans un but de prévision (variation du module tangent, du seuil de plasticité, ...), d'autre part, interpréter cette loi en termes moléculaires, dans la mesure où la vitesse de déformation va conditionner les mécanismes d'interactions entre segments de chaînes, l'enchevêtrement de ces chaînes, etc ... (1).

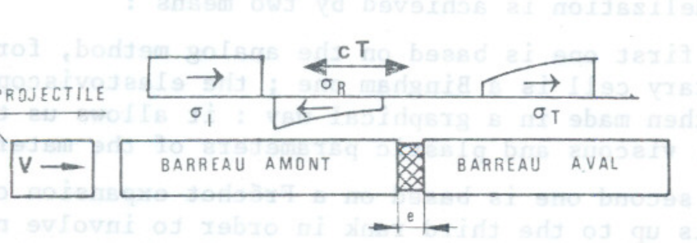
Nous proposons, dans cet esprit, de donner deux méthodes d'analyse permettant de rendre compte d'essais à haute vitesse, pratiqués sur certains systèmes polymériques.

2 - Production des vitesses élevées : Système par barres de Hopkinson

Nous ne ferons pas ici une description exhaustive des méthodes expérimentales permettant d'atteindre ces gammes de vitesse, car elles sont très variées (2).

Nous avons opté pour les dispositifs dits à "barres de Hopkinson" de façon à explorer une gamme de vitesses qui va de $20\ s^{-1}$ à $10^4\ s^{-1}$. Dans ce but, deux dispositifs ont été réalisés pour les configurations de compression uniaxiale et de cisaillement par torsion.

Nous donnerons ici le principe du premier dispositif en renvoyant le lecteur aux références (3), (4), (5) et (6) qui détaillent les réalisations mécaniques et les chaînes d'acquisition et de traitement.



L'éprouvette d'essai (ϕ = 18 mm, e = 5 mm) est pincée entre deux barreaux élastiques identiques dont l'impédance ρCS_b est supérieure à celle du matériau constitutif de l'éprouvette $\rho_e C_e S_e$. Son chargement mécanique en contrainte uniaxiale est obtenu suite à la propagation, dans le barreau d'entrée, d'une impulsion de contrainte dont la génération est consécutive au choc d'un projectile sur la face d'entrée du barreau.

La longueur du projectile (ℓ) et sa vitesse (V) déterminent respectivement la durée de l'impulsion incidente ($T = 2\ell/C$) et son amplitude ($\sigma_I = \rho CV/2$).

On montre alors que, par construction, la vitesse de déformation ($\dot{\varepsilon}$) et la contrainte moyenne $\sigma(t)$ dans l'échantillon sont reliées par la loi :

$$\frac{1}{2}\, e\, \rho C\, \dot{\varepsilon}(t) + \sigma(t) = \sigma_i(t) \qquad \{1\}$$

De l'analyse extensométrique des signaux incidents et réfléchis (ε_R), dans la barre d'entrée et du signal transmis (ε_T) dans la barre de sortie, il est possible de remonter simplement à :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{2C}{e}\, \varepsilon_R(t) \qquad \text{et} \qquad \sigma(t) = \frac{S_b}{S_e}\, E_b\, \varepsilon_T(t)$$

S_b et S_e étant respectivement les sections droites des barreaux et de l'éprouvette, et E_b le module de Young des barreaux.

La figure 1 indique les signaux enregistrés dont la combinaison permet d'acquérir l'histoire de la contrainte et de la vitesse de déformation (figure 2). On notera que ce système permet d'appliquer à l'échantillon, pendant 200 µs environ, un créneau de contrainte établi avec un temps de montée de l'ordre de 15 µs.

A partir des graphes précédents, on distingue, pour les polymères essayés, une zone à comportement viscoélastique suivie d'un comportement viscoplastique, caractérisé par une vitesse de déformation constante. Cette observation nous a amenés à pratiquer une double modélisation : celle concernant la partie viscoélastique sera traitée par le biais de l'analyse fonctionnelle, le comportement viscoplastique étant modélisé par une méthode analogique.

3 - Identification analogique (6), (7), (8), (9)

Cette méthode consiste à représenter le matériau par des modèles simples rendant compte des caractères essentiels qui apparaissent sur les courbes expérimentales de la figure 2.

Pour ce faire, les résultats découlant de la modélisation et de l'expérimentation sont présentés graphiquement sur un quadriplan $\dot{\varepsilon} - \sigma - \varepsilon - t$. Dans cette représentation, et conformément à la relation d'appareillage {1}, le point de coordonnées ($\sigma(t)$, $\dot{\varepsilon}(t)$) évolue sur une droite dans le plan $\sigma - \dot{\varepsilon}$:

- Sa pente (1/2 ρCe) conditionne la sensibilité de la mesure. Elle peut être modifiée, pour un échantillon d'épaisseur (e) donnée, en jouant sur l'impédance (ρC), c'est-à-dire sur le matériau constitutif des barreaux.

- D'autre part, on décrit le plan $\dot{\varepsilon} - \sigma$ en modifiant l'amplitude du signal incident, c'est-à-dire la vitesse du projectile.

Avec cette méthodologie, qui consiste à solliciter le matériau à niveau de contrainte incident croissant, il devient possible de déclencher les mécanismes qui régissent le phénomène de viscoplasticité, puis de modéliser la loi de comportement.

Parmi les modèles représentatifs simples, le modèle de Bingham a déjà été essayé avec quelque succès (10).

Nous avons, pour notre part, adapté ce modèle dans les versions une, deux et trois cellules en parallèle. La figure 3 rend compte, par exemple, du résultat d'une modélisation par deux cellules de Bingham en parallèle.

On notera que l'évolution de la droite d'appareillage avec le niveau d'entrée σ_I, permet de définir de déclenchement des seuils plastiques σ_{S_1} et σ_{S_2}.

Les positions ultimes de ces droites (notées $t = \infty$) correspondent à des temps de mesure très supérieurs aux temps de réponse η_i/E_i du modèle. Dans le plan $\sigma(t) - \varepsilon(t)$, leurs pentes respectives mesurent les viscosités $(\eta_1 + \eta_2)$, puis η_1 ou η_2.

Si on tente la construction précédente à partir des données expérimentales, on obtient, par exemple, le graphe de la figure 4.

1) – Après un temps, qui correspond au temps de montée de la contrainte $\sigma_i(t)$, la vitesse de déformation atteint sa valeur la plus grande.

2) – Pour une valeur de cette contrainte incidente, les points représentatifs s'alignent bien sur une droite qui évolue parallèlement à elle-même lorsqu'on modifie σ_I. Ceci conforte, à posteriori, les hypothèses qui sont faites pour aboutir à la relation (1).

3) – Les points ultimes de chacune de ces droites s'alignent sur des demi-droites dont les caractéristiques permettent de tirer les paramètres du modèle. Ainsi, dans le cas du copolymère P.P., on obtient les résultats suivants :

$E_1 = 62{,}5.10^7$ Pa	$E_2 = 113.10^7$ Pa
$\eta_1 = 25.10^5$ P_0	$\eta_2 = 13{,}2.10^5$ P_0
$\sigma_{S_1} = 4{,}5.10^7$ Pa	$\sigma_{S_2} = 5{,}4.10^7$ Pa

D'autres thermoplastiques (PMMA, PVC, PE, CA) ont aussi été essayés et modélisés avec succès par cette méthode.

4 - Identification du comportement viscoélastique

Il existe différentes voies pour approcher de façon fonctionnelle le comportement viscoélastique non-linéaire d'un matériau. Elles sont clairement exposées par LOCKETT (11) et partent de la loi suivante : la déformation au temps t dans un élément de volume initialement au repos et soumis à une histoire de la déformation $\varepsilon(t)$, s'exprime par la fonctionnelle

$$\varepsilon(t) = \mathcal{F}\left[\sigma(t-\tau)\right]_{\tau=0}^{t}$$

pour un matériau non vieillissant.

Dans le cas non-linéaire, on peut étendre l'intégrale de Volterra, représentative du cas linéaire, en un développement en somme d'intégrales multiples suivant la relation (mono-dimensionnelle ici) :

$$\varepsilon(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\int_0^t \int_0^t}_{n \text{ fois}} J_n(\tau_1, \ldots, \tau_n) \prod_{i=1}^{\infty} \dot{\sigma}(t - \tau_i)\, d\tau_i \qquad \{2\}$$

où les noyaux J_i sont caractéristiques du matériau.

Malheureusement, la généralité de cette formulation est à la mesure de l'absence d'informations physiques sur ce sujet. Aussi, tout en conservant cette formulation, a-t-on cherché à en limiter le nombre de termes, généralement aux trois premiers. Ce modèle s'avérant encore inutilisable dans la pratique, d'autres procédés sont envisageables :

- La recherche d'une fonctionnelle linéaire entre une mesure non linéaire de la déformation et de la contrainte (LEADERMANN (13), RABOTNOV (14)).

- B.K.Z. (15) utilisent une représentation par intégrale simple avec une fonction mémoire dépendante du taux d'extension, tandis que SCHAPERY (16), à partir de la notion de temps réduit, arrive à une formulation applicable à de nombreux matériaux.

A la difficulté précédente, s'en ajoutent d'autres telles que l'origine du caractère non-linéaire, cette non-linéarité pouvant se manifester de trois façons :

- Effet de l'amplitude de sollicitation : la réponse ε_t à une contrainte constante (σ_0) fait intervenir les fonctions $J_1(t)$, $J_2(t,t)$, etc ...

- Effet du décalage t_0 entre deux sollicitations : la réponse à un escalier à deux marches fera intervenir les fonctions précédentes mais aussi les fonctions décalées $J_1(t-t_0)$, $J_2(t, t-t_0)$ ... $J_2(t-t_0, t-t_0)$ etc... Il se peut fort bien que le matériau réponde de façon linéaire au fluage ($\varepsilon_t = J_1\, \sigma_0$), mais non pas à la sollicitation précédente !

- Chargements multiaxiaux : enfin, des chargements synchrones mais de nature différente (traction-torsion par exemple), peuvent aussi introduire une non-linéarité.

Tout ceci souligne la complexité de ce problème. Nous nous limitons, pour notre part, à un chargement dynamique en contrainte du 1er type, en recherchant à partir de la formulation {2} la fonctionnelle entre la contrainte de compression uniaxiale et la déformation longitudinale.

4.1 - Choix de la méthode

La relation {2} est écrite sous la forme :

$$\varepsilon(t) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n\left[J_n(t), \dot{\sigma}(t)\right] \qquad \{3\}$$

où H_n est fonctionnelle de l'entrée $\dot{\sigma}(t)$ et des noyaux inconnus $J_n(t)$,(Annexe, relation A-1).

D'après cette représentation, on ne peut accéder, sauf cas particulier (17), aux noyaux du développement que par déconvolution numérique. Cette méthode présente de sérieux inconvénients (20) et nous avons opté pour une méthode numérique d'identification pour déterminer les noyaux de relaxation J_n à partir de la contrainte imposée $\sigma(t)$ et de la déformation axiale mesurée $\varepsilon(t)$.

Parmi les méthodes d'identification existantes (18), la méthode choisie est celle du modèle : on déduit numériquement le modèle à partir d'un certain nombre de couples $\sigma(t)$, $\varepsilon(t)$ et on compare directement la déformation mesurée (due à l'objet) à celle due à son modèle. Ce pour une même entrée en contrainte $\sigma(t)$. On minime ensuite la différence par modification du modèle.

4.2 - Principe de la méthode

Pour déterminer les N fonctionnelles H_n du développement (3) limité à N termes, on utilise une méthode préconisée par ailleurs (19) et qui met à profit la propriété d'homogénéité de ces fonctionnelles.

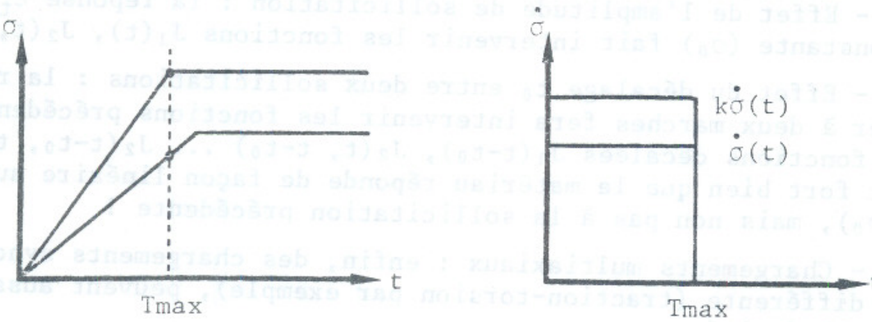
Si on réalise H essais homothétiques correspondant aux entrées

$$\dot{\sigma}_i(t) = k_i\ \dot{\sigma}(t),$$

la sortie correspondante prend la forme :

$$\varepsilon_i(t) = k_i\ H_1 + k_i^2\ H_2 + \ldots + k_i^N\ H_N \qquad (i = 1, \ldots, N) \qquad \{4\}$$

L'allure des courbes expérimentales, sur lesquelles nous travaillons, nous permet d'être en accord avec cette situation.



L'étude portant sur la partie de cette courbe où la non-linéarité n'est pas trop accentuée, la détermination des trois premiers noyaux est alors suffisante. Pour ce faire, il faut trois réponses du système à trois entrées homothétiques, pour déterminer les trois premières fonctionnelles à partir de la relation matricielle :

$$\{\varepsilon(t)\} = \left[\ K\ \right]\ \{H(t)\} \qquad \{5\}$$

où $[\ K\ ]$ est la matrice de Vandermonde des coefficients k_i^N.

Les $H_n(t)$ ainsi calculés, il s'agit d'évaluer la contribution de chaque noyau J_n à partir des relations (A-1) : ceci est réalisé par décomposition des H_N et des modèles $\bar{H}_N$, sur une base de fonctions orthogonales, l'identité objet-modèle étant assurée par égalité des coefficients de cette décomposition.

4.3 - Décomposition de l'objet et du modèle

Les fonctions H_i, déterminées par la résolution du système {5}, sont décomposées sur une base de fonction $f_m(t)$ (A-2).

Lorsqu'on limite l'ordre de la décomposition au rang M, on obtient la meilleure approximation $\bar{H}$(de H) au sens des moindres carrés, si la base $\{f_m\}$ est orthogonale.

La base qui a semblé convenir le mieux, est celle des fonctions de Legendre $f_m(t)$ (de poids 1) dont l'intervalle de définition a subi une translation sur O,T.

La connaissance de la base $\{f_m\}$ jointe à la condition d'orthonormalité, entraîne le calcul des coefficients $\gamma_m{}^i$ de la décomposition

$$\{\bar{H}(t)\} = \left[\gamma_m{}^i\right] \{f_m(t)\} \qquad \{6\}$$

$$\gamma_m{}^i = \int_0^T \bar{H}_i(t)\; f_m(t)\; dt$$

A partir de la fonctionnelle (A-1), on peut maintenant établir une relation du même type entre l'approximation de $H_i(t)$ $\left(\bar{H}_i(t)\right)$ et l'approximation de $J_i(t)$ $\left(\bar{J}_i(t)\right)$. Pour ce faire, on décompose à nouveau les fonctions multivariables J_i, sur une base de fonctions orthogonales.

On utilise ici l'approximation de telles fonctions par décomposition sur une base de fonctions multivariables, la base {g} choisie, étant celle des fonctions de Laguerre.

Les coefficients r_i, r_{ij}, r_{ijk} sont ainsi affectés respectivement aux noyaux $\bar{J}_1$, $\bar{J}_2$, $\bar{J}_3$, conformément aux relations (A-3). Ainsi :

$$\bar{J}_2(\tau_1, \tau_2) = \sum_{i=0}^{M'} \sum_{j=0}^{M'} r_{ij}\; g_i(\tau_1)\; g_j(\tau_2) \qquad \{7\}$$

est introduit dans :

$$\bar{H}_2(t) = \int_0^t \int_0^t \bar{J}_2(\tau_1, \tau_2)\; \dot{\sigma}(t - \tau_1)\; \dot{\sigma}(t - \tau_2)\; d\tau_1\, d\tau_2$$

L'entrée est ici assimilée à un échelon unitaire.

En utilisant la notation

$$I_i(t) = \int_0^t g_i(\tau)\; d\tau \qquad \{8\}$$

on arrive aux expressions du type (A-4) :

$$\bar{H}_2(t) = \sum_{i=0}^{M'} \sum_{j=0}^{i} B_{ij}\, I_i(t)\, I_j(t) \qquad B_{ij} = \begin{cases} r_{ij} & i=j \\ 2r_{ij} & i \neq j \end{cases} \qquad \{9\}$$

Il devient alors possible, à partir de la relation {6}, d'expliciter les coefficients $\gamma_m^{\ i}$ (A-5) :

$$\gamma_m^{\ 2} = \sum_{i=0}^{M'} \sum_{j=0}^{i} B_{ij} \int_0^T f_m(t)\, I_i(t)\, I_j(t)\, dt \qquad \{10\}$$

- *Procédure de calcul* : La donnée des deux bases {f} et {g} permet d'évaluer les fonctions $I_i(t)$ et les coefficients $\gamma_m^{\ i}$ (relation 6). Il s'ensuit, par inversion des relations {10}, le calcul des coefficients B_{ij}, c'est-à-dire des coefficients r_{ij} du modèle. On évalue ensuite les noyaux $\bar{J}_i$ (relation 7) et on procède à la reconstruction de la sortie "modèle".

$$\bar{\varepsilon}_i(t) = k_1\, \bar{H}_1(t) + k_2^{\ 2}\, \bar{H}_2(t) + k_3^{\ 3}\, \bar{H}_3(t)$$

qui est comparée à la sortie réelle {4}, ceci conformément à l'organigramme ci-joint.

4.4 - Résultats obtenus

A titre d'illustration, nous présentons ci-dessous, les résultats relatifs à un acétate de cellulose essayé à 60°C. A partir des trois entrées en contrainte homothétiques et de la mesure des trois réponses $\dot{\varepsilon}(t)$, les trois premiers noyaux ont été reconstruits suivant la procédure qui vient d'être indiquée (figure 5).

Cette méthode donne des résultats acceptables mais nécessite des programmes de calcul lourds du fait de difficultés de convergence. Nous pensons cependant qu'il est possible d'affiner cette méthode en travaillant sur les différents paramètres d'optimisation. Ce travail s'inscrit dans un cadre plus général qui vise à appréhender les lois de comportement aux vitesses élevées dans les configurations de compression, de torsion (déjà réalisées), de traction (en cours de réalisation), puis des configurations multiaxiales.

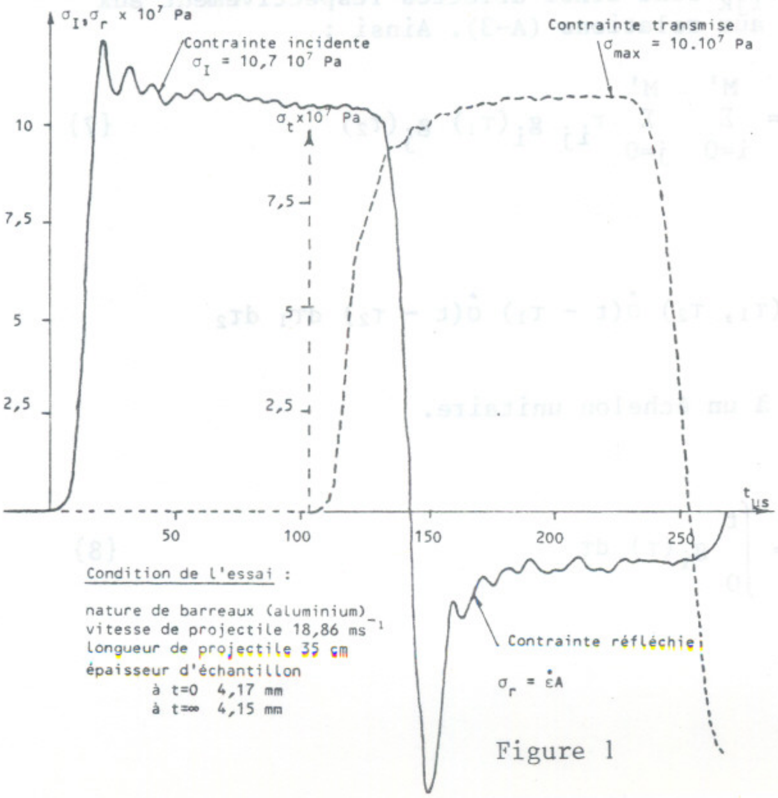


Figure 1

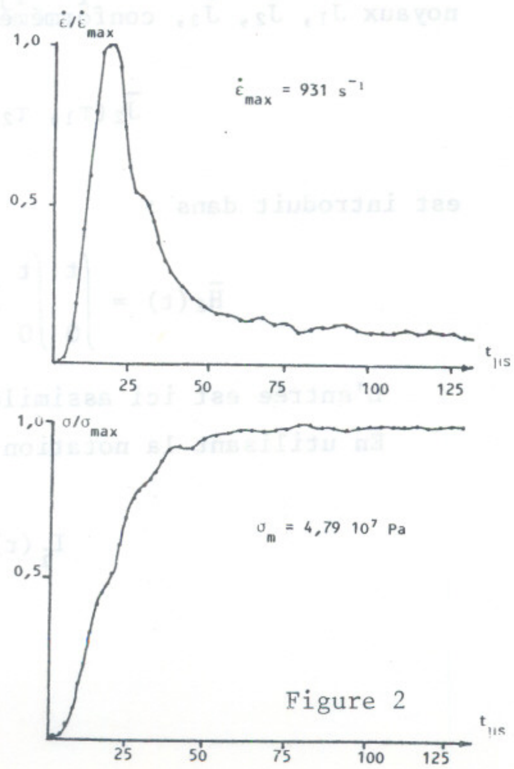


Figure 2

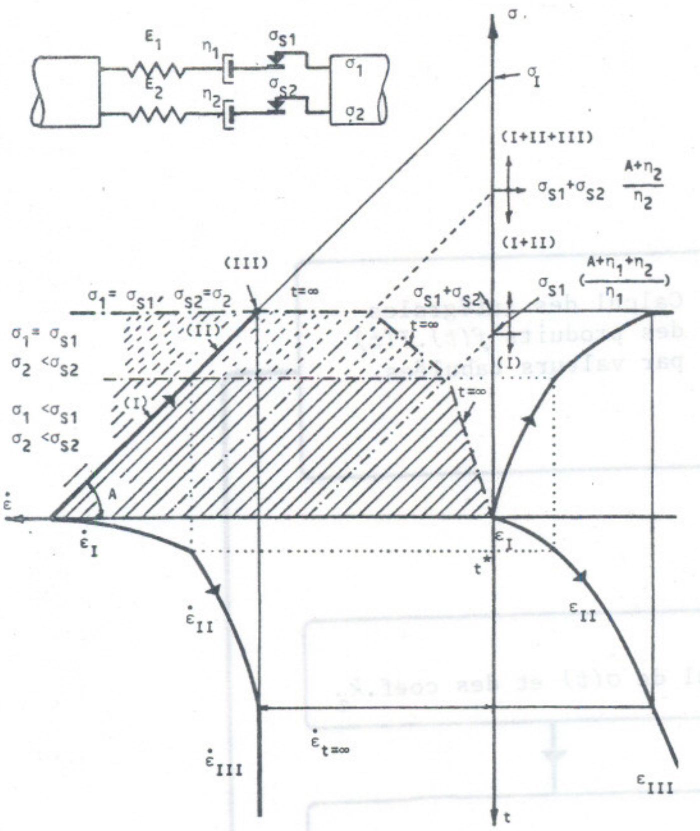


Figure 3

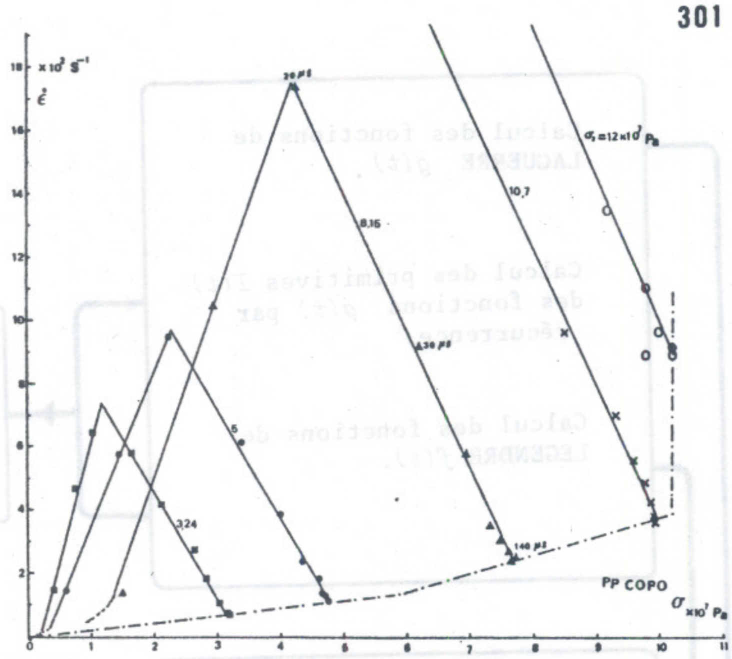


Figure 4

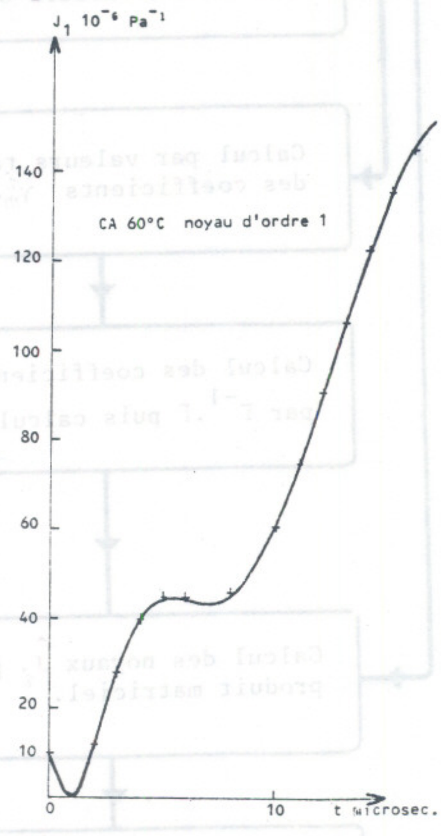
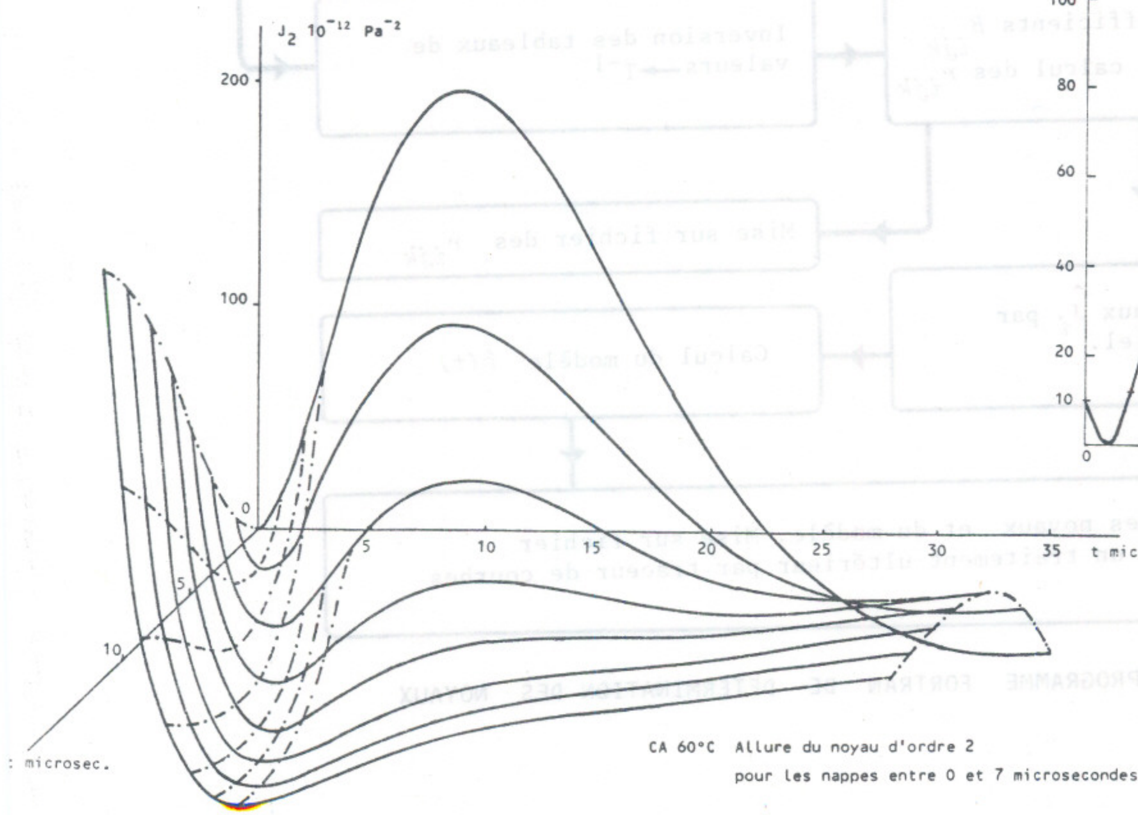


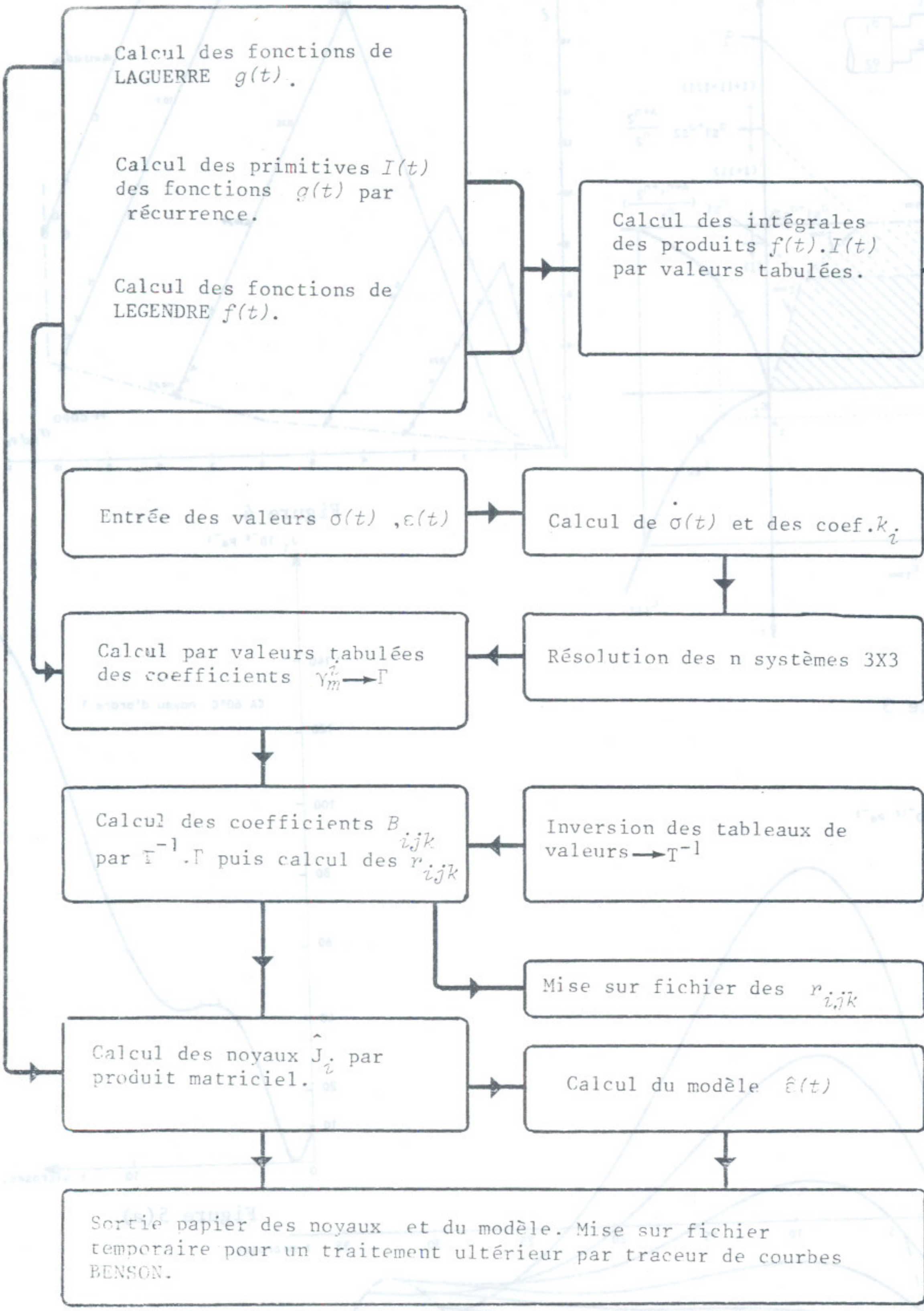
Figure 5(a)



CA 60°C Allure du noyau d'ordre 2

pour les nappes entre 0 et 7 microsecondes

Figures 5 (b)



ORGANIGRAMME DU PROGRAMME FORTRAN DE DETERMINATION DES NOYAUX

Bibliographie

(1) G.F.P. - Propriétés physiques des polymères. Mise en œuvre. V. 2 - Strasbourg - 2ème stage du G.F.P. - 3-6 Juillet 1979

(2) DORMEVAL R., STELLY M. - Rapport C.E.A. R-5044 - Centre de Bruyères le Châtel - Septembre 1980

(3) HAMDY A. - Thèse de Docteur-Ingénieur n° 305 - Bordeaux - 1981

(4) SCHLADERER M. - Mémoire d'Ingénieur C.N.A.M. n° 156 - Bordeaux - 1981

(5) SIGNORET C., POUYET J., LATAILLADE J.L. - J. Phys. E. : Sci. Instrum. - vol. 13 - 1980

(6) LATAILLADE J.L., POUYET J., HAMDY A. - Meca. Mat. Elec. n° 343-344 - p. 325 - 1978

(7) POUYET J., LATAILLADE J.L., PARMAR A. - Proc. 8th Int. Congress on Rheology, Napoli - 1980

(8) LATAILLADE J.L., POUYET J. - C.R.A.S. - t. 291, série B, p. 59 - 1980

(9) LATAILLADE J.L., POUYET J., SIGNORET C. - C.R.A.S. - t. 290, série B, p. 23 - 1980

(10) SCOTT BLAIR - Elementary Rheology - Academic Press - 1969

(11) LOCKETT F.J. - Non linear viscoelastic solids - Academic Press - London - 1972

(12) SMART J., WILLIAMS J.G. - J. Mech. Phys. Sol. - vol. 20, p. 325-335 - 1972

(13) LEADERMAN H. - Trans. Soc. Rheol. 6, p. 361 - 1962

(14) RABOTNOV - Principles of heriditary materials - Cours du C.I.S.M. "Rheology" - Udine, 24-29 Octobre 1974

(15) ZAPAS L.J., CRAFT T. - J. Res. Nat. Bur. Standards - vol. 69, Section A, p. 541-546 - 1965

(16) SCHAPERY R.A. - Polymer Eng. and Sci., vol. 9, n°4, p. 295-310 - 1969

(17) HUET C. - Cahiers du G.F.R., t. 3, n°4, p. 150 - 1974

(18) GAUTHIER M. - Thèse de Docteur-Ingénieur, n° 239 - Bordeaux - 1976

(19) GARDINER A.B. - Int. J. Control - vol. 18, n°5, p. 1029 - 1973

(20) SIGNORET C. - Thèse de Doctorat de 3ème cycle, n° 1626, Bordeaux 1981

- ANNEXE -

A-1 $$H_n = \underbrace{\int_0^t \cdots \int_0^t}_{n \text{ fois}} J_n(t - \tau_1, \ldots, t - \tau_n) \prod_{i=1}^{n} \dot{\sigma}(\tau_i)\, d\tau_i$$

A-2 $$H_i(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \gamma_m^{\,i} f_m(t)$$

A-3 $$\bar{J}_1(\tau_1) = \sum_{i=0}^{M'} r_i\, g_i(\tau_1)$$

$$\bar{J}_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \sum_{r=0}^{M'} \sum_{j=0}^{M'} \sum_{k=0}^{M'} r_{ijk}\, g_i(\tau_1)\, g_j(\tau_2)\, g_k(\tau_3)$$

A-4 $$\bar{H}_1 = \sum_{i=0}^{M'} B_i\, I_i(t)$$

$$\bar{H}_3 = \sum_{i=0}^{M'} \sum_{j=0}^{i} \sum_{k=0}^{j} B_{ijk}\, I_i(t)\, I_j(t)\, I_k(t)$$

A-5 $$\gamma_m^{\,1} = \sum_{i=0}^{M'} B_i \int_0^T f_m(t)\, I_i(t)\, dt$$

$$\gamma_m^{\,3} = \sum_{i=0}^{M'} \sum_{j=0}^{i} \sum_{k=0}^{j} B_{ijk} \int_0^T f_m(t)\, I_i(t)\, I_j(t)\, I_k(t)\, dt$$

- ETUDE en PERFORATION à GRANDE VITESSE de la FRAGILISATION du PVC RIGIDE par le VIEILLISSEMENT -

G. ROUX - G. REVIRAND

C.S.T.B. - 24, rue Joseph Fourier - 38400 St Martin d'Hères

ABSTRACT -

The aim of this study is the direct evaluation by mechanical testing of the mechanical durability of thim rigid PVC profiles. It is made by following a durability index : the brittle temperature, T_F, mesured at a constant speed by indentation test after artificial or natural weathering.

RESUME -

Le but de cette étude est d'évaluer la durabilité mécanique de profils minces en PVC rigide directement par un test mécanique. Ce test consiste en un essai de perforation définissant la température de fragilité, T_F, des éprouvettes avant et après vieillissement. L'évolution de T_F peut ainsi servir d'indice de dégradation.

0 0 0 0 0 0 0

1 - INTRODUCTION -

Le vieillissement des profils fins en PVC rigide se traduit entre autres phénomènes par leur fragilisation mécanique les rendant inaptes à l'emploi après une certaine durée. L'appréciation de la durabilité en tant que critère de qualité nécessite donc la mise au point de méthodes permettant de déterminer sur des matériaux neufs cette durée de fragilisation. La méthode proposée peut répondre à ce besoin.

De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude du vieillissement du PVC rigide utilisé en extérieur : évolution de la coloration, de la stabilisation (1) et des propriétés mécaniques.

La fragilisation peut être mise en évidence par l'essai de résilience en choc-traction.

Ce test donne :

La valeur de l'énergie absorbée par la rupture de l'éprouvette ; il permet de constater l'apparition de la fragilité provoquée par le vieillissement, mais non de prévoir le temps d'exposition pendant lequel le matériau présentera un comportement mécanique satisfaisant. On voit en effet sur la figure 1 que l'évolution classique observée par l'essai de traction-choc ne présente pas de variation notable jusqu'à la chute de résilience traduisant la fragilisation. La mise au point d'une méthode de prévision nécessite la recherche d'un indice de dégradation qui évolue de façon progressive avec l'état de dégradation jusqu'à une limite correspondant à la durée de vie du matériau étudié. Tel est l'objectif de la présente étude.

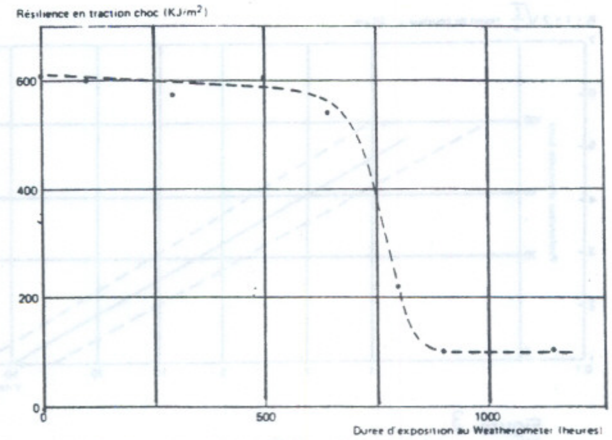


Figure 1

Évolution de la résilience en choc-traction d'un PVC rigide en fonction de la durée de dégradation au weatherometer

Le PVC, étant un polymère thermoplastique, présente une transition de fragilité dans un espace vitesse-température (fig. 2). Une modification progressive de la taille et du nombre de défauts de structure se traduit par un déplacement continu de cette transition [2] (fig. 3).

Sachant que le vieillissement crée sur la surface exposée aux intempéries un nombre croissant de défauts structurels (scissions de chaînes, doubles liaisons conjuguées, ...) nous avons postulé qu'il devait entraîner un déplacement continu de la transition de fragilité.

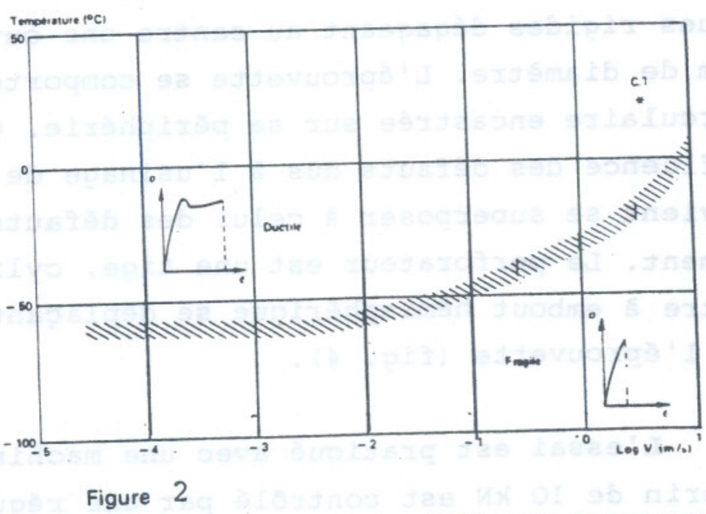


Figure 2

Diagramme vitesse-température définissant la transition de fragilité en traction d'un PVC commercial

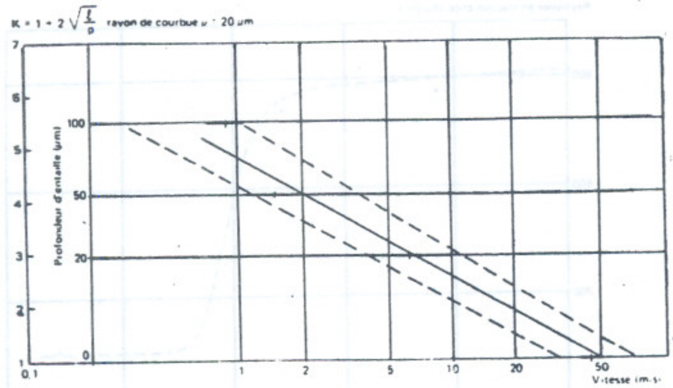


Figure 3
Vitesse de la transition D/F en fonction de la concentration de tension K. D'après R. JACOB 2e Symposium international sur le PVC. Lyon 1976

Nous avons étudié cette évolution en utilisant des essais de perforation à grande vitesse pratiqués sur un lot de différents profilés commerciaux.

2 - CONDITIONS EXPERIMENTALES -

Les éprouvettes sont découpées sur des profilés après qu'ils aient été dégradés artificiellement dans un Weather-ometer (ATLAS 65 WT) ou vieillis à l'extérieur sur le site de Grenoble.

L'essai de perforation nécessite des éprouvettes carrées de 30 mm de côté. Elles sont encastrées entre deux plaques métalliques rigides dégageant au centre une ouverture circulaire de 24 mm de diamètre. L'éprouvette se comporte ainsi comme une plaque circulaire encastrée sur sa périphérie. On s'affranchit ainsi de l'influence des défauts dus à l'usinage de l'éprouvette dont l'effet vient se superposer à celui des défauts induits par le vieillissement. Le perforateur est une tige, cylindrique de 4 mm de diamètre à embout hémisphérique se déplaçant perpendiculairement à l'éprouvette (fig. 4).

L'essai est pratiqué avec une machine hydraulique INSTRON. Le verin de 10 kN est contrôlé par une régulation en boucle fermée, sa vitesse maximale de déplacement est de 12 m/s.

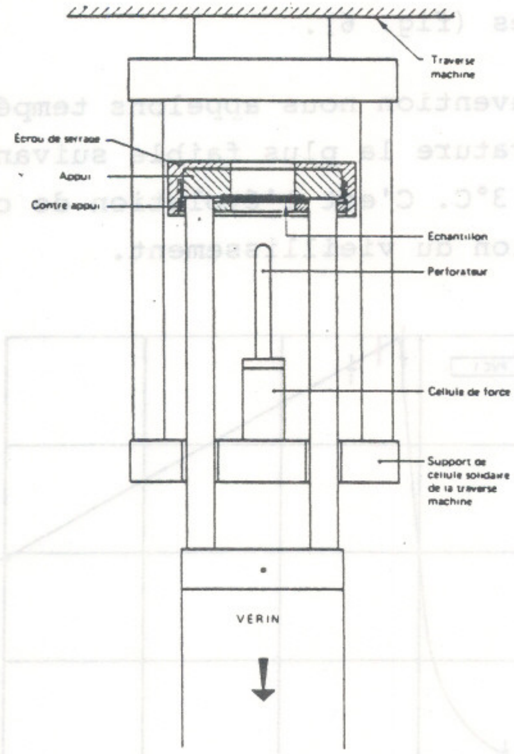


Figure 4 *Dispositif de perforation utilisé*

L'adjonction d'une enceinte régulée en température -80°C et 315°C permet des essais dans une grande gamme de vitesses et de températures.

Pendant l'essai d'une durée de quelques milli-secondes nous mesurons et enregistrons la force de pénétration en fonction du déplacement rélatif éprouvette-perforateur en utilisant un oscilloscope à mémoire digitale muni d'une sortie analogique permettant le tracé de la courbe sur une table traçante.

3 - <u>RESULTATS</u> -

3-1 - <u>Echantillons "témoin"</u> -

Sur la figure 5 nous avons reporté les variations de la contrainte d'écoulement en fonction de la température à 3 m/s mesurée sur le PVC n° 1. Pour des températures supérieures à 3°C, le comportement est ductile et la contrainte suit la loi linéaire d'Eyring [3]. Pour des températures nettement inférieures à 3°C le comportement est fragile et le niveau de contrainte très bas ; entre ces deux zones le comportement est ductile ou fragile suivant les éprouvettes (fig. 6).

Par convention nous appelons température de fragilité T_F la température la plus faible suivant la loi d'Eyring, dans ce cas 3°C. C'est l'évolution de cette valeur que nous suivons en fonction du vieillissement.

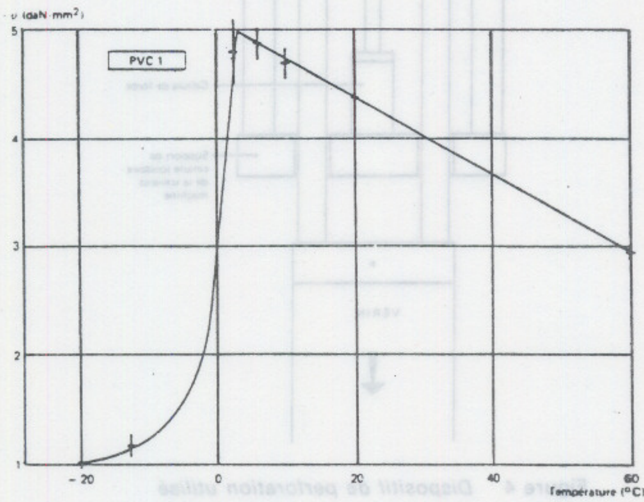


Figure 5

Évolution de la contrainte maximale de perforation mesurée à 3 m/s en fonction de la température d'essai pour le PVC n° 1

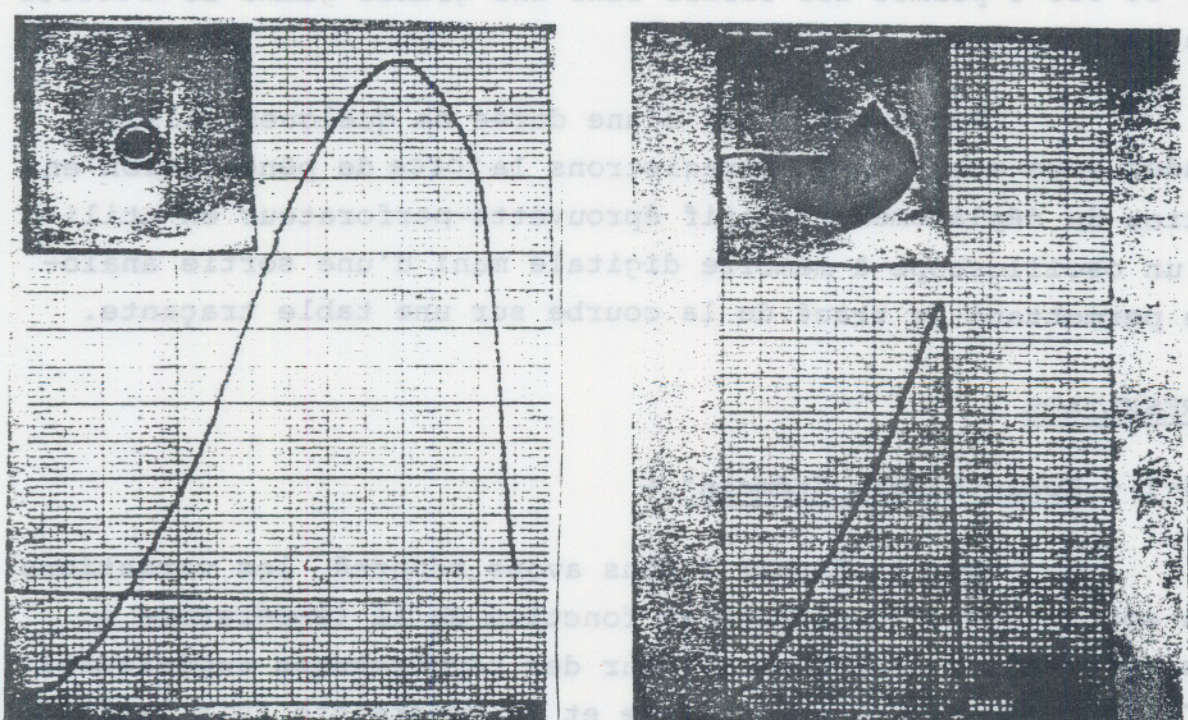


Figure 6

Éprouvette de PVC perforée, comportement ductile, enregistrement obtenu

Éprouvette de PVC perforée, comportement fragile, enregistrement obtenu

3-2 - Dégradation artificielle -

Les évolutions de la contrainte d'écoulement mesurées en fonction de la température sur des échantillons dégradés pendant des durées croissantes sont portées sur la figure 7. On constate ainsi que T_F croit avec la durée de la dégradation et que dans le domaine de comportement ductile la contrainte d'écoulement n'est pas affectée par le vieillissement.

La figure 8 représente l'évolution de T_F en fonction de la durée de dégradation pour plusieurs PVC et montre que T_F croit continûment et peut ainsi servir d'indice de dégradation.

Comme le montre la figure 9 l'expression mathématique de cette évolution pour les différents PVC étudiés est une loi de la forme :

$$\Delta T_F = T_F(t) - T_F(0) = A\ t^{1/2}$$

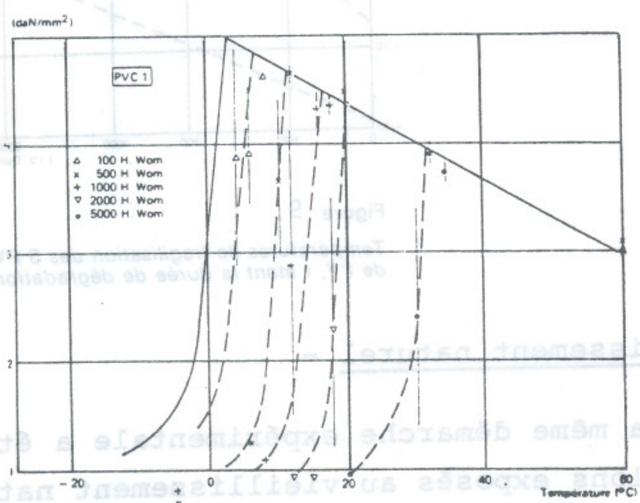


Figure 7

Influence de la dégradation au weatherometer sur l'évolution de la contrainte maximale de perforation mesurée à 3 m/s en fonction de la température pour ce PVC n° 1

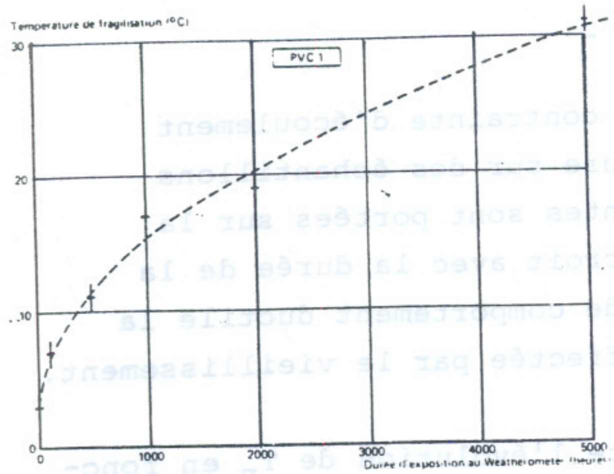


Figure 8

Évolution de la température de fragilisation du PVC n° 1, testé en perforation à 3 m/s; en fonction de la durée de dégradation au weatherometer

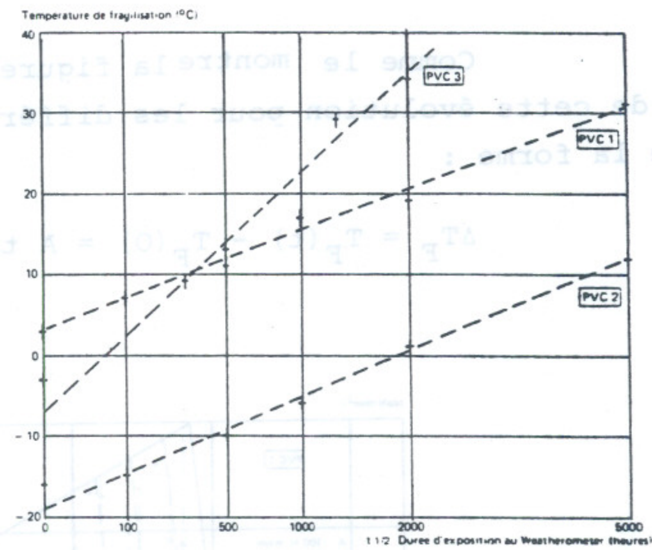


Figure 9

Températures de fragilisation des 3 PVC portées en fonction de $t^{1/2}$, t étant la durée de dégradation au weatherometer

3-3 - Veillissement naturel -

La même démarche expérimentale a été reproduite sur des échantillons exposés au vieillissement naturel à Grenoble. Les valeurs de T_F sont reportées sur le tableau 1.

- TABLEAU 1 -

Durée	PVC 1	PVC 2
témoin	3 ± 1	- 19 ± 1
1 an	26 ± 1	- 6 ± 1
2 ans	34 ± 1	- 1 ± 1

On constate que l'accroissement de T_F est bien supérieur aux incertitudes de repérage de la température.

3-4 - Corrélation entre vieillissement naturel et dégradation artificielle -

Cette corrélation est nécessaire pour tirer des résultats obtenus en dégradation artificielle (rapide), la durabilité des produits utilisés à l'extérieur pour des périodes longues.

Les lois d'évolution de T_F en fonction des durées de vieillissement naturel ou de dégradation artificielle sont mathématiquement de la même famille (fig. 9 et 10) ainsi l'étude de la corrélation est possible. Pour rechercher un coefficient d'accélération entre ces deux modes d'endommagement, nous déterminons sur la figure 9 quelles sont les durées nécessaires en dégradation pour obtenir les mêmes valeurs de T_F qu'après 1 et 2 ans de vieillissement naturel. Ces valeurs sont portées sur le tableau 2.

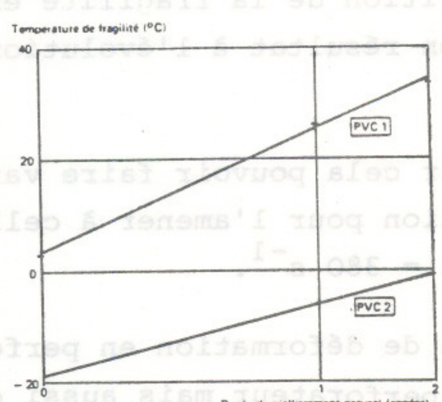


Figure 10

Variation de la température de fragilité en perforation à 3 m/s en fonction de la durée d'exposition naturelle $t^{1/2}$ pour 2 PVC

- TABLEAU 2 -

Vieillissement naturel T_N(heure)	PVC	T_F (°C)	Durée de la dégradation artificielle équivalente t_A (heure)	Coefficient d'accélération T_N/t_A
1 an = 8760 h	1	26 ± 1	3630 ± 300	2,4 ± 0,2
	2	-6 ± 1	915 ± 150	9,6 ± 1,5
2 ans = 17520 h	1	34 ± 1	6850 ± 400	2,6 ± 0,2
	2	-1 ± 1	1730 ± 200	10,1 ± 1,2

L'examen de ce tableau vérifie un point déjà noté par les études de DHC [1] à savoir que la corrélation entre le vieillissement naturel et la dégradation artificielle varie avec la formulation du PVC étudié. Le coefficient d'accélération est environ 2,5 pour le PVC 1, et 10 pour le PVC 2 ; par contre il n'évolue pas de façon significative entre 1 an et 2 ans de vieillissement naturel. Bien sûr ceci est à confirmer par l'étude des échantillons qui seront retirés après 4 ans et 10 ans de vieillissement naturel et par celle des autres profilés vieillis 1 et 2 ans.

3-5 - Corrélation avec l'essai choc-traction -

L'essai de choc-traction est couramment utilisé pour apprécier la résilience en traction. Il s'agit d'un test qui permet d'apprécier l'apparition de la fragilité en oeuvre. Il est intéressant de comparer son résultat à l'évolution de T_F observée en perforation.

Il faut pour cela pouvoir faire varier la vitesse de déformation en perforation pour l'amener à celle correspondant à l'essai de choc-traction = 380 s^{-1}.

La vitessse de déformation en perforation est fonction de la vitesse du perforateur mais aussi de l'épaisseur de l'éprouvette. Celle loi doit être trouvée pour permettre de travailler à $\dot{\varepsilon}$ constant quels que soient les produits testés.

Dans ce but, nous avons comparé des résultats expérimentaux obtenus dans le domaine des déformations élastiques, à la théorie d'Hertz [4]. On montre ainsi que la déformation se divise en deux composantes : une flexion biaxiale et une pénétration du perforateur dans l'épaisseur de la plaque en PVC. La flexion est négligeable pour des fortes épaisseurs et prédominante pour les profils minces comme ceux correspondant à cette étude. Dans ce cadre, utilisant les calculs propres aux plaques minces encastrées [5] on obtient la relation :

$$\varepsilon = \frac{e.d}{L^2}$$

où ε est la déformation,
e est l'épaisseur de l'éprouvette,
d est le déplacement relatif éprouvette-perforateur,
L est une constante ayant la dimension d'une longueur.

Par dérivation on est conduit à :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{e}{L^2} V \quad \text{où} \quad V \text{ est la vitesse d'essai}$$

Cette loi a été vérifiée expérimentalement dans une gamme étroite d'épaisseurs limitée par la faisabilité d'extruder des profils d'épaisseurs variées.

Bien que les confirmations expérimentales ne soient pas complètes nous utilisons cette loi pour exécuter des essais à $\dot{\varepsilon}$ constant quelle que soit l'épaisseur des éprouvettes testées. Ceci permet de "caler" l'essai de perforation sur celui de choc-traction.

3-6 - <u>Prévision de durabilité mécanique</u> -

Compte tenu des résultats présentés, il est possible de proposer une démarche expérimentale d'évaluation de la fragilisation des profils minces en PVC rigide :

. Exécuter des essais de perforation à vitesse de déformation constante de 380 s^{-1} quelle que soit l'épaisseur du profilé .

. Suivre l'évolution en fonction du vieillissement de la température de fragilité T_F ainsi repérée .

. Par extrapolation définir la durée de vieillissement nécessaire à situer T_F à 23°C .

Cette durée est la durabilité mécanique du profilé testé.

4 - CONCLUSION -

Cette étude montre la faisabilité de la prévision de la durabilité mécanique de profils minces en PVC rigide opaques utilisés à l'extérieur.

Compte tenu de la faible dispersion des résultats cette prévision peut se faire avec des échantillons vieillis naturellement pendant 1 an et des essais de dégradation artificielle échelonnés sur quelques mois.

La simplification de l'appareillage actuellement utilisé devrait permettre la généralisation de son emploi d'autant que cette procédure semble applicable à beaucoup de thermoplastiques opaques ou transparents.

5 - BIBLIOGRAPHIE -

1 - Vieillissement du PVC rigide -
1. Etude par déshydrochloruration
Cahiers du CSTB, n° 1589, septembre 1979

2 - R. JACOB
Rupture des produits en PVC rigide
2° Symposium International sur le PVC, Lyon 1976
Pure Appl. Chem., Vol 49, n° 5, p 615 (1977)

3 - H. EYRING
J. Chem. Phys., 4, p 283 (1936)

4 - H. HERTZ
Angew Math., Vol 92, p 156 (1881)

5 - S. TIMOSHENKO, S. WOINOSKY-KRIEGER
Théorie des plaques et des coques
Librairie Polytechnique 1961

DEFINITION ET APPLICATIONS D'UNE LOI DE COMPORTEMENT A STRUCTURE HEREDITAIRE (+)

P. GUELIN, J. M. TERRIEZ, B. WACK

Institut de Mécanique de GRENOBLE

RESUME :

On procède à un bref rappel d'une proposition de schéma thermomécanique à structure héréditaire et l'on donne, en matière de solide anélastique, quelques illustrations des possibilités descriptives de ce schéma.

ABSTRACT :

A thermomechanical pattern previously defined is briefly recalled. This scheme is of hereditary form and demand the use of the discrete memory concept. In order to illustrate the descriptive possibilities of the pattern, some results are given, which have been obtained with solids exhibiting hysteresis and hardening.

1. INTRODUCTION

Capable de donner des solutions relativement précises de problèmes structuraux très variés, l'analyse limite a été, à juste titre, considérée en son temps comme un outil élégant, facilement compréhensible et efficace. Il le reste dans une large mesure. Et cette persistance n'est pas sans conséquences conceptuelles profondes.

Les succès de l'analyse limite ont en effet contribué à accréditer l'idée selon laquelle les concepts d'élasticité et de plasticité parfaite devaient constituer la véritable base de toute schématisation bien fondée du comportement des solides anélastiques réels. D'une part, cette idée, encore parfois affichée, reste largement utilisée : il est cependant reconnu peu commode d'interprêter les observations grâce aux schémas raffinés construits à partir de la théorie de plasticité parfaite.

(+) Communication au Groupe Français de Rhéologie le 21 mai 1981.

D'autre part, l'analyse limite fait appel au concept de plasticité dans des situations de chargements essentiellement monotones. Enfin, le concept de plasticité est compatible avec l'usage de potentiels et suggère, par induction formelle l'extension aux situations irréversibles complexes des principes, notions et schémas classiques.

Mais à présent l'ingénieur s'intéresse à des problèmes souvent caractérisés par la mise en jeu de sollicitations cycliques quelconques et d'écrouissages importants. D'une part, les sollicitations cycliques de service sont généralement telles que la majeure partie des trajets réalisés durant la vie des structures intéresse la zone de transition entre élasticité et plasticité. D'autre part, les températures de service sont souvent assez élevées pour affecter les caractéristiques mécaniques et compliquer la nature des effets d'écrouissage.

Finalement, dans de telles conditions, la distinction entre élasticité et plasticité, déjà conventionnelle, devient extrêment délicate. Le fait est d'importance. D'une part, cette distinction est en pratique à la base de la définition réputée opératoire dé l'écrouissage. D'autre part, la définition des sources de chaleur volumique associées aux irréversibilités internes intrinsèques n'est obtenue immédiatement que dans le cas trivial du schéma de plasticité parfaite.

Bien entendu, les questions qui viennent d'être évoquées concernent spécialement la schématisation du comportement des métaux. Mais d'autres analogues et également délicates, apparaissent en matière de continus pulvérulents ou de polymeres solides.

Il parait donc utile d'analyser d'une façon approfondie les schémas proposés pour décrire le comportement des solides anélastiques. Dans une première partie on présente à ce sujet une série de remarques (§2) ; elles sont suivies par des propositions concommittantes, faites à l'aide d'un schéma héréditaire à mémoire discrète décrivant le comportement d'hystérésis pure(§3) ; une description de l'écrouissage du corps réel est proposé (§4). Enfin, des illustrations qualitatives et des applications à des problèmes anélastiques dynamiques sont données (§5).

2. REMARQUES PRELIMINAIRES

2.1 - Considérons un essai de traction-compression usuel d'une éprouvette d'acier inoxydable durant lequel la déformation imposée, petite, oscille périodiquement entre deux valeurs imposées ($\mathcal{E} \in [\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2]$) avec une vitesse de l'ordre de 10^{-3} s^{-1}. Dans ces conditions classiques, où $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ sont, par exemple de l'ordre de 1 et 2% respectivement, on observe immédiatement que la majeure partie de la vie de l'éprouvette est caractérisée par la restauration périodique des propriétés mécaniques sous la sollicitation périodique spécifiée. Cette sorte "d'état d'équilibre" est représenté par un cycle d'hystérésis fixe (répété par exemple 9 500 fois sur 10 000 cycles possibles avant rupture). L'allure de ce cycle fixe ne suggère aucun schéma du genre élastoplastique ni aucun phénomène d'écrouissage. Les seules représentations mentales suggérées immédiatement sont celles relevant de modèles symboliques constitués de ressorts et de frotteurs.

2.2 - Cependant, il est bien connu que de tels modèles symboliques unidimentionnels n'indiquent pas immédiatement la voie d'une schématisation tensorielle unique et d'une thermomécanique bien fondée du continu irréversible réel. Il arrive que ce fait soit exprimé brièvement en soulignant simplement que la règle d'homothetie de MASING, qui vaut pour les modèles symboliques simples, ne s'applique pas aux corps réels. Ces modèles sont-ils pour autant sans intérêt sur le plan fondamental ? La question mérite une attention particulière car il est bien connu, par exemple, que la règle de MASING s'avère d'autant plus exacte qu'un trajet de sollicitation cyclique est plus longtemps appliqué : songeons au comportement de l'acier à palier, tout à fait caractéristique à cet égard.

2.3 - Une fois l'attention focalisée sur le fait expérimental crucial que semble constituer la restauration périodique des propriétés sous sollicitation périodique, la règle de MASING et les modèles symboliques associés peuvent bien être tenus pour fondamentalement heuristiques sous les hypothèses suivantes.

2.4 - On peut d'abord supposer que le comportement du solide anélastique réel résulte de la superposition et de l'interaction d'un petit nombre de phénomènes dissipatifs.

Ensuite, l'une des contributions dissipatives est spécialement distinguée en ce sens que l'on suppose possible de la définir de telle sorte que, sous trajets de sollicitation périodique, elle se trouve dotée des propriétés de stricte restauration périodique suggérées par les modèles symboliques (et par certaines phases de la vie des solides anélastiques réels).

Soit alors ϕ_a la dissipation intrinsèque restaurable, caractéristique de cette contribution dissipative spéciale, dite "d'hystérésis pure". Soit Π_a la puissance réversible associée, que la suite devra définir. Si ϕ_e note une contribution ou une somme de contributions dissipatives non restaurables et si Π_e est supposé nul, alors :

$$\phi = -\mathcal{P}_i - \Pi = \sigma . \mathcal{D} - (\Pi_a + 0)$$

$$\phi = \phi_a + \phi_e = (\sigma_a \mathcal{D} - \Pi_a) + (\sigma_e \mathcal{D} - 0)$$

et donc :

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_e$$

Le graphe $\sigma(\varepsilon)$ d'un comportement réel ne respecte pas la règle de MASING bien que celle-ci soit respectée pour l'une des contributions incorporée dans le shéma. Et il ne s'agit pas là d'un pur artifice car on sait bien que souvent :

$$\phi_e \ll \phi_a$$

de sorte que l'essentiel du comportement réel est le comportement d'hystérésis pure.

Reste à définir ϕ_a, ϕ_e et leurs interactions. Rappelons immédiatement que le schéma thermomécanique proposé pour cela est à mémoire discrète. Cette caractéristique singulière mérite un examen à la fois pour des raisons de principe et pour les résonnances historiques et subjectives qu'elle engendre toujours.

2.5 - Sur le plan des principes, le concept de mémoire a été en effet tenu pour dénué de sens physique dans la mesure où il semble impliquer définitivement quelque action à distance instantanée.

Sur les plans historique et subjectif , les schémas physiquement bien fondés sont a priori envisagés comme réductibles à des systèmes dynamiques classiques : l'usage du concept de mémoire doit donc être en principe tenu pour un artifice provisoire reflétant l'imperfection du choix des variables d'état.

Dans ces conditions, comment est-il possible d'être conduit à proposer un schéma à ce point éloigné du cadre doctrinal classique ?

2.6 - Un premier élément de réponse est de nature simplement opératoire. Il se distingue clairement à l'examen des résultats obtenus grâce aux schémas classiques du comportement irréversible. Dans les années 60, les succès enregistrés en matière de fluides ont favorisé le développement de l'idée suivant laquelle le traitement des solides irréversibles ne devait pas poser de problèmes importants. Cependant, les tentatives réitérées ont rendu manifeste qu'en matière de solides anélastiques réels, l'extension des schémas classiques n'est ni techniquement simple, ni en principe évidente. Ainsi, par exemple, si les schémas à variables internes permettent probablement de décrire les chargements monotones sans sifficultés techniques majeures, l'hystérésis pose en revanche des problèmes d'une toute autre ampleur. Les formes intégrales ont paru un moment susceptibles d'aplanir les difficultés. Seul demeurait en apparence le "problème des petits cycles" (cycle ABC, figure 1).

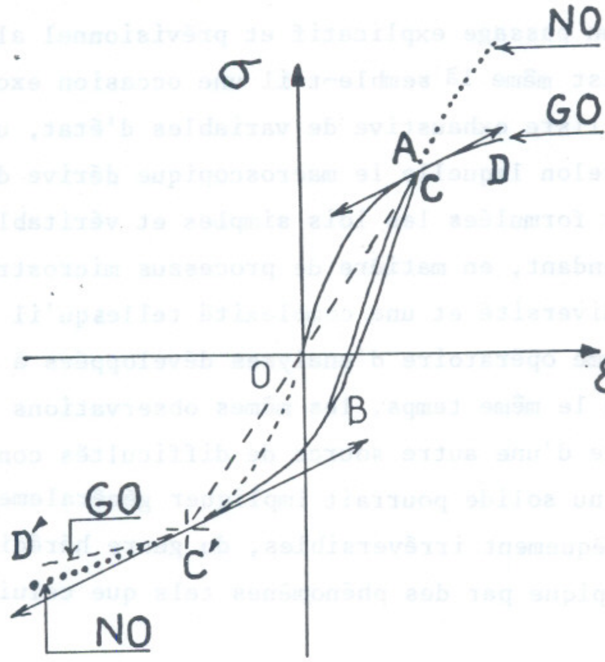


Figure 1. Les trajets BCD et BC'D' exigent que soit gardée la mémoire de l'état A le long de ABC et ABC' respectivement.

Mais, sur ce plan des principes, ce problème est identique à celui posé par une très longue décharge. Dans les deux cas il faut se résoudre à adopter ou à rejeter le concept de mémoire discrète et ses deux conséquences immédiates pour la structure de la schématisation : critère de charge-décharge et algorithme de définition du processus de mémorisation.

2.7 - Un second élément de réponse concerne l'argument basé sur l'impossibilité des actions à distance instantanées. Cet argument perd de sa force si l'observation fine du continu physique suggère que celui-ci peut être envisagé comme support éventuel d'une trace -définitive ou temporaire- d'état antérieur, tel que, par exemple, l'état de déplacement installé à la suite d'un glissement avec frottement.

Concevoir la matière elle-même comme support de mémoire renvoie aux questions évoquées en 2.5 et à la distinction entre fluides et solides soulignée en 2.6 du seul point de vue des résultats opératoires.

Il faut en effet noter que l'élément de continu fluide peut très souvent être considéré comme homogène aux échelles conventionnelles alors que les solides sont généralement hétérogènes à ces échelles (10 µm par exemple). A première vue, une telle constatation n'est en rien contradictoire avec la volonté d'assurer un passage explicatif et prévisionnel allant du micro au macroscopique. C'est même là semble-t-il une occasion exceptionnelle d'établir, sur la base d'une liste exhaustive de variables d'état, une description conforme à la règle selon laquelle le macroscopique dérive du microscopique au niveau duquel sont formulées les lois simples et véritablement fondamentales.

Cependant, en matière de processus microstructuraux, l'observation dévoile une diversité et une complexité telles qu'il demeure impossible d'entrevoir le terme opératoire d'analyses développées à plusieurs échelles. D'autre part, dans le même temps, les mêmes observations n'incitent pas à exclure l'existence d'une autre source de difficultés considérables : la structure fine du continu solide pourrait impliquer généralement l'existence de phénomènes intrinsèquement irréversibles, du genre héréditaire, reflétés à l'échelle macroscopique par des phénomènes tels que celui d'hystérésis.

2.8 - Retenir une telle éventualité n'est pas original. C'est adopter jusqu'aux échelles fines la distinction soulignée par GIBBS à propos de ces deux catégories de "forces passives". GIBBS donne d'ailleurs pour chacune un exemple typique : viscosité d'une part, plasticité de l'autre. Une telle distinction s'écarte du courant des schématisations "viscoplastiques" commodes. Mais l'adoption de la distinction de GIBBS entraine une conséquence véritablement majeure : les phénomènes de frottement et d'hystérésis se trouvent dotés d'un statut privilégié fondamentalement insensible aux changement d'échelles raisonnablement envisageables compte tenu des possibilités de mesures. Dans ces conditions, il n'est pas possible d'exclure a priori les schématisations héréditaires à mémoire discrète.

2.9 - Ajoutés aux besoins urgents engendrés par les projets technologiques avancés, des éléments d'analyse tels que ceux envisagés ci-dessus, peuvent conduire à l'adoption du point de vue de GIBBS. Telle est, suite à d'autres tentatives (cf. 1 à 11), la ligne suivie pour proposer une définition de ϕ_2 (cf. 12 à 33).

3. UNE PROPOSITION DE SCHEMA HEREDITAIRE A MEMOIRE DISCRETE : LE COMPORTEMENT D'HYSTERESIS PURE (+).

3.1 - Le modèle symbolique envisagé est du genre infini, en parallèle. Chaque élément est constitué d'un ressort et d'un frotteur disposés en série. Le graphe $\sigma(\varepsilon)$ du premier chargement monotone OA (fig. 2) est tel que :

(1) $$-\sigma'' = g'' \geq 0$$

si $g''(\varepsilon)$ note la fonction définissant la raideur $g''(e)\,de$ des éléments ayant des seuils de déformation compris entre e et $e+de$. On sait que des branches d'évolution telles que AbC et CdA se déduisent de OA par homothétie de rapport :

(2) $$\omega = \pm 2$$

Si le chargement CdA est poursuivi au delà de A il emprunte le trajet Af qui serait obtenu par simple chargement monotone OAf et non le trajet Ag, prolongement de l'arc CdA. La "branche" CdAf est constituée de 2 "arcs" CdA et Af.

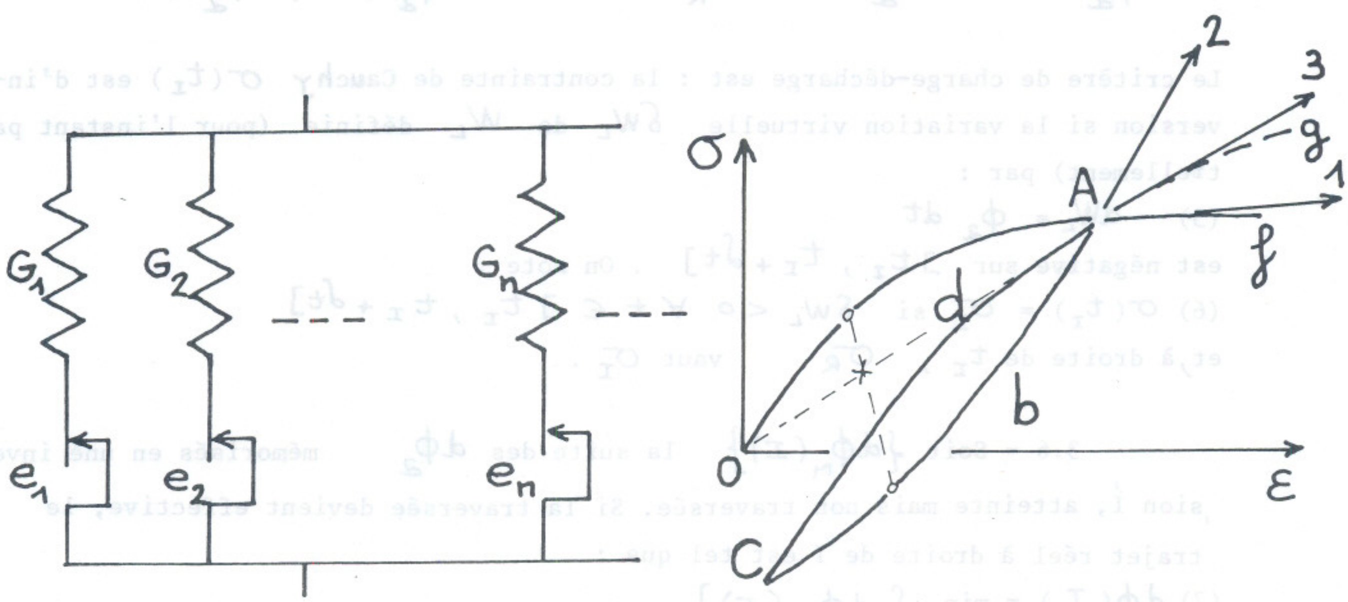


Figure 2. Le modèle symbolique. Le trajet A_g est prohibé.

3.2 - Le concept de mémoire discrète peut s'introduire comme suit : "l'état" A, appelé "état d'inversion", doit être mémorisé le long de AbCdA et peut être effacé si le chargement est poursuivi le long de Af. Dans ce cas, l'excursion AbCdA toute entière est oubliée.

3.3 - Les deux propriétés fondamentales du modèle symbolique sont :

i) tous les trajets sont irréversibles

ii) il est toujours possible de ramener le système à son état initial grâce à un processus de cyclage particulier appelé dans la suite cyclage fondamental (grand nombre de cycles symétriques d'amplitude lentement décroissante et tendant vers 0).

(+) Dans ce paragraphe σ_a est noté σ et on suppose : $(\dot{\varepsilon})^2 = 1$.

3.4 - Soit $\Delta\varepsilon$ l'amplitude du cycle AbCdA. Lorsque C tend vers A, l'aire du cycle est en $O(\Delta\varepsilon^4)$, de même que la chaleur dégagée, alors que la puissance $\mathcal{P}_e$ des efforts extérieurs est en $O(\Delta\varepsilon)$. Ainsi le rapport $-\dot{Q}/\mathcal{P}_e$ du taux de chaleur dégagé à la puissance $\mathcal{P}_e$ est en $O(\Delta\varepsilon^3)$. Il y a quasi-réversibilité dans le voisinage à droite d'une inversion. On pose donc :

(3) $$\Pi_a = \sigma_R \cdot \mathcal{D}$$

de sorte que Π_a est comme σ_R une fonctionnelle constante par morceaux du chargement imposé. Par exemple, le long de OAbCdAf :

$$\sigma_R = 0 \ \forall P \in OA, \ \sigma_A \ \forall P \in AbC,$$
$$\sigma_C \ \forall P \in CdA, \ 0 \ \forall P \in Af .$$

3.5 - On a :

(4) $$\phi_a = -\mathcal{P}_i - \Pi_a = (\sigma - \sigma_R)\cdot\mathcal{D} \geq 0 \ ; \ \dot{\phi}_a \geq 0 \ ; \ \ddot{\phi}_a \leq 0 .$$

Le critère de charge-décharge est : la contrainte de Cauchy $\sigma(t_I)$ est d'inversion si la variation virtuelle δW_L de W_L définie (pour l'instant partiellement) par :

(5) $$dW_L = \phi_a \, dt$$

est négative sur $]t_I , t_I + \delta t]$. On note :

(6) $\sigma(t_I) = \sigma_I$ si $\delta W_L < 0 \ \forall t \in]t_I , t_I + \delta t]$

et, à droite de t_I, σ_R vaut σ_I.

3.6 - Soit $\{d\phi_M(I)\}$ la suite des $d\phi_a$ mémorisés en une inversion I, atteinte mais non traversée. Si la traversée devient effective, le trajet réel à droite de I est tel que :

(7) $$d\phi(I_+) = \min \{d\phi_M(I)\}$$

Par exemple, en A :

$$\{d\phi_M(A)\} = \{d\phi_1 , d\phi_2 , d\phi_3\}$$

et

$$d\phi(A_+) = d\phi_1 < d\phi_3 < d\phi_2$$

L'algorithme basé sur (5) (6) (7) :

(8) $$\mathcal{A}\left[\delta W_L ; \{W_L\}, \omega, \{d\phi_M\}\right] \Longrightarrow \left[\{\sigma_I\}, \{\sigma_M\} ; \sigma_R , \omega\right]$$

détermine d'une part la suite $\{\sigma_I\}$ des contraintes d'inversion et la suite $\{\sigma_M\}$ des contraintes d'inversion encore mémorisées à l'instant actuel, d'autre part la contrainte de référence $\sigma_R^{K,\alpha}$ et le coefficient de MASING ω de l'instant actuel : comme σ_R, ω est une fonctionnelle constante par morceaux, à valeurs 1 ou 2.

3.7 - La relation constitutive :

(9) $\sigma - \sigma_R = \omega\, S\left((\varepsilon - \varepsilon_R)/\omega\right) \quad ; \quad S'' \leq 0$

ou une forme différentielle équivalente :

(10) $D(\sigma - \sigma_R) = f(\mathcal{D}, \sigma - \sigma_R, \omega)$

est déterminée par la définition des éléments du modèle symbolique ou bien est supposée connue dans le cas d'un continu réel.

Il en est de même de l'énergie interne $E(\varepsilon)$.

Si un chargement est spécifié par $\mathcal{D}(t)$ ou $\varepsilon(t)$ (ou $\sigma(t)$, compte tenu de : $g'' > 0$), alors les termes $\mathcal{P}_i(t)$ et $\mathcal{P}_e(t)$ de la conservation quasi-statique :

(11) $0 = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_e$

sont connus.

Le schéma thermomécanique est formé par :

- la conservation (11)
- la relation constitutive (cf. (9) ou (10))
- le critère de charge-décharge (6)
- l'algorithme $\mathcal{A}$
- l'expression de Π_2
- la conservation de l'énergie

(12) $\dot{E} = \mathcal{P}_e + \dot{Q}$

- l'équation équivalente à celle de GIBBS

(13) $\dot{E} = \dot{I} + \Pi$

- la définition (4) de ϕ_2 :

(14) $\phi_2 = -\mathcal{P}_i - \Pi \quad (= \mathcal{P}_e - \dot{K} - \Pi)$

On note que la seconde forme de la conservation de l'énergie (12) est :

$$\dot{I} = \dot{Q} + \phi_2$$

de sorte que la dissipative intrinsèque:

$$\phi_2 = -\dot{Q} + \dot{I}$$

apparait comme une somme de chaleur dégagée et de désordre créé.

Pour faire quelques remarques utiles au sujet du taux $\dot{I}$ d'énergie dissipée autrement que sous forme de chaleur, on peut partir des 2 propriétés fondamentales notées en 3.3.

D'une part, l'abscence de trajets réversibles explique que $\dot{I}$ ne soit pas noté en (13) sous la forme entropique du genre $T_o \dot{S}$.

D'autre part, la considération : d'une boucle (finie) partant de et revenant à l'origine du graphe $\sigma(\varepsilon)$, puis d'un cyclage fondamental (infini), permet d'aboutir soit à l'état : $\sigma = \varepsilon = o, I > o$, soit à l'état : $\lim \sigma = \lim \varepsilon = \lim I = o$
Ce résultat, qui confirme le sens physique de I, est immédiat si l'on adopte l'axiome de restauration suivant :

Le modèle symbolique doit être considéré comme un système ouvert vis-à-vis d'une quantité de désordre I : à chaque inversion du sens de chargement, le modèle reçoit un flux infini de néguentropie délivré durant un temps infiniment court et compensant exactement la variation ΔI de I produite le long de la branche précédent l'inversion considérée (cf. figure 3).

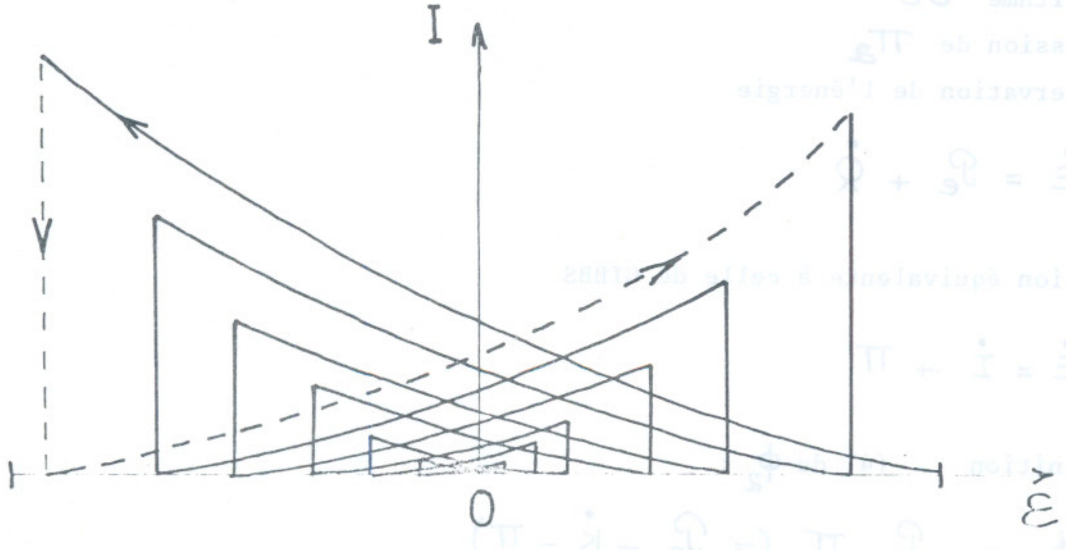


Figure 3. Variation de I lors du cyclage fondamental.

En conséquence, la fonction d'aide W_L, introduite en (5), doit être spécifiée nulle à droite d'une inversion. Elle est définie continue non décroissante par morceaux.

3.8 - Pour le modèle symbolique, et quelque soit $g(\varepsilon)$, on obtient, par calcul direct et si : $\sigma_R = 0$, $\omega = 1$:

$$\dot{E} = \mathcal{E}\dot{\sigma} = \dot{I}$$
$$-\dot{Q} = \sigma\mathcal{D} - \mathcal{E}\dot{\sigma}$$

Le long des arcs de branches où $\omega = 2$, on obtient :

$$\dot{E} = \frac{1}{2}(\sigma + \sigma_R)\mathcal{D} + \frac{1}{2}(\mathcal{E} - \mathcal{E}_R)\dot{\sigma}$$
$$-\dot{Q} = \frac{1}{2}(\sigma - \sigma_R)\mathcal{D} - \frac{1}{2}(\mathcal{E} - \mathcal{E}_R)\dot{\sigma}$$
$$\dot{I} = \frac{1}{2}(\sigma - \sigma_R)\mathcal{D} + \frac{1}{2}(\mathcal{E} - \mathcal{E}_R)\dot{\sigma}$$

On notera que la source de chaleur est : volumique, interne, intrinsèque, de sort qu'elle correspond au terme $\mathcal{R}_{ii}$ dans l'écriture de conservation :

$$\dot{E} = -\mathcal{P}_i + \mathcal{R}_{ii} + \mathcal{R}_{ie} + \mathcal{R}_{ee} \; ; \; \frac{d}{dt}\int_v \rho e \, dv = \int_v \sigma . \mathcal{D} \, dv + \int_v r_i \, dv - \int_{\partial v} \vec{q} . \vec{n} \, ds + \int_v r_e \, dv$$

ou encore au terme r_i dans l'écriture locale :

$$\rho \frac{de}{dt} = tr \, \sigma . \mathcal{D} + r_i + (-\text{div} \, \vec{q}) + r_e \; .$$

Cette forme locale est souvent écrite "a priori" :

$$\rho \frac{de}{dt} = tr \, \sigma . \mathcal{D} + 0 + (-\text{div} \, \vec{q}) + r_e \; .$$

de façon à laisser subsister seulement le terme intrinsèque $tr(\sigma . \mathcal{D})$ qui incite à la mise en dualité des forces et vitesses généralisées.

3.9 - Dans la suite, on utilise une définition différentielle (10) de la relation constitutive (9). On peut dès à présent en noter la raison : le formalisme doit exprimer le concept de mémoire discrète de la façon la plus complète, c'est-à-dire en explicitant Φ_2 et $\sigma - \sigma_R$ mais aussi en tenant compte du fait que σ_R est, comme Π, une fonctionnelle constante par morceaux.

4. LE SCHEMA DU CORPS REEL AVEC ECROUISSAGE

4.1 - Superposition et interaction

On peut d'abord distinguer dnas ϕ_e les contributions dépendantes (ϕ_v) et indépendantes (ϕ_g) de la loi de temps de l'évolution :

$$\phi_e = \phi_v + \phi_g$$

de sorte que :

$$\sigma_e = \sigma_v + \sigma_g$$

ou bien (cf. 3.9) :

$$D\sigma_e = D\sigma_v + D\sigma_g$$

Ces contributions de contrainte sont prises de la forme à mémoire continue tendant (m) ou non (H) vers 0, de sorte que :

(15) $$\sigma_e = (\sigma_{vm} + \sigma_{vH}) + (\sigma_{gm} + \sigma_{gH})$$

Par exemple :

(16) $$\sigma_v(t) = f_v * \chi_{(t)} + [A_v \cdot f_v] * H_{(t)}$$

où f_v est une fonction tensorielle isotrope de $\mathcal{D}$, χ la fonction de relaxation H la fonction Heaviside, A_v une fonction scalaire de

$$\eta = \int_0^t \phi_a \, dt$$

La forme de σ_g est comparable à celle de σ_v .

Donnons enfin quelques indications au sujet de l'interaction. Plusieurs moyens très simples ont été employés pour la réaliser. L'ingrédient commun concerne des arguments tensoriels. Les variantes sont obtenues en jouant sur des arguments scalaires.

L'interaction ("tensorielle") évoquée ci-dessus est réalisée en supposant simplement que le tenseur σ (contrainte réelle) remplace les contributions tensorielles de contraintes partielles (fictives) là où elles apparaissent dans l'expression des taux de la forme différentielle :

$$D\sigma = D\sigma_a + D\sigma_{vm} + D\sigma_{vH} + D\sigma_{gm} + D\sigma_{gH}$$

4.2 - Commentaires

Rappelons que la contribution d'hystérésis pure est dénuée d'écrouissage(par définition): elle possède les propriétés de restauration et d'accomodation immédiate (cf. §3). Cette définition de l'abscence d'écrouissage n'exige ni l'existence ni la distinction de l'élasticité et de la plasticité. Elle est une conséquence immédiate de l'axiome de restauration.

La décomposition (15) permet seulement de distinguer les divers genres d'écrouissages possibles.

Une théorie bien fondée de l'écrouissage, qui ne semble pas exister à ce jour, doit, en principe, être reliée à la connaissance détaillée des processus microstructuraux, sources de dissipation et d'énergie interne.

Les grandes lignes du formalisme utilisé pour expliciter (15) sont rappelés au paragraphe suivant. Il faut tenir cette proposition pour provisoire au moins en ce qui concerne la définition des interactions "scalaires" évoquées en 4.1. Il est même fort possible que les grandes lignes du formalisme (16) proposé pour expliciter (15) s'évèrent inadéquates à la réalité. Notons seulement une des propriétés adéquates de la proposition actuelle : les réponses simulées en fluage sont très sensibles aux modalités d'interactions (de même le fluage observé est sensible aux fluctuations de structure).

L'introduction de l'interaction n'est pas guidée par un molèle symbolique heuristique tel que celui utilisé pour définir l'hystérésis pure. L'étude des modèles symboliques non décomposables au sens de PERSOZ peut éventuellement combler en partie cette lacune. Il ne semble pas que des efforts soient développés en ce sens. L'étude est techniquement difficile et risque d'exiger, comme dans le cas décomposable, l'abandon du point de vue fondamentaliste.

Un critère de stabilité thermomécanique doit évidemment compléter une proposition bien fondée de classement et de définition des écrouissages.

5. BREF RAPPEL D'ILLUSTRATIONS QUALITATIVES ET D'APPLICATIONS

5.1 - Pour spécifier l'équivalent tensoriel de la fonction constitutive d'hystérésis pure (10), on utilise une fonction tensorielle isotrope simple de $\mathcal{D}$, $\sigma - \sigma_R$ et ω , homogène de degré -1 par rapport au temps. La décomposition en parties isotrope et déviatoire est ainsi :

$$\dot{S}_1 = (3\alpha_0 + \alpha_1) E_1 \qquad (E_1 = \mathrm{tr}\,\mathcal{D})$$

(17)

$$\mathcal{D}_J \bar{\sigma} = \alpha_1 \bar{\mathcal{D}} + \alpha_4 \overline{\Delta M} \, (\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_R) \qquad \overline{\Delta M} = \mathrm{tr}\,((\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_R) \cdot \bar{\mathcal{D}}),$$

avec :

$$\alpha_4 = -\alpha_1 / (\omega Y_0)^2$$

Les paramètres physiques sont α_0 et α_1 (équivalents aux paramètres de LAME λ et 2μ) et Y_0 seuil de plasticité de MISES, jamais atteint.

Le comportement d'hystérésis pure peut alors être étudié en cinématique irrotationnelle à directions principales fixes ou en cinématique rotationnelle (de torsion). On indique sur la figure 4 une illustration du premier cas. Le trajet imposé est tel que la trace de contrainte est nulle de sorte que E_1 l'est aussi (cf. (17)). Le graphe cyclique indique la correspondance entre contrainte et glissement octoédriques ($2/3\, \bar{S}_2^2$ et $\frac{8}{3} \bar{\mathcal{E}}_2^2$ si $2\, \bar{S}_2^2 = \mathrm{tr}\, \bar{\sigma}\bar{\sigma}$ et $2 \bar{\mathcal{E}}_2^2 = \mathrm{tr}\, \bar{\mathcal{E}}\bar{\mathcal{E}}$).

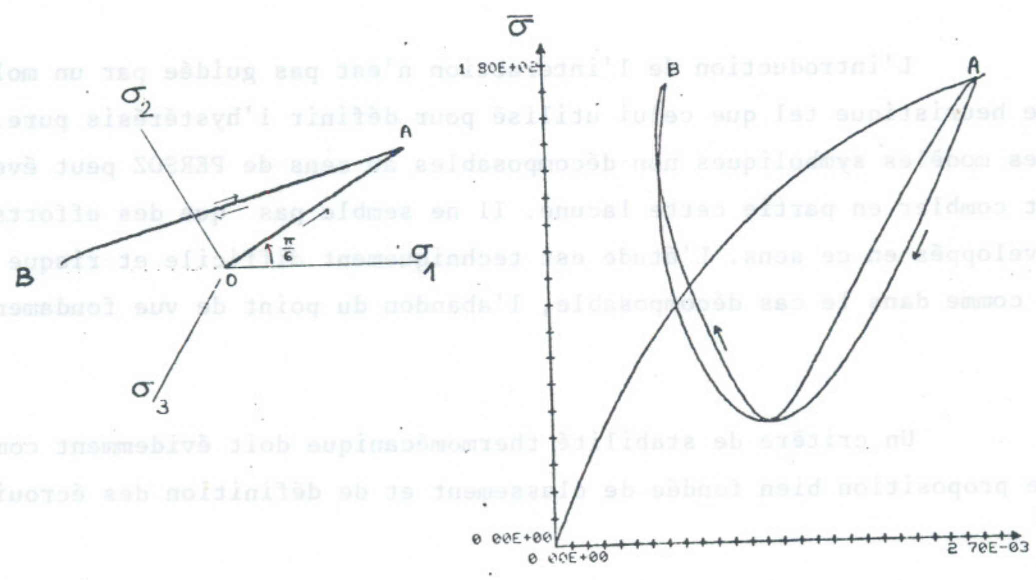


Figure 4. Trajet cyclique dans le plan déviatoire contenant l'origine : cas : $\sigma = \sigma_2$.

5.2 - Un schéma avec écrouissage en déformation (terme σ_{gH} de (15)) a été employé en vue de rendre compte des propriétés d'un acier inoxydable. On indique sur la figure 5 une illustration en cinématique rotationnelle. Lors d'une torsion τ imposée entre deux valeurs angulaires, un tube mince, libre axialement, s'allonge aixalement de façon irréversible. Le schéma est qualitativement uniforme à des résultats expérimentaux qui demandent à être confirmés.

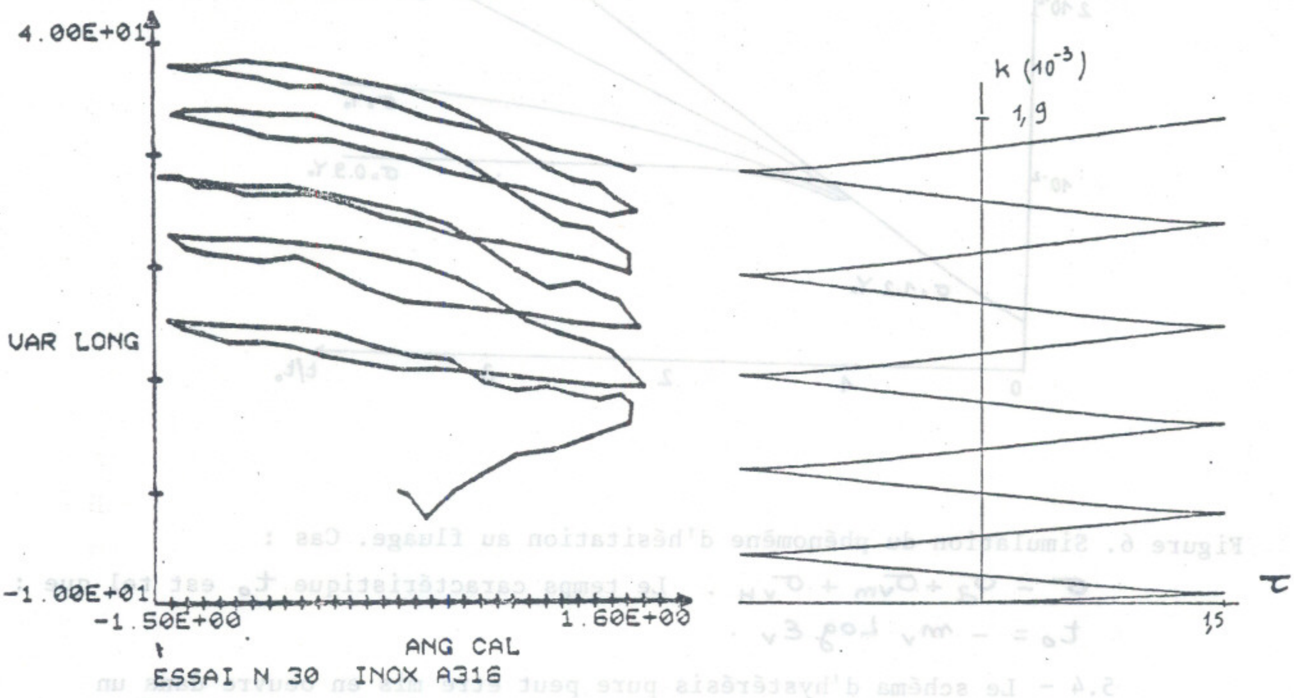


figure 5. Allongement axial (en micron) pour une base de 60 mm en fonction de l'angle de torsion (en rad/m) et déformation axiale théorique. Cas : $\sigma = \sigma_a + \sigma_{gH}$.

5.3 - Pour spécifier, par exemple, l'écrouissage en vitesse de déformation (cf. (15) et (16)),on pose :

$$f_v(\mathcal{D}) = \left[\mu\left(1 - \exp - (\bar{E}_2^{2} / v^2)\right)\right]\mathcal{D} \quad ; \; A_v = cste \; ;$$

$$\chi(t) = \begin{cases} (\exp.(-t/m_v) - \mathcal{E}_v)\cdot(1-\mathcal{E}_v)^{-1} & \forall t \in [0, t_c] \\ 0 & \forall t > t_c \end{cases}$$

La figure 6 donne le résultat d'une simulation d'hésitation au fluage.

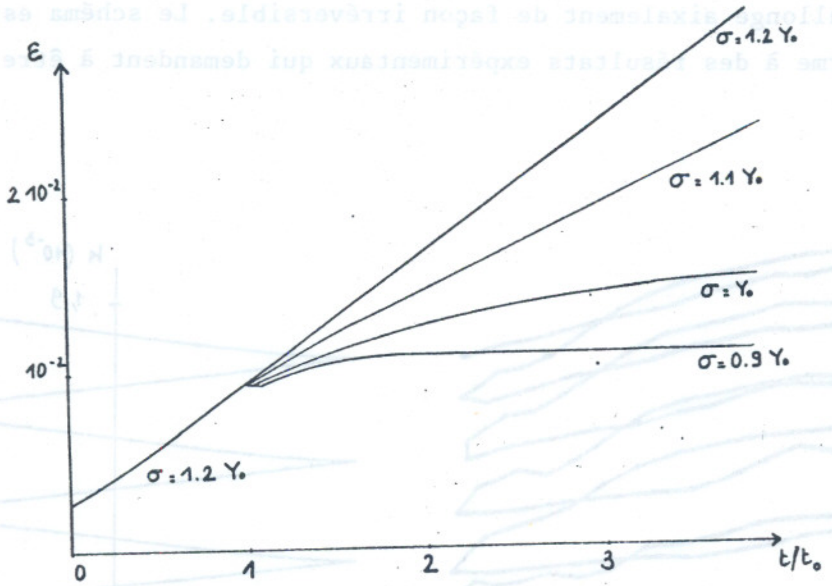


Figure 6. Simulation du phénomène d'hésitation au fluage. Cas : $\sigma = \sigma_{\partial} + \sigma_{vm} + \sigma_{vH}$. Le temps caractéristique t_o est tel que : $t_o = - m_v \operatorname{Log} \varepsilon_v$.

5.4 - Le schéma d'hystérésis pure peut être mis en oeuvre dans un problème de propagation d'ondes. La figure 7 illustre cette application dans le cas d'une barre encastrée à une extrémité et sollicitée par une brusque mise en vitesse constante à l'autre extrémité. Après réflexion, la contrainte tend à s'établir au niveau du seuil de pseudo-plasticité.

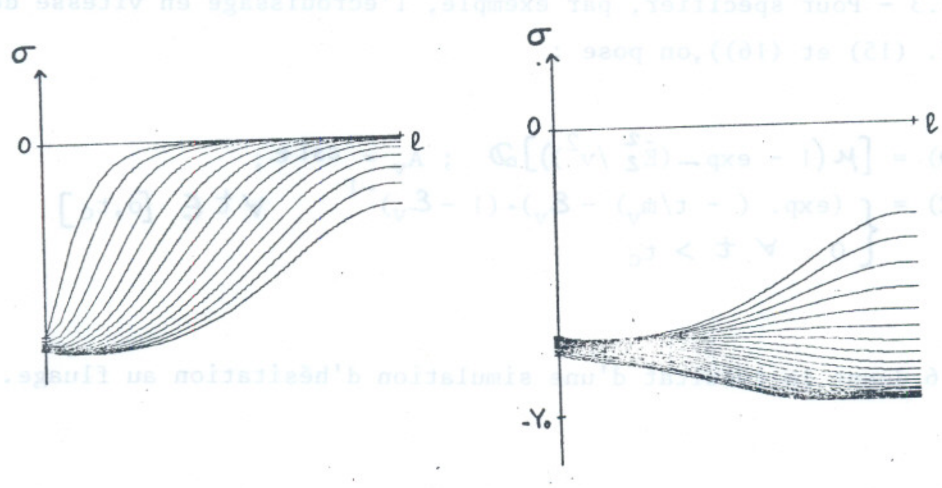


Figure 7. Propagation (aller et retour) d'une onde de compression.
Cas: $\sigma = \sigma_{\partial}$.

5.5 - Un schéma avec écrouissage en déformation (terme σ_{gH} de (15)) a été employé pour étudier la réponse à un échelon de pression interne d'une cuve mince axisymétrique encastrée le long d'une section droite de sa partie cylindrique. La figure 8 indique, en fonction du temps, l'évolution du déplacement normal du coin de la cuve (de forme cylindro-sphéro-toroïdale) et la variation de la contrainte au sommet de la partie sphérique.

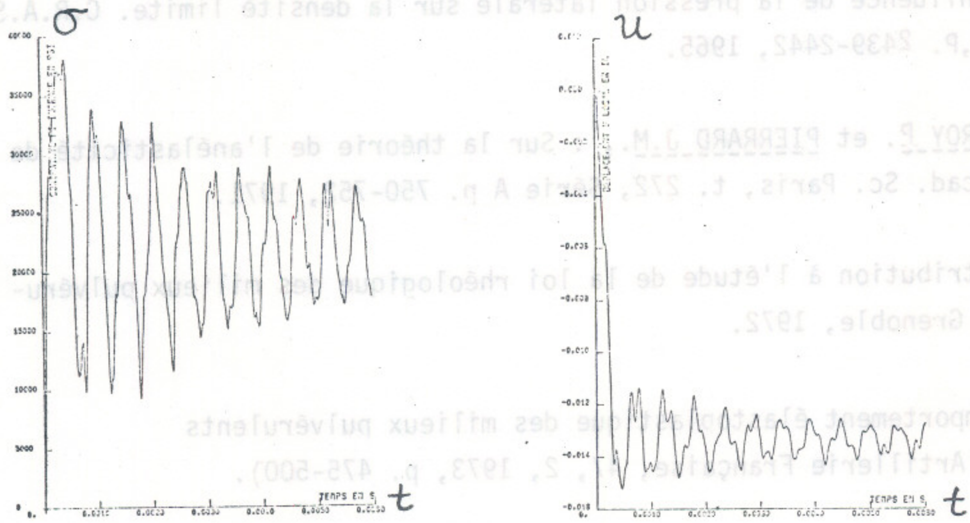


Figure 8. Déplacement normal du coin de la cuve et contrainte méridienne au sommet de la cuve. Cas: $\sigma = \sigma_2 + \sigma_{gH}$.

6. REMARQUES EN GUISE DE CONCLUSION

L'exposé signale que la direction de recherche adoptée est compatible avec la distinction fondamentale de Gibbs, (§2.9 , [34] chap III, [35] Tome I chap III). D'un autre côté, il est possible, on s'en doute bien, d'établir des connexions entre la présente proposition héréditaire et d'autres indications ou schémas suggérés périodiquement (cf. [36] à [44]). Privés de l'appui d'une thermodynamique associée, ces indications sont demeurées sans capacités unificatrices notables et ces schémas sont restés sans vigueur particulière face aux développements de théories classiques du solide anélastique dont la situation épistémologique relève encore largement de l'analyse de Rivlin [45] .

REFERENCES

1 WACK B. : Détermination expérimentale de la densité d'un sable à l'état de plasticité. Existence d'une densité limite. C.R.A.S. Paris, t. 260, p. 4436-4439, 1965

2 WACK B. : Détermination expérimentale de la densité d'un sable à l'état de plasticité. Influence de la pression latérale sur la densité limite. C.R.A.S. Paris, t. 261,P. 2439-2442, 1965.

3 GUELIN P. LE ROY P. et PIERRARD J.M., : Sur la théorie de l'anélasticité de Eckart. C.R.Acad. Sc. Paris, t. 272, Série A p. 750-752, 1971.

4 STUTZ P.; Contribution à l'étude de la loi rhéologique des milieux pulvérulents, thèse, Grenoble, 1972.

5 STUTZ P. : Comportement élastoplastique des milieux pulvérulents (Mémorial de l'Artillerie Française, 47, 2, 1973, p. 475-500).

6 GUELIN P., STUTZ P. : Comportement élastoplastique de milieux cohérents. Symposium Franco-Polonais, Nice 1974, Edition P.W.N., Varsovie, 1977, p. 179-186.

7 GUELIN P., LE ROY P., PIERRARD J.M. : Sur la viscoélasticité des argiles Proc. First Baltic Conf. on Soil Mechanics, Gdańsk , 1975, p. 221-232.

8 BOISSERIE J.M. , LEBOURG P. , BARRAU P. , LI DA M. : "Etude impulsionnelle de l'enceinte primaire d'un réacteur surgénérateur". Trans. 3rd SMIRT. E 3/2 1975.

9 GUELIN P., TERRIEZ J.M., WACK B. : Identification of an elastoplastic constitutive relation (Mech., Res., Comm., Vol. 3, 1976, p. 325-330).

10 GUELIN P. et STUTZ P. : Une nouvelle classe de lois de comportement décrivant les grandes déformations viscoélastoplastiques .
(Arch. Mech. Stos. Vol. 29, n° 1, 1977, p. 13-24).

11 BOISSERIE J.M., GUELIN P., STUTZ P., TERRIEZ J.M. : "Réponses impulsionnelles de contrainte et de déformations finies viscoélastiques unidimensionnelles". Mech. Res. Com., Vol. 4 (5), 1977, p. 291-296.

12 BOISSERIE J.M., GUELIN P. : "Remarks on the tensorial formulation of constitutive laws describing mechanical hysteresis", Proceeding 4th Intl. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, San Francisco, August 1977, Paper L 1/9, pp.1-15.

13 BOISSERIE J.M., GUELIN P., LE BOURG P., TERRIEZ J.M. :
"Réponses impulsionnelles de structures élastoplastiques".
Symposium franco-polonais, Cracovie 1977, Editions P.W.N., Varsovie 1980, p. 97-123.

14 GUELIN P.,TERRIEZ J.M. : "Comportement non linéaire : problèmes à une et deux dimensions". Mech. Res. Com., Vol 5 (6), 1978, p 347-352.

15 BOISSERIE J.M., GUELIN P., : "Order, heat, intrinsic dissipation and inelastic analysis", Proceeding, 5th Intl. Conf. on Structural Mechanics inReactor Technology, Berlin, Germany, August 1979, Paper L 1/6, pp. 1-10.

16 GUELIN P., NOWACKI W.K., TERRIEZ J.M. : "Propagation de grandes déformations élastiques et viscoplastiques à symétries sphériques, Bull. Acad. Polon. Sci., Série Sci. Techn. 12, 27 1979.

17 GUELIN P., NOWACKI W.K., TERRIEZ J.M. : "Sur l'analyse des réponses impulsionnelles en grandes déformations sphériques".
Arch. Mech. Stos., Vol 32, 2, p. 251-260 , 1980.

18 GUELIN P., NOWACKI W.K., TERRIEZ J.M. : "Remarques sur les réponses dynamiques des structures". Mech. Res. Com., Vol 7/5, p. 295-303, 1980.

19 GUELIN P. : "Remarques sur l'hystérésis mécanique. I. Les bases d'un schéma thermomécanique à structure héréditaire (Journal de Mécanique, Vol. 19, n°2, 1979, p. 217-247).

20 GUELIN P..: "Remarques sur l'hystérésis mécanique : 2. Ecrouissage, stabilité", inédit, disponible en communication personnelle.

21 GUELIN P. : "Sur une extension, héréditaire à mémoire discrète, de l'équation de Gibbs : réalité et virtualité", inédit, disponible en communication personnelle.

22 GUELIN P. : "Sur une extension, héréditaire à mémoire discrète, de l'équation de Gibbs : effet superélastique et effet de mémoire de forme", inédit, disponible en communication personnelle.

23 GUELIN P. : "Sur une extension, héréditaire à mémoire discrète, de l'équation de Gibbs : cinématiques triaxiales irrotationnelles", inédit, disponible en communication personnelle.

24 GUELIN P. : "Sur une extension, héréditaire à mémoire discrète, de l'équation de Gibbs : cinématiques triaxiales rotationnelles", inédit, disponible en communication personnelle.

25 TERRIEZ J.M. : "Sur un schéma à mémoire discrète du comportement des continus irréversibles, Thèse, Grenoble, 1980.

26 TERRIEZ J.M. : "Application d'une loi de comportement héréditaire des continus irréversibles, à l'étude dynamique des structures, Arch. Mech. Stos, à paraître.

27 WACK B. : "Second and third order effects in the torsion of tube sand rods", à paraître, J. de Mécanique , Vol. 20, n°4, 1981.

28 WACK B., TERRIEZ J.M., GUELIN P. : "Cinématiques de torsion et effet du second ordre dans une description à structure héréditaire du continu anélastique", à paraître, J. de Mécanique (1982).

29 ELLEUCH M.N. : "Identification à l'aide d'essais de torsion alternée, d'une loi de comportement à structure héréditaire". Thèse de Troisième cycle, Grenoble 1981.

30 FAVIER D. : "Contribution à l'étude et à l'identification d'une loi de comportement à structure héréditaire : le cas de l'acier à palier. "Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble, 1981.

31 WACK B., TERRIEZ J.M. : "Some ratchet phenoma described by a hereditary type constitutive equation", Proceeding 6th Int. Conf. on Structure Mechanics in Reactor Technology, Paris, France, August 1981, L 10/7 pp. 1-9.

32 BOISSERIE J.M., GUELIN P. : "A discrete memory type description of some ratchet and shape-memory effects", Proceeding 6th Int. Conf. on Structure Mechanics in Reactor Technology, Paris, France, August 1981, L 3/5, pp. 1-9.

33 BOISSERIE J.M., GUELIN P. : "Experimental results, hamiltonian mechanics and hereditary constitutive laws, preprints of 3rd Int. Seminar on Inelastic analysis, Paris, 1981, Editeurs G. Baylac, EDF-SEPTEN, Paris. La Défense.

34 GIBBS J.W. : "On the equilibrium of heterogeneous substances" Trans. Of the Connecticut Academy, III,pp 108-248, oct 1875, May 1876. et Collected Works 1948, Yale University, Press Vol I chap III.

35 FER F. : "Thermodynamique Macroscopique", Vol 4 et 5 de la collection "Cours et Documents de Chimie", Gordon et Breach.

36 VOTERRA V : Sulle equazioni integro-differenziali della teoria dell'elasticità, R.C. Lincei, vol. 5, N° 18, 1909, p. 295-301 .

37 VOGEL T. : Théorie des systèmes évolutifs, Gauthier-Villars, Paris, 1965.

38 BOUC R. : Modèle mathématique d'hystérésis : application aux systèmes à un degré de liberté, Thèse, Aix-Marseille, 1969 .

39 RABOTNOV Y.N. et SUVORONA J.V. : The Non-Linear Hereditary-Type Stress-Strain Relation for Metals, Int. J. Solids structure, vol. 14, 1978, p. 173-185 .

40 DE CARBON C. : Déformation des solides, C.R. Acad. Sc., Paris, t. 215, 1942, p. 241-244 .

41 PERSOZ B. : "Modèles non linéaires", La Rhéologie, chap III, Masson, 1969.

42 BRIDGMAN P.W. : The Thermodynamics of Plastic Deformation and Generalysed Entropy, Rev. Modern Physics, vol. 22, n° 1, 1950, p. 56-63 .

43 GREEN A.E. : Hypoelasticity and Plasticity, Proc. Roy. Soc., vol. A 234, 1956, p. 46-59 .

44 PRIGOGINE I. : Non-Equilibrium Stability Theory, Physica, vol. 46, 1970, p. 344-366 .

45 RIVLIN R.S. : "Red-herring and sundry unidentified fish in non-linear continuum mechanics", Inelastic behaviour of solids, Mc Graw-Hill, New-York, 1970.

COMPORTEMENT AU CISAILLEMENT
DE L'ARGILE SURCONSOLIDEE ET DRAINEE.

J. MONNET.

Laboratoire de Géotechnique de l'I.N.S.A. de LYON.

De nombreuses constructions sont entreprises sur des sites argileux surconsolidés, aussi plusieurs chercheurs ont proposés des lois rhéologiques pour ce type de sol afin de mieux cerner le comportement des ouvrages. La première loi a apparaître a été celle de DUNCAN et al.(1970). Dans cette formulation on assimule le sol à un solide pseudo-élastique dont le module de YOUNG est une fonction hyperbolique de la contrainte. Puis il est apparu le modèle de WONG et al.(1975), celui de PREVOST et al.(1977), PENDER (1978) ou SIMPSON et al.(1979). Toutes ces lois ont une formulation différente et utilisent de 6 à 11 paramètres constants.

Nous présentons ici une loi à 5 paramètres. Nous sommes partis des travaux de FRYDMAN et al.(1973) qui ont exprimé la valeur de l'énergie de déformation au cours du cisaillement du milieu pulvérulent. MONNET (1977) et MONNET, GIELLY (1979) ont développé cette formulation et l'utilisent dans un programme de calcul par éléments finis.

Cette loi est caractérisée par un comportement élastique, puis une phase d'écrouïssage durcissant donnant une augmentation de volume du sol, enfin un palier de plasticité parfaite correspondant à la rupture. On constate que les résultats donnés par ordinateur correspondent bien à l'expérience pour l'essai triaxial.

Nous présentons ici une extention de cette loi au cas de l'argile surconsolidée et drainée en symétrie de révolution. Nous utiliserons les essais de BISHOP et al.(1965) réalisés sur l'argile de LONDRES, ceux de CHANDLER (1967), PARRY (1972) et BALASUBRAMANIAM et al.(1977) dans le but de vérifier les hypothèses retenues et de comparer les résultats du calcul à l'expérience triaxiale.

La convention de signe adoptée est celle de la résistance des matériaux : la contrainte est négative en compression.

Nous allons étudier successivement les trois phases successives du comportement de l'argile.

A : COMPORTEMENT ELASTIQUE

Quand on cisaille le sol argileux sur une presse triaxiale de révolution, il commence par diminuer de volume. Cette phase de comportement peut-être représentée par la théorie de l'élasticité. Il est alors nécessaire de connaître le module de YOUNG et le coéfficient de Poisson du sol.

B : COMPORTEMENT EN ECROUISSAGE

Pendant cette phase, le sol continue à résister au cisaillement, mais il augmente de volume. Le seuil d'écrouissage, qui marque le début de ce comportement, correspond au minimum de volume expérimental et au maximum de pression interstitielle pour un essai non drainé. On note :

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \; ; \; \tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

1)-Définition du seuil d'écrouïssage.

Pour les sols pulvérulents, nous avons la relation due à FRYDMAN et al.(1973) :

$$\frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct}} = - \text{tg}\ \phi_\mu$$

Un sol cohérent peut-être traité comme un sol pulvérulent mais soumis à une contrainte moyenne plus forte de $\frac{C}{\text{tg}\ \phi}$ (théorème des états correspondants). Pour les sols cohérents, nous devrions avoir :

$$\frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct} - \frac{C}{\text{tg}\ \phi}} = - \text{tg}\ \phi_\mu \qquad (1)$$

D'où : $- \frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct}} = \text{tg}\ \phi_\mu \left(1 - \frac{C}{\text{tg}\ \phi \cdot \sigma_{oct}}\right)$

ou encore :

$$\lg\left(- \frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct}}\right) = \lg\left(\text{tg}\ \phi_\mu\right) + \lg\left(1 - \frac{C}{\text{tg}\ \phi \cdot \sigma_{oct}}\right)$$

Le logarithme du frottement dans le plan octraédrique est théoriquement une fonction linéaire de la variable $1 - \frac{C}{\text{tg}\ \phi \cdot \sigma_{oct}}$

Nous utilisons des séries d'essais empruntés à la littérature. Nous choisissons quatre essais de BISHOP a des contraintes relativement faibles qui correspondent à un état surconsolidé des échantillons. Le domaine des contraintes radiales est inférieur à 2000 KPa pour une pression de surconsolidation de 4000 KPa. Ils sont portés sur la figure 1.

Les trois essais de PARRY sur l'argile d'Oxford sont portés sur la figure 2.

La figure 3 correspond aux essais de CHANDLER (1967) sur de l'argile limoneuse drainée. Enfin la figure 4 correspond aux essais de BALASUBRAMANIAM et al.(1977) sur l'argile de BANGKOK non drainée en compression.

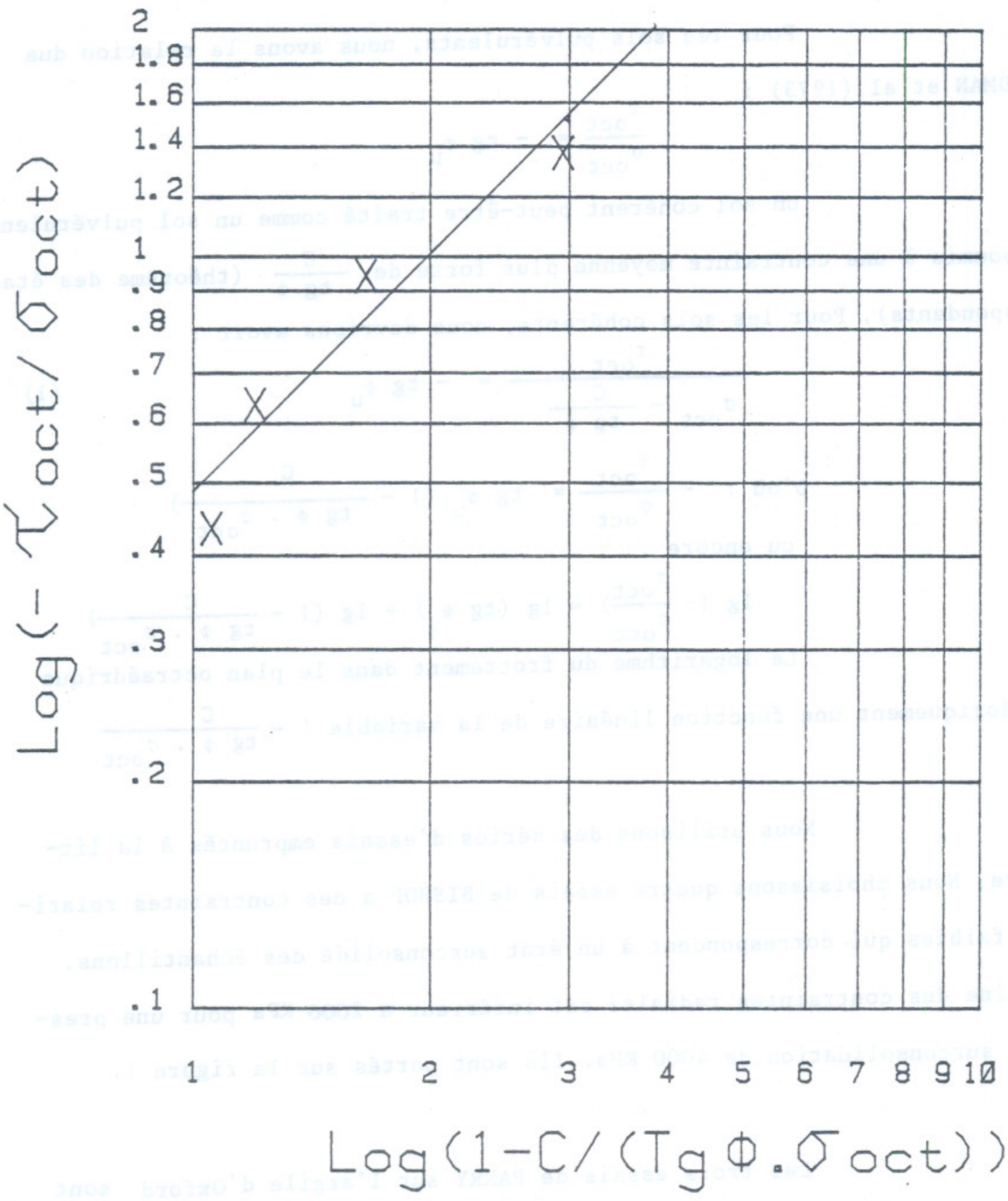


Figure 1 - Etude du seuil d'écrouissage
pour les essais BISHOP.

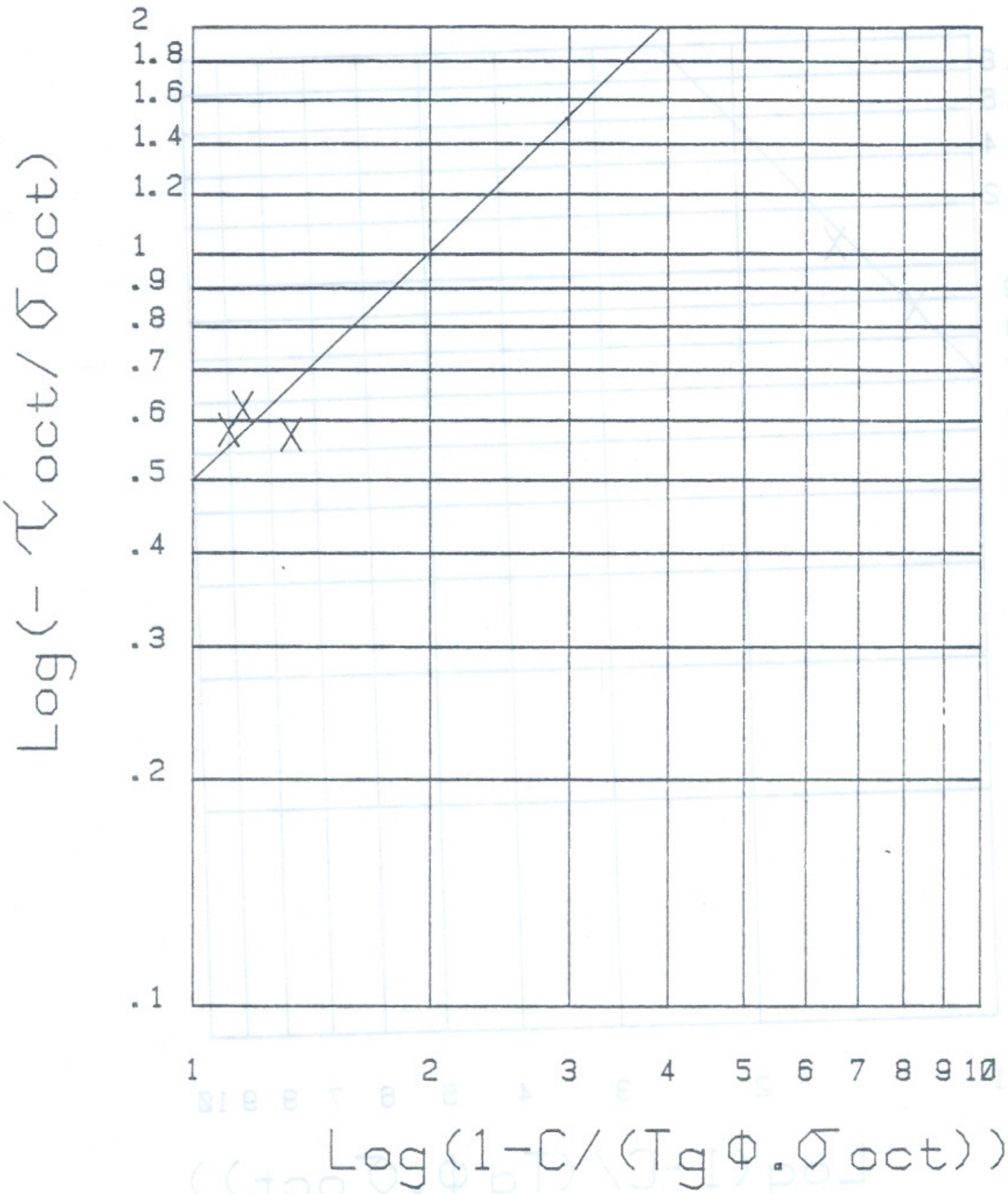


Figure 2 - Etude du seuil d'écrouissage pour les essais de PARRY.

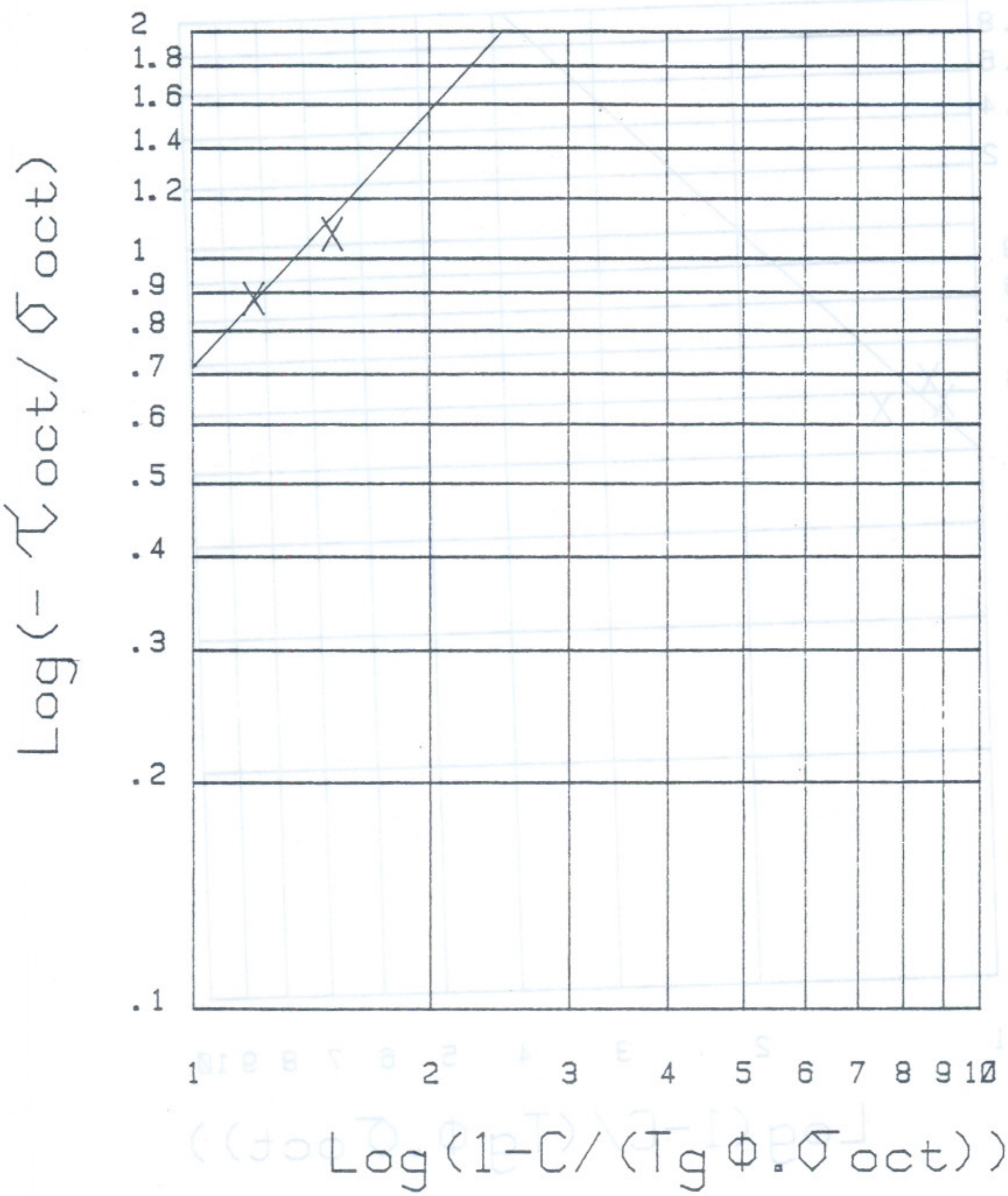


Figure 3 - Etude du seuil d'écrouissage
pour les essais de CHANDLER.

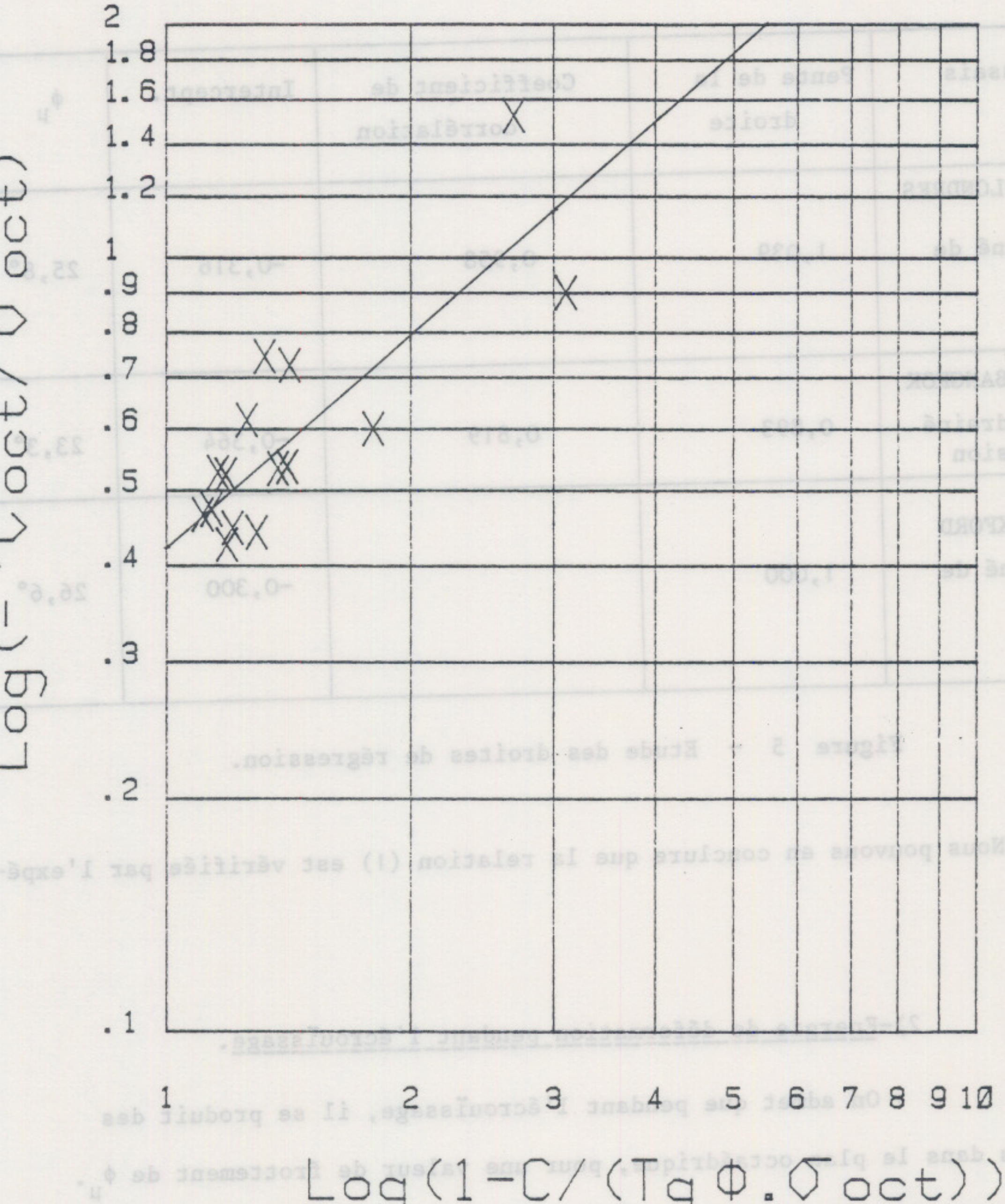


Figure 4 - Etude du seuil d'écrouissage
pour les essais de BALASUBRAMANIAM.

Des droites de régressions ont pu être calculée à deux reprises. Nous observons (sur la figure 5) que la pente obtenue est proche de la pente théorique 1. Les coefficients corrélation sont toujours supérieurs à 0,8.

Série d'essais	Pente de la droite	Coefficient de corrélation	Intercept.	ϕ_μ
Argile de LONDRES Essai drainé de BISHOP	1,039	0,958	-0,316	25,8°
Argile de BANGKOK essai non drainé en compression	0,893	0,819	-0,364	23,3°
Argile d'OXFORD essai drainé de PARRY.	1,000		-0,300	26,6°

Figure 5 - Etude des droites de régression.

Nous pouvons en conclure que la relation (1) est vérifiée par l'expérience.

2)-Energie de déformation pendant l'écrouïssage.

On admet que pendant l'écrouïssage, il se produit des déplacements dans le plan octaédrique, pour une valeur de frottement de ϕ_μ. Ces déplacements ne sont possibles que lorsque le seuil d'écrouïssage est dépassé et que l'adhérence due à la cohésion a été supprimée. La conservation de l'énergie de cisaillement impose alors la relation

$$\frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct}} = - \operatorname{tg} \phi_\mu - \frac{d\varepsilon^p_{oct}}{d\varepsilon'^p_{oct}} \qquad (2)$$

qui a été démontrée par FRYDMAN et al.(1973) dans le cas du sable et qui reste valable compte tenu des hypothèses faites précédemment.

Pour appliquer cette formule au calcul par éléments finis, nous utiliserons le même développement que MONNET et al.(1979). Nous en déduisons que la déformation plastique d'écrouïssage est donnée par la relation :

$$\{d\varepsilon^p\} = d\lambda \ \{V\} \quad \text{avec : } \{V\}^T = \{a, b, c\}^T$$

$$a = -\frac{(\sqrt{2}/\sqrt{3}) \ . \ \cos\gamma}{(\tau_{oct}/\sigma_{oct}) + \mathrm{tg}\ \phi_\mu} + 1/\sqrt{3}$$

$$b = -\frac{(-1/\sqrt{6}) \ . \ \cos\gamma + (1/\sqrt{2}) \ . \ \sin\gamma}{(\tau_{oct}/\sigma_{oct}) + \mathrm{tg}\ \phi_\mu} + 1/\sqrt{3}$$

$$c = -\frac{(-1/\sqrt{6}) \ . \ \cos\gamma - (1/\sqrt{2}) \ . \ \sin\gamma}{(\tau_{oct}/\sigma_{oct}) + \mathrm{tg}\ \phi_\mu} + 1/\sqrt{3}$$

et $$\mathrm{tg}\ \gamma = \frac{\sqrt{3}\ (\sigma_2 - \sigma_3)}{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}$$

La fonction de charge de l'écrouïssage est alors :

$$f(\sigma, K) = \tau_{oct} + \sigma_{oct}\ (\mathrm{tg}\ \phi_\mu + K)$$

avec $$K = \frac{d\varepsilon^p_{oct}}{d\varepsilon'^p_{oct}}$$

et $$d\varepsilon^p_{oct} = \frac{1}{3}\ (d\varepsilon^p_1 + d\varepsilon^p_2 + d\varepsilon^p_3)$$

$$d\varepsilon'^p_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(d\varepsilon^p_1 - d\varepsilon^p_2)^2 + (d\varepsilon^p_2 - d\varepsilon^p_3)^2 + (d\varepsilon^p_3 - d\varepsilon^p_1)^2}$$

On applique alors la méthode des contraintes initiales pour calculer la plasticité dans le programme d'éléments finis. On effectue le rééquilibrage en calculant les variations de contraintes $\{\delta\sigma\}$ telles que :

$$\{\delta\sigma\}^T = -\ d\lambda\ \{V\}[E]$$

avec $$d\lambda = \frac{f(\sigma, K)}{\{V\}^T\ [E]\ \{\frac{\partial f}{\partial \sigma}\} - \{V\}^T\ \{\frac{\partial K}{\partial(\delta\varepsilon^p)}\}\ .\ \frac{\partial f}{\partial K}}$$

[E] est la matrice de la loi de HOOKE généralisée.

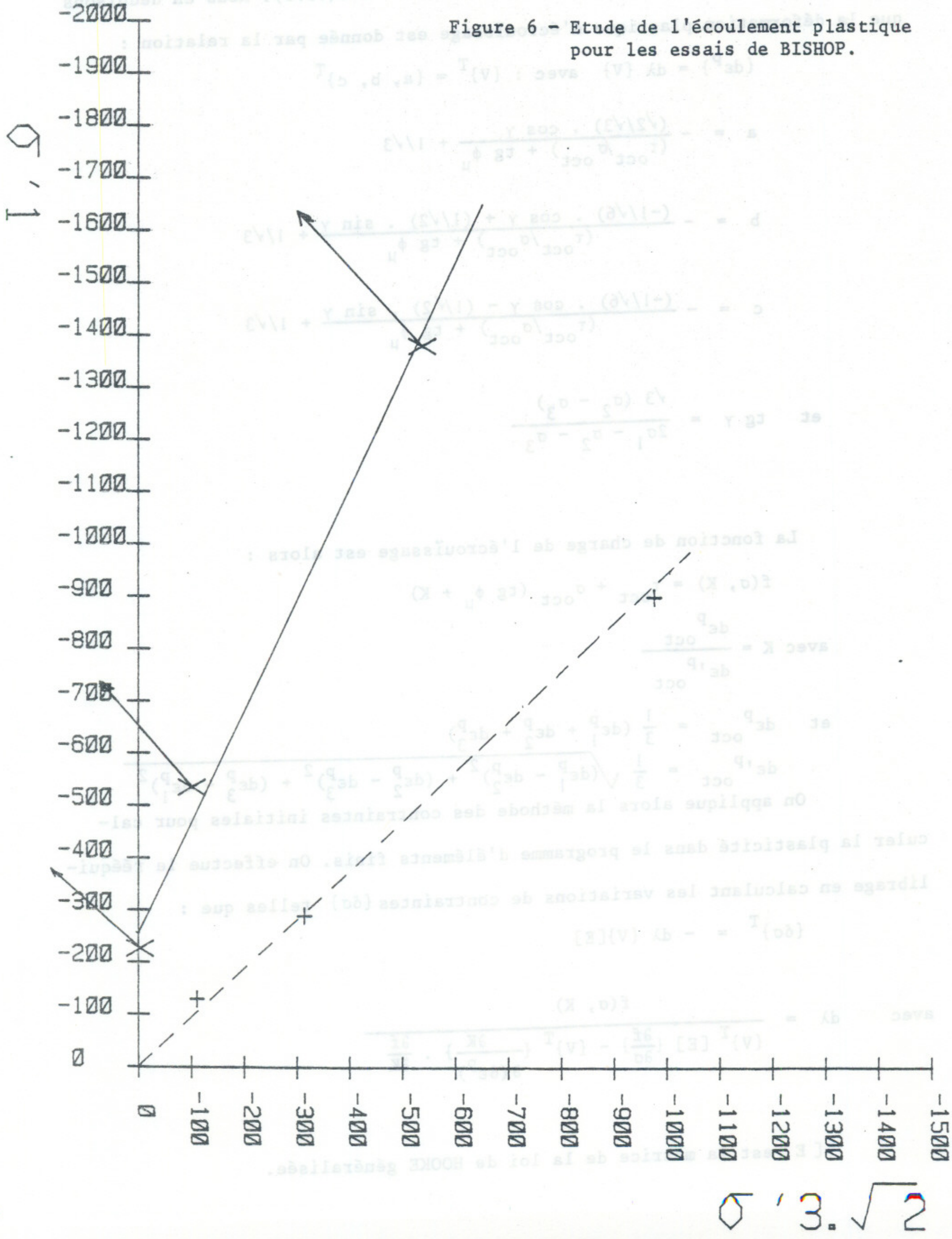


Figure 6 - Etude de l'écoulement plastique pour les essais de BISHOP.

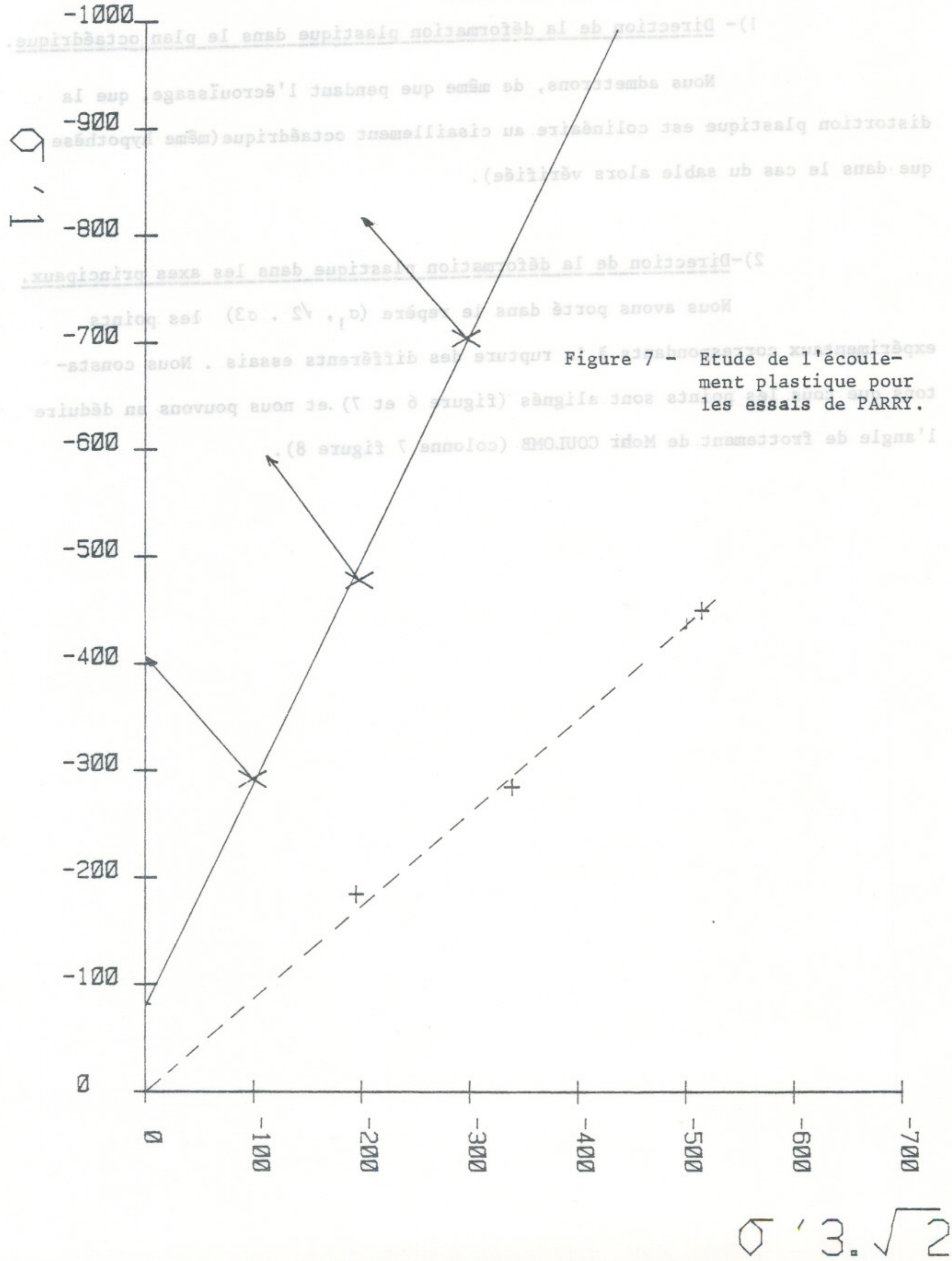


Figure 7 - Etude de l'écoulement plastique pour les essais de PARRY.

C : COMPORTEMENT A L'ETAT ULTIME

1)- Direction de la déformation plastique dans le plan octaédrique.

Nous admettrons, de même que pendant l'écrouïssage, que la distortion plastique est colinéaire au cisaillement octaédrique(même hypothèse que dans le cas du sable alors vérifiée).

2)-Direction de la déformation plastique dans les axes principaux.

Nous avons porté dans le repère (σ_1, $\sqrt{2}$. $\sigma 3$) les points expérimentaux correspondants à la rupture des différents essais . Nous constatons que tous les points sont alignés (figure 6 et 7) .et nous pouvons en déduire l'angle de frottement de Mohr COULOMB (colonne 7 figure 8).

Nous avons également déssiné pour chacun d'eux le vecteur déformation platique correspondant à la rupture. Nous constatons sur les figures 6 et 7, que les vecteurs incrément de déformation platique ne sont pas perpendiculaires à la ligne continue correspondant à la rupture. Le matériau est "non-standard". Partant de l'origine, on abaisse la perpendiculaire aux vecteurs incrément de déformation plastique. Nous obtenons une seconde série de points dont les coordonnées sont portés en colonne 8 et 9 de la figure 8. Ces nouveaux points sont alignés suivant la droite tireté , tracée sur les figure 6 et 7. Cette droite peut-être considérée comme le passage d'une surface de charge de Mohn COULOMB dont l'angle ϕ'' (colonne 10 de la figure 8) est inférieur à la valeur de ϕ du frottement du sol à la rupture.

Dans la programmation, nous considérons qu' à l'état ultime, lorsque le critère de Mohr COULOMB :

$$g(\sigma) = \sigma_{max} - \sigma_{min} + \sin \phi (\sigma_{max} + \sigma_{min}) - 2.C. \cos \phi$$

devient positif ou nul, il se produit un écoulement plastique "non-standard" défini par

$$\{d\varepsilon^P\} = \begin{Bmatrix} d\varepsilon^P_{max} \\ d\varepsilon^P_{min} \\ d\varepsilon^P_{moy} \end{Bmatrix} = d\lambda \begin{bmatrix} \sin \phi'' + 1 \\ \sin \phi'' - 1 \\ 0 \end{bmatrix} = d\lambda\ [W]$$

$$\text{et } d\lambda = \frac{g(\sigma)}{[W]^T\ [E]\ \{\frac{\partial g}{\partial \sigma}\}}$$

Les variations de contraintes sont calculées par :

$$\{d\sigma\}^T = - \{d\varepsilon^P\}^T [E]$$

où [E] est la matrice de la loi de HOOKE généralisée. Nous appliquons alors la méthode des contraintes initiales.

ESSAI 1	σ'_1 KPa 2	σ'_3 KPa 3	$d\varepsilon^p_1$ % 4	$d\varepsilon^p_3$ % 5	C KPa 6	ϕ degré 7	σ''_1 KPa 8	σ''_3 KPa 9	ϕ'' degré 10	$\phi-\phi''$ degré 11	ϕ_μ degré 12
63 BISHOP	- 225,6	- 2	- 0,3	0,235			- 130	- 78			
76 BISHOP	- 534,7	- 71	- 0,4	0,260	75	29,6°	- 290	- 222	7,2°	22,4°	25,8°
87 BISHOP	- 1380	- 380	- 0,5	0,330			- 900	- 690			
1 PARRY	- 292	- 70	- 0,91	0,565			- 185	- 138			
2 PARRY	- 478	- 140	- 0,91	0,530	22	29,5°	- 285	- 240	5,6°	23,9°	26,6°
3 PARRY	- 704	- 210	- 0,91	0,560			- 450	- 364			

Figure 8 - Détermination de ϕ_μ

Nous remarquons de même que MONNET et al.(1979) sur les sols pulvérulents que l'écart $\phi - \phi''$ (colonne 11 de la figure 8) correspond au frottement intergranulaire (colonne 12 de la figure 8) défini précédemment quand nous avons étudié le seuil d'écrouïssage.

Nous admettrons donc que la relation :

$$\phi - \phi'' = \phi_\mu$$

est également vérifiée pour l'argile surconsolidée et drainée.

D : APPLICATIONS AUX CALCULS D'ESSAIS TRIAXIAUX DE REVOLUTION ET COMPARAISON AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

1)-Maillage

Nous avons choisi de supprimer le frottement entre le sol et les embases hautes et basses qui correspond à une lubrification de cette partie. Les contraintes et les déformations sont alors homogènes et un maillage très simple suffit pour le calcul. Il est représenté sur la figure 9. Le rapport hauteur sur largeur est de 2. Le long du bord gauche qui représente un axe de symétrie de l'échantillon, les déplacement horizontaux sont nuls et les déplacements verticaux sont libres. Le long du bord inférieurs, qui représente un plan de symétrie, les déplacements verticaux sont nuls et les déplacements horizontaux sont libres. On charge le modèle par l'intermédiaire de la tête de compression que l'on voit à la partie supérieure du maillage.

2)-Choix des paramètres.

La loi de comportement demande la définition de 5 paramètres seulement : module de YOUNG E, coéfficient de Poisson ν, Cohésion C , angle de frottement interne ϕ , et angle de frottement intergranulaire ϕ_μ .

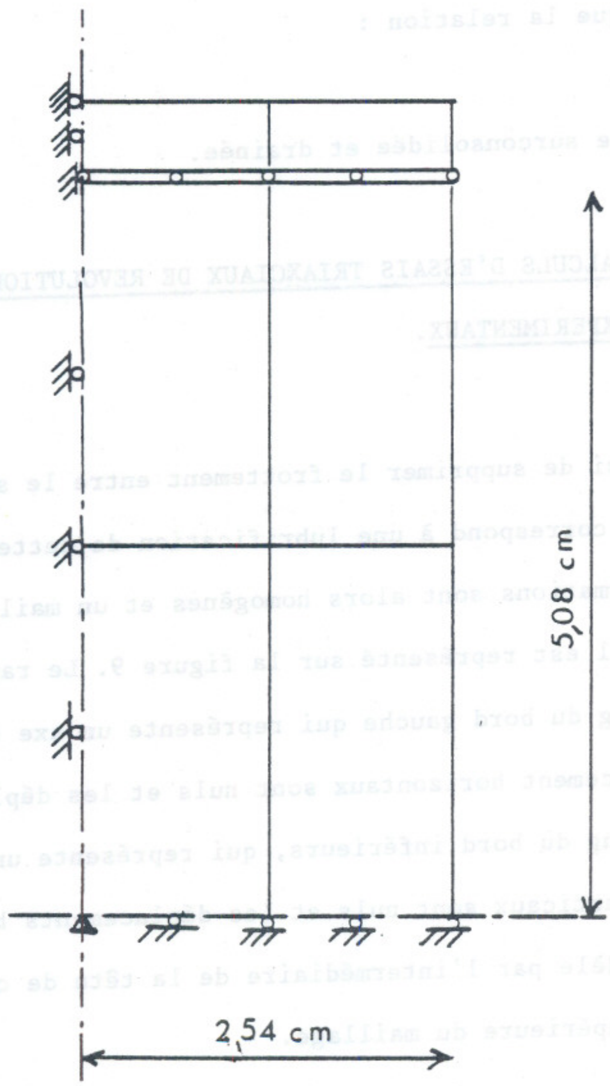


Figure 9 - Le maillage utilisé.

2.1)-Définition du module de YOUNG.

On démontre que si p est la pente initiale de la courbe déviateur ($\sigma'_1 - \sigma'_3$) en fonction de l'écrasement (ε_1) on a la relation :

$$E = p = \frac{\Delta (\sigma'_1 - \sigma'_3)}{\Delta \varepsilon_1}$$

Le module de YOUNG est donc déduit de la courbe expérimentale.

2.2)-Définition de coéfficient de POISSON.

On démontre également que si p est la pente initiale de la courbe variation de volume ($\theta = \frac{\Delta V}{V}$) en fonction de l'écrasement (ε_1) on a :

$$1 - 2\nu = p = \frac{\Delta (\frac{\Delta V}{V})}{\Delta \varepsilon_1}$$

Le coéfficient de POISSON est lui aussi déduit de la courbe expérimentale.

2.3)-Définition de la cohésion et de l'angle de frottement interne.

Les deux termes sont les paramètres classiques de la rupture selon le critère de Mohr COULOMB.

ESSAI	E KPa	ν	C KPa	ϕ degré	ϕ_μ degré
63 de BISHOP	8 000	0,01	55	38,7	25,8
76 de BISHOP	19 000	0,12	105	27,5	25,8
87 de BISHOP	32 000	0,16	105	27,5	25,8
74 de BISHOP	86 000	0,23	201	19,9	25,8
1 de PARRY	5 400	0,23	22	29,5	26,6
2 de PARRY	7 400	0,13	22	29,5	26,6
3 de PARRY	10 000	0,27	22	29,5	26,6

Figure 10 - Les paramètres utilisés.

2.4)-Définition de l'angle de frottement intergranulaire;

Sa valeur a été trouvée deux fois tout d'abord dans la figure 5 par l'intermédiaire du seuil d'écrouïssage, et ensuite dans la figure 8, par le décalage angulaire de la déformation plastique à la rupture. L'écart étant faible, nous choisissons la première détermination réalisée.

On a finalement sur la figure 10, l'ensemble des paramètres utilisés pour tous les calculs éléments finis.

3) - Calcul des essais de BISHOP sur l'argile de LONDRES.

Nous avons représentés sur les figures 11 à 14 les résultats expérimentaux et théoriques correspondants aux expériences de BISHOP. Les courbes tiretées sont les résultats expérimentaux, les courbes continues correspondent aux résultats éléments finis.

On observe, pour les courbes déviateurs $(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ en fonction de l'écrasement (ε_1) une bonne coïncidence entre expérience et calcul.

Les courbes de variation de volume (θ) en fonction de l'écrasement (ε_1) sont représentée en bas. La correspondance est bonne entre expérience et calcul éléments finis. Seul l'essai 63 diverge quelque peu, mais il correspond à une pression latérale de - 2kPa et la rupture expérimentale n'est pas alignée sur la droite de Mohr COULOMB obtenue par les autres essais.

4) - Essai de PARRY sur l'argile d'OXFORD.

Nous avons représentée sur les figures 15 à 17 la comparaison entre les résultats expérimentaux et ce que donne le calcul élément finis.

Nous observons une bonne coïncidence entre les résultats expérimentaux et théoriques aussi bien pour les courbes déviateurs en fonction de l'écrasement que pour les courbes variation de volume en fonction de l'écrasement.

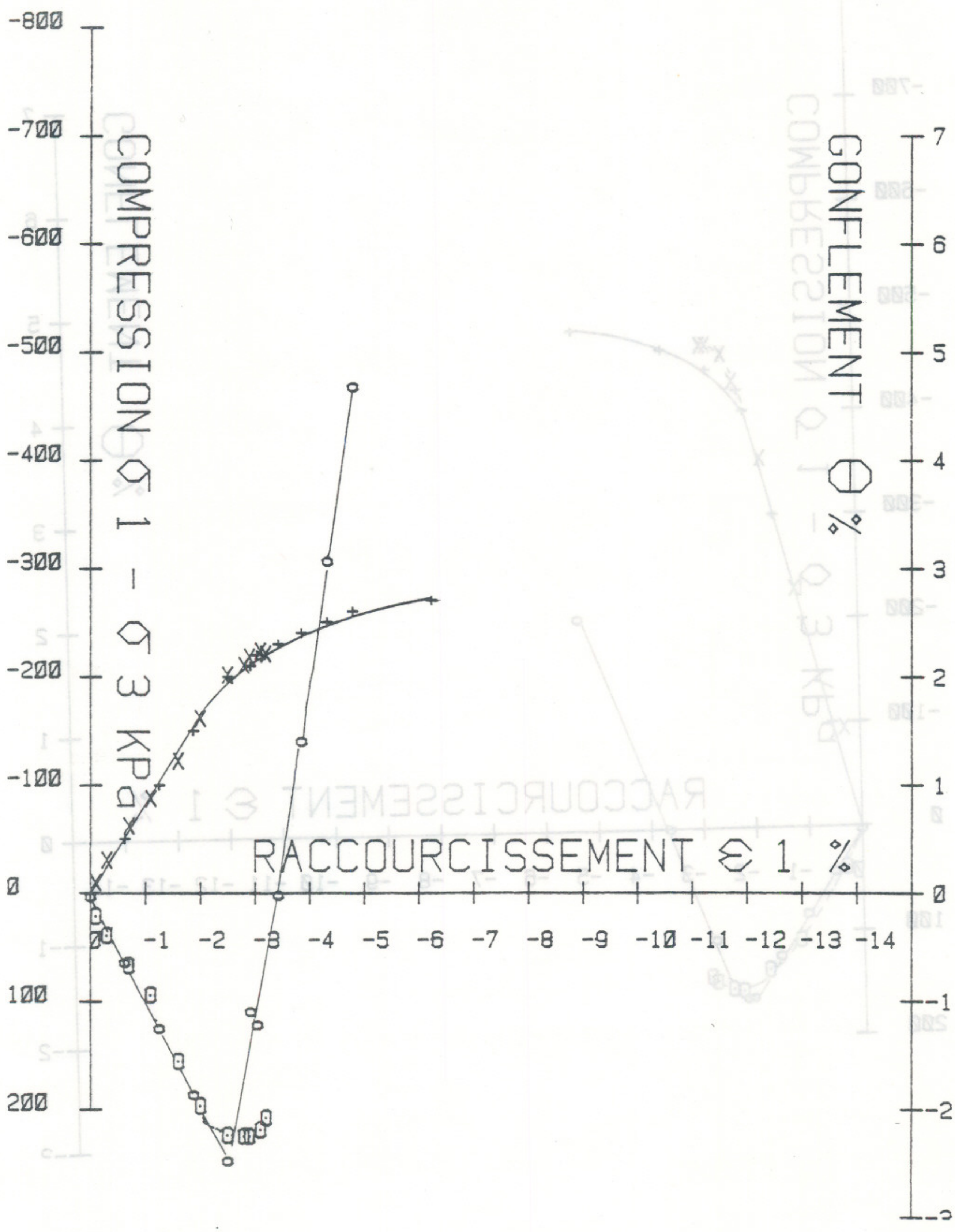


Figure 11 - Comparaison calcul et mesure pour l'essai 63 de BISHOP.

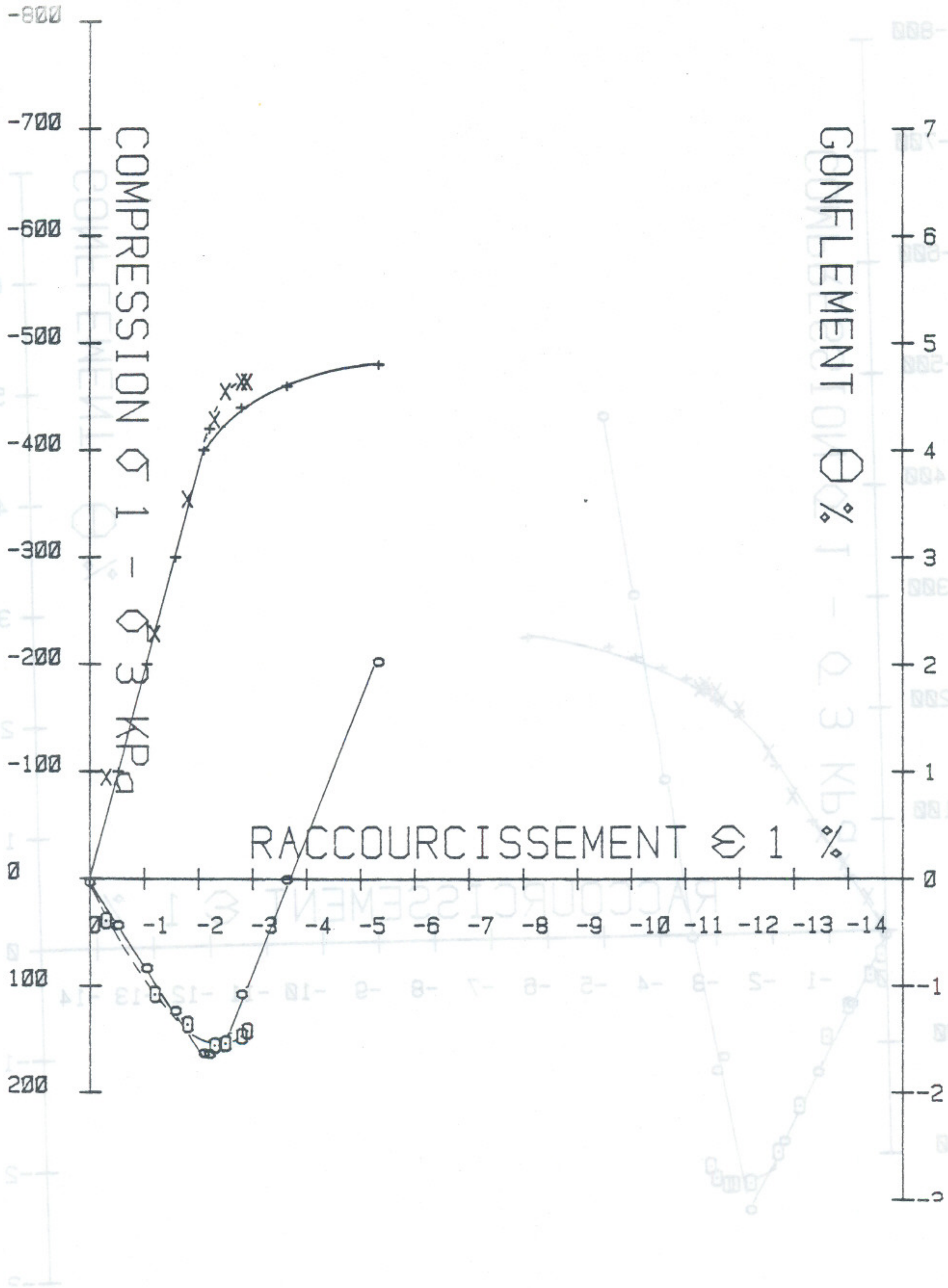


Figure 12 - Comparaison calcul et mesure pour l'essai 76 de BISHOP.

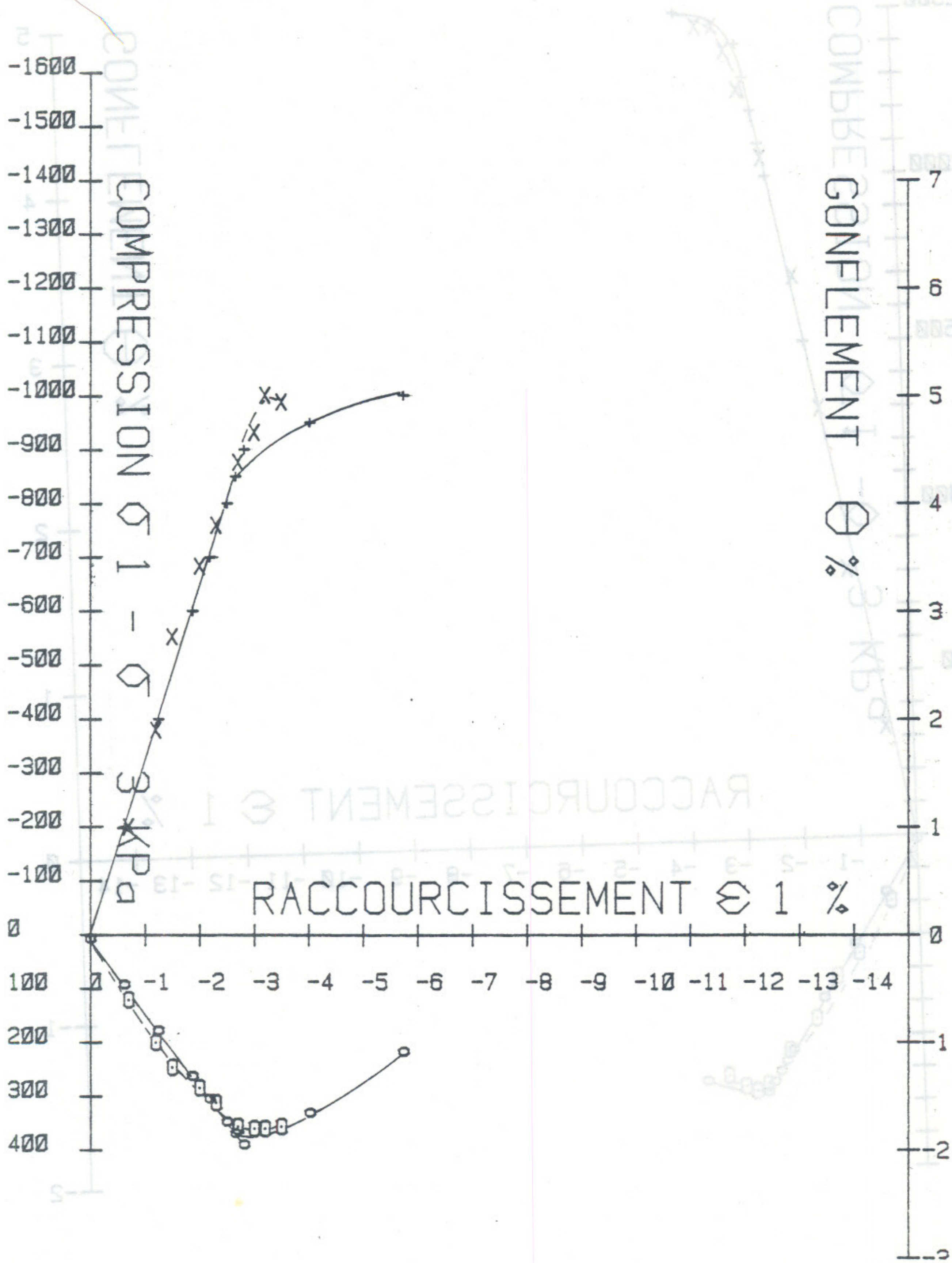


Figure 13 - Comparaison calcul et mesure pour l'essai 87 de BISHOP.

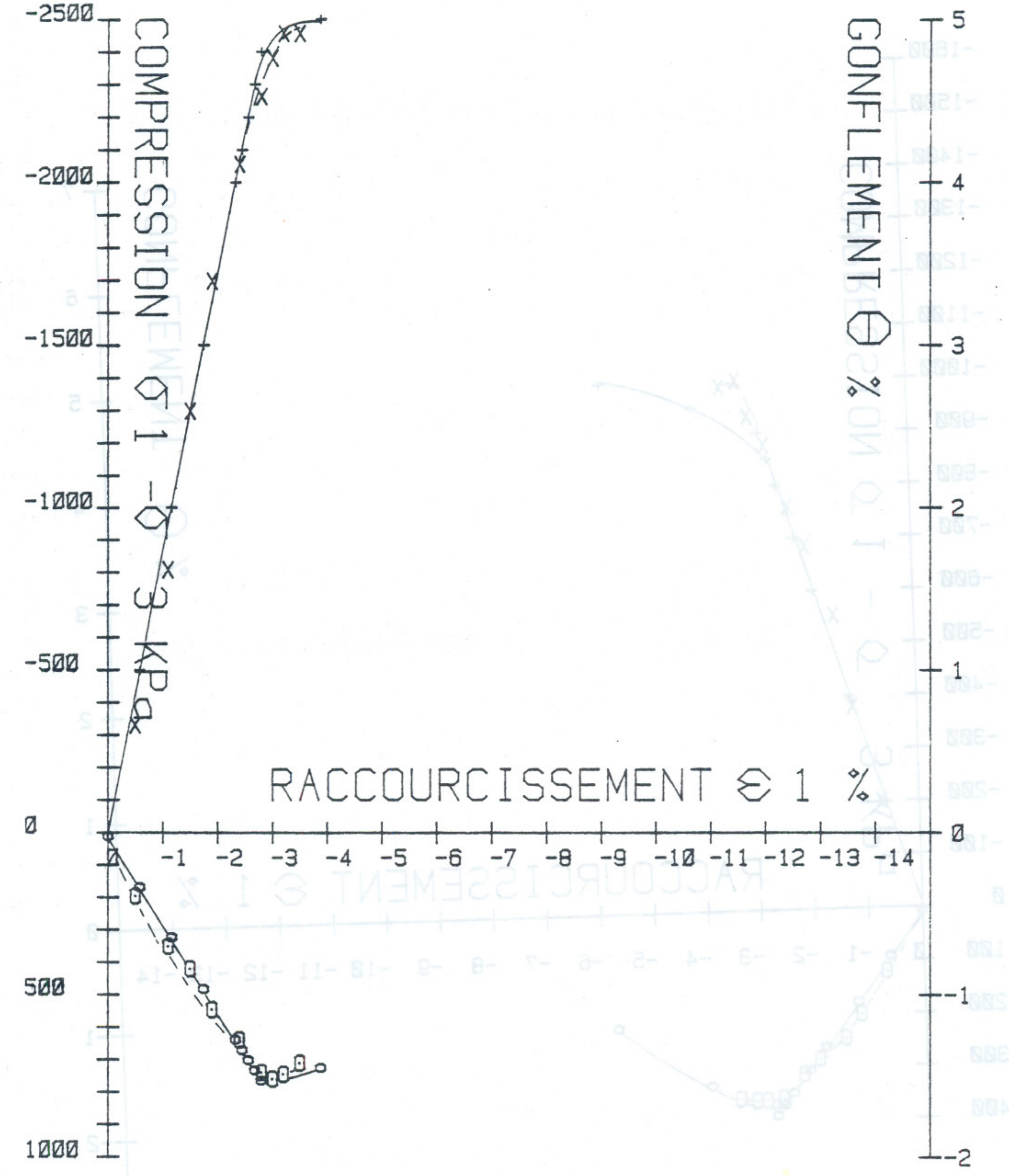


Figure 14 - Comparaison calcul et mesure pour l'essai 74 de BISHOP.

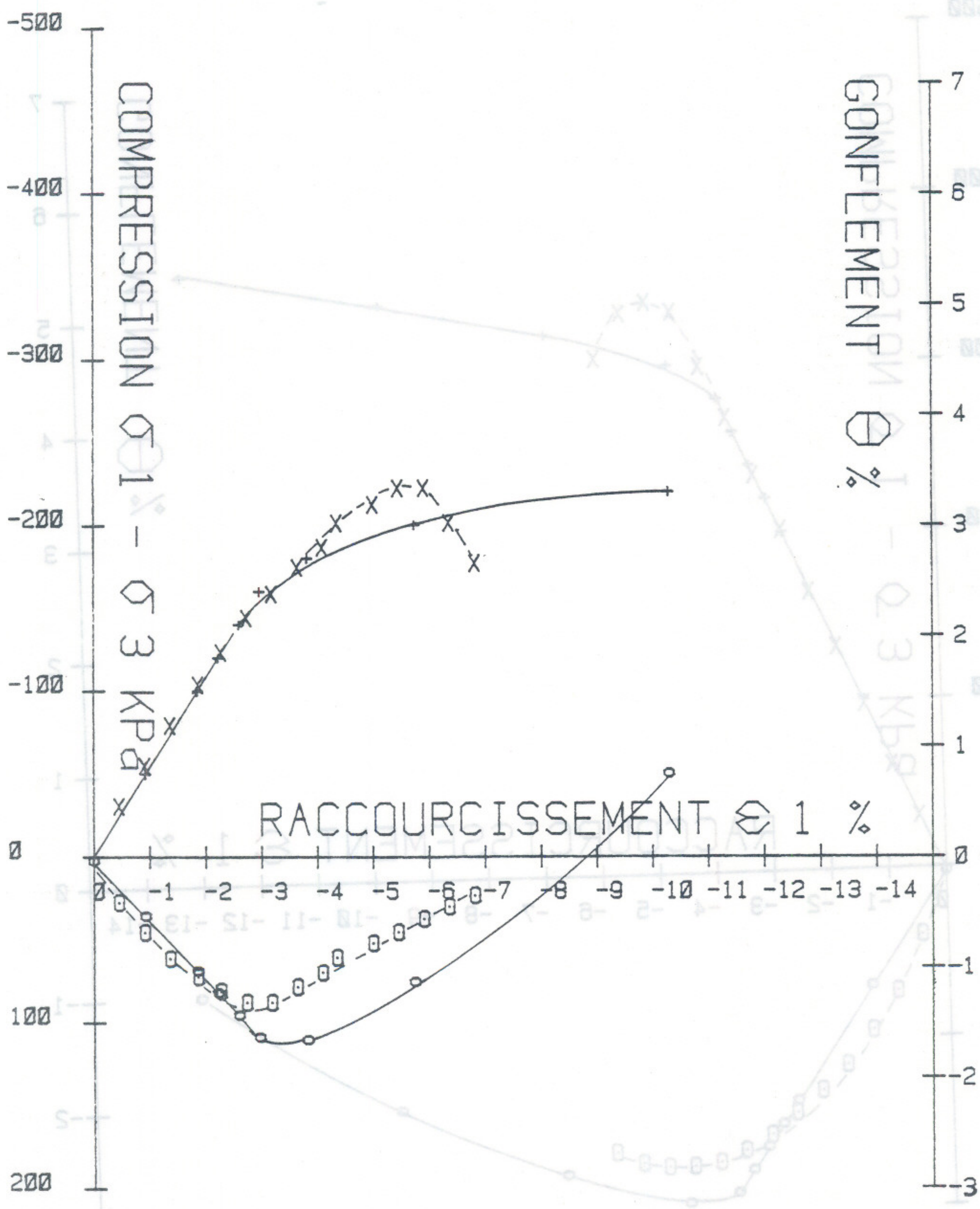


Figure 15 - Comparaison calcul et mesure pour l'essai 1 de PARRY.

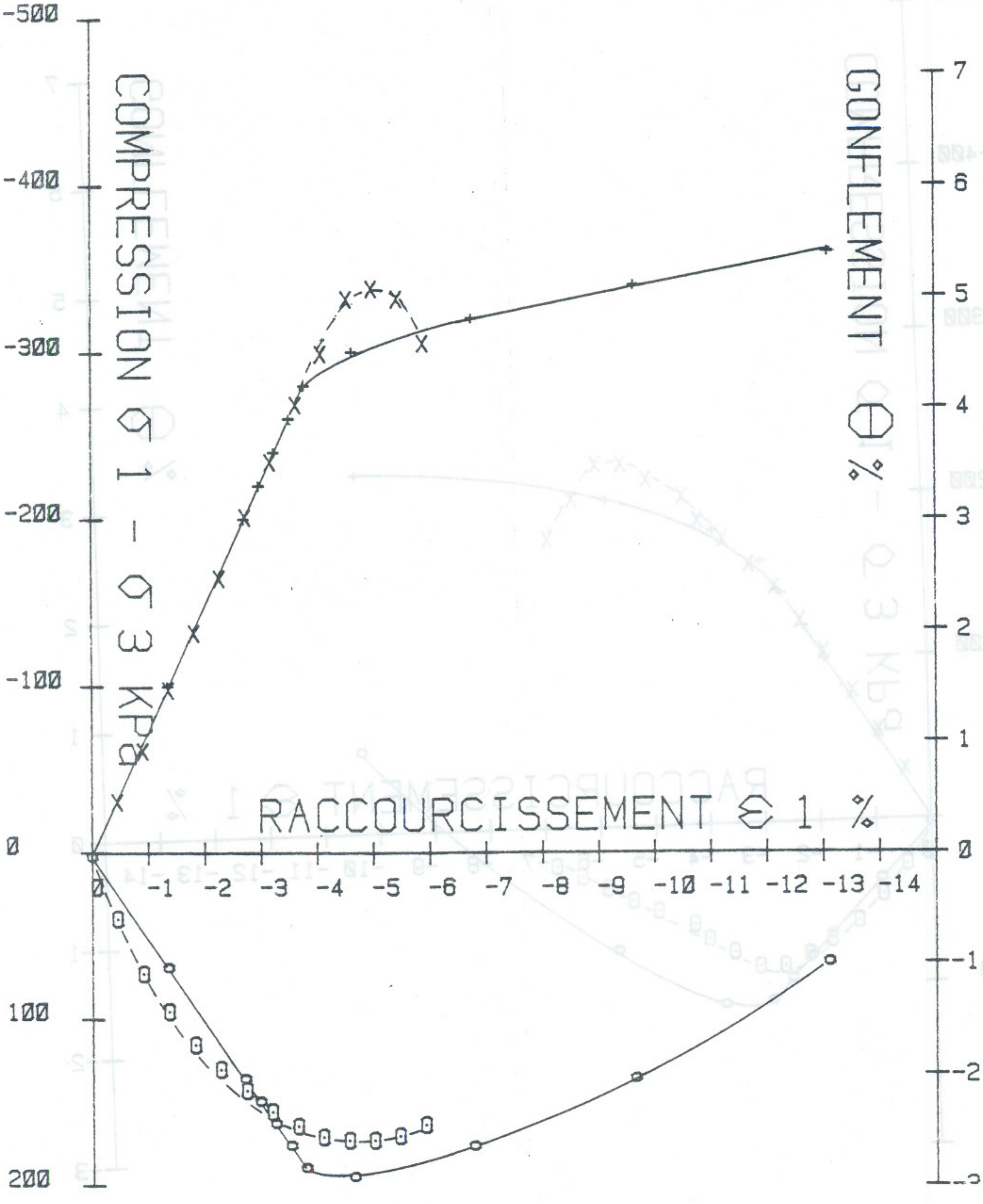


Figure 16 - Comparaison calcul et mesure pour l'essai 2 de PARRY.

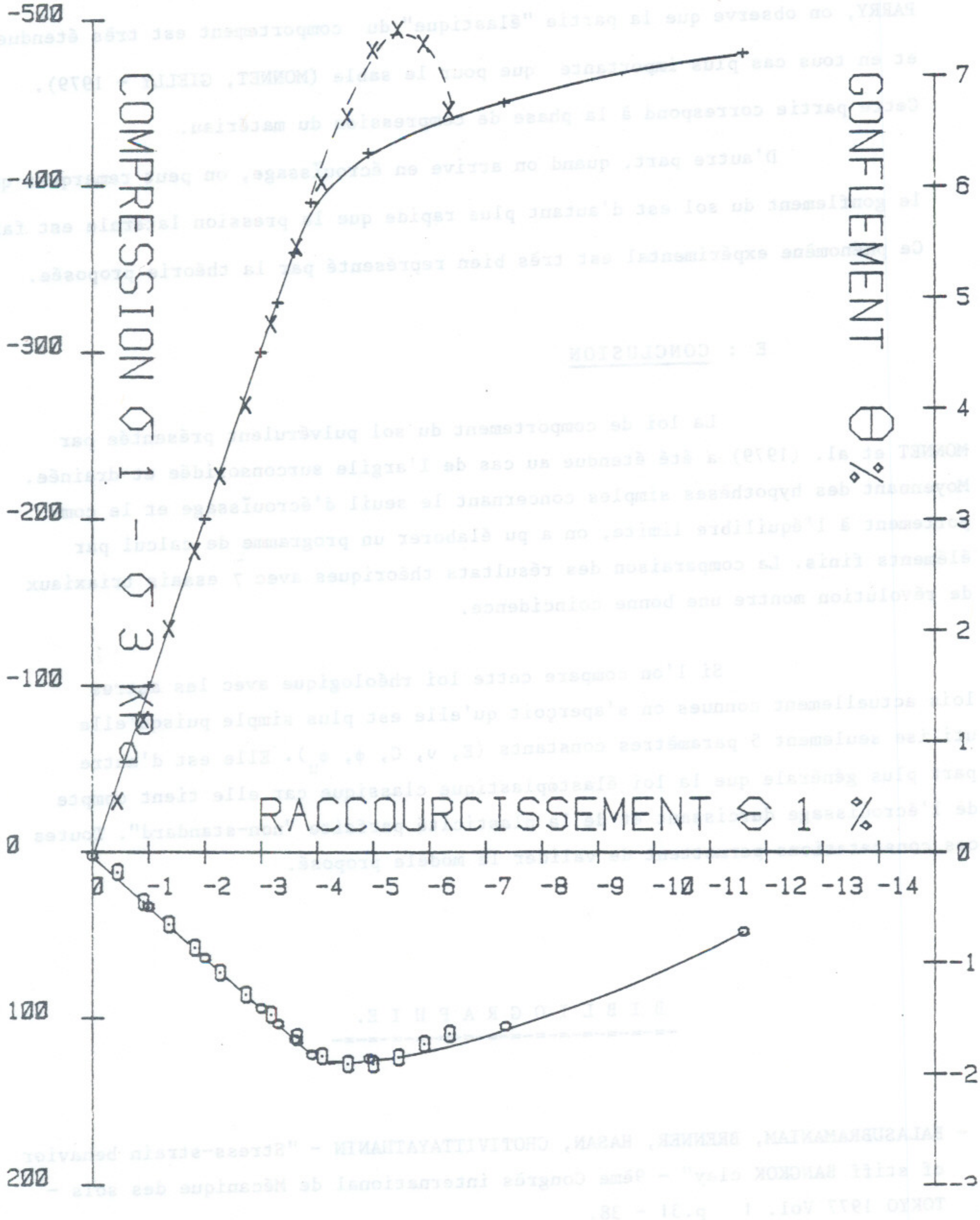


Figure 17 - Comparaison calcul et mesure pour
l'essai 3 de PARRY.

D'une façon générale, que ce soit pour les essais de BISHOP ou de PARRY, on observe que la partie "élastique" du comportement est très étendue et en tous cas plus importante que pour le sable (MONNET, GIELLY - 1979). Cette partie correspond à la phase de compression du matériau.

D'autre part, quand on arrive en écrouïssage, on peut remarquer que le gonflement du sol est d'autant plus rapide que la pression latérale est faible. Ce phénomène expérimental est très bien représenté par la théorie proposée.

E : CONCLUSION

La loi de comportement du sol pulvérulent présentée par MONNET et al. (1979) a été étendue au cas de l'argile surconsolidée et drainée. Moyennant des hypothèses simples concernant le seuil d'écrouïssage et le comportement à l'équilibre limite, on a pu élaborer un programme de calcul par éléments finis. La comparaison des résultats théoriques avec 7 essais triaxiaux de révolution montre une bonne coincidence.

Si l'on compare cette loi rhéologique avec les autres lois actuellement connues on s'aperçoit qu'elle est plus simple puisqu'elle utilise seulement 5 paramètres constants (E, ν, C, ϕ, ϕ_μ). Elle est d'autre part plus générale que la loi élastoplastique classique car elle tient compte de l'écrouissage durcissant et de la plasticité parfaite "non-standard". Toutes ces constatations permettent de valider le modèle proposé.

B I B L I O G R A P H I E.

1 - BALASUBRAMANIAM, BRENNER, HASAN, CHOTIVITTAYATHANIN - "Stress-strain behavior of stiff BANGKOK clay" - 9ème Congrès international de Mécanique des sols - TOKYO 1977 Vol. 1 p.31 - 38.

2 - BALASUBRAMANIAM, WAHEED-UDDIN - "Deformation charactéristics of weathered BANGKOK Clay in traxial extension" - Géotechnique 27 N° 1 1977 p.75-92

3 - BISHOP, WEBB, LEWIN - "Undisturbed sample of London clay from the Asford Common Shaft :strength - effective stress relationships" - Géotechnique march 1965 p.1 - 31.

4 - CHANDLER - "The strength of a stiff silty clay". Conference Géotechnique d'OSLO 1967 Vol. 1 p. 103-108.

5 - DUCAN, CHANG - "Non linear analysis of stress and strain in soils" - ASCE Soil mech sept. 1970 p. 1 629-1 653.

6 - FRYDMAN, ZEITLEN, ALPAN - "The yielding behaxiour of particulate media" - Can. Geot. 5. 10.1973 p. 341 - 362.

7 - MONNET, GIELLY - "Détermination d'une loi de comportement pour le cisaillement des sols pulvérulents" - Revue Française de Géotechnique N° 7 1979 p. 45-56.

8 - PARRY - "Some properties of heaviley overconsolidated OXFORD clay et site near BEDFORD". Géotechnique 22 N°3 p. 485-507-1972.

9 - PENDER - "A model for the behavior of overconsolidated soil" - Géotechnique 1978 28 N° 1 p. 1-25.

10 - PREVOST, HOEG - "Plasticity model for undrained stress-strain behavior" - Int. Congress of S.M.F.E. TOKYO 1977 V.1 p. 255 - 261.

11 - SIMPSON , O'RIORDAN, CROFT - "A computer model for the analyses of ground movements in London clay" - Géotechnique 1979 29 N° 2 p. 149-175.

12 - WONG, MITCHELL - "Yielding and plastic flow of sentitive cemented clay"- Géotechnique 1975 25 N°4 p. 763 - 782.

RUPTURE DU BOIS EN MODE MIXTE [1]

P. MORLIER, Professeur et G. VALENTIN, Assistant [2]

RESUME

Un programme d'essais expérimentaux a été développé afin de déterminer des critères de rupture dans une variété de bois de charpente couramment utilisée en France. Les courbes charge-déplacement des spécimens fissurés sont non linéaires et des paramètres tels que la ténacité G_c ou le facteur d'intensité de contrainte critique K_c n'ont en théorie pas de signification. Par contre la variation d'énergie potentielle J (ou intégrale de Rice) peut toujours être déterminée. J_c a été évaluée pour différentes longueurs de fissure et différents angles β de chargement et trouvée constante pour une propagation dans le sens des fibres. Une comparaison de ces résultats a été faite avec les concepts plus classiques K_{Ic} , K_{IIc} et G_c -

ABSTRACT

An experimental programme has been developped to obtain fracture parameters in a variety of timber commonly used in France. Load displacement curves of cracked specimens are non linear and parameters such as G_c or K_c have in theory no significance but the variation of potentiel energy J (or Rice intégral) can always be determined.

J_c has been evaluated for different crack lengths and different load angle β and it has been found to be constant with a small dispersion of results.

A comparison of the different results has been made with the more classical concepts K_{Ic} and K_{IIc} -

1 - Communication présentée au Groupe Français de Rhéologie le 21-05-1981

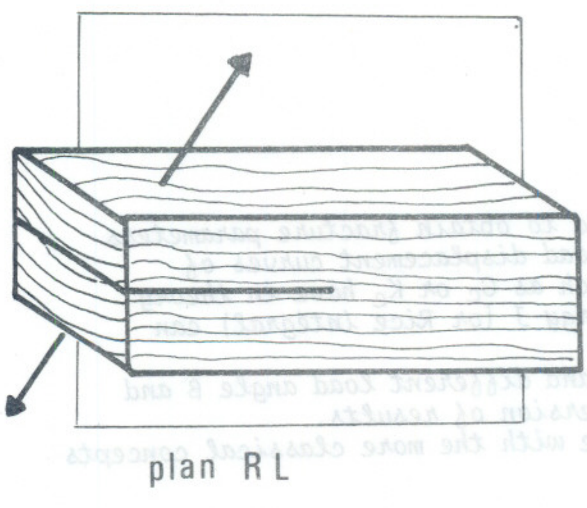
2 - Département Génie Civil de l'IUT "A" de Bordeaux et Laboratoire de Mécanique Physique de BORDEAUX I (E.R.A. 769 du C.N.R.S.).

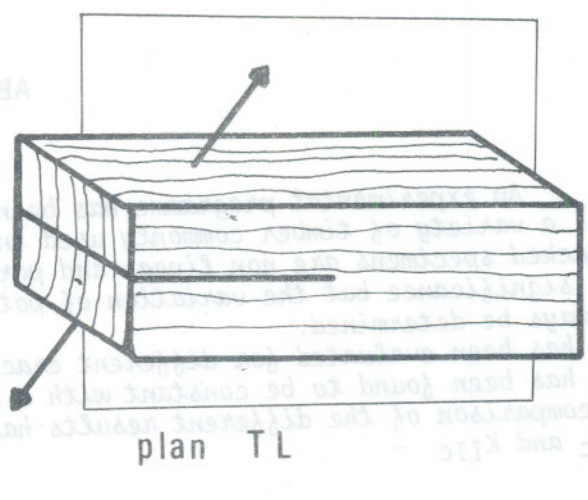
INTRODUCTION

La Mécanique de la Rupture s'intéresse de plus en plus aux matériaux composites et, parmi eux, le bois est sans doute encore le plus utilisé ; on peut le considérer comme un matériau essentiellement hétérogène, anisotrope, anélastique, ces différents caractères étant plus ou moins accusés selon l'espèce et l'état d'hygrométrie.

Nous avons effectué nos essais sur une variété utilisée en charpente : le sapin rouge du Nord (PINUS SYLVESTRIS L) à 12 % d'humidité ; pour cette qualité et dans ces conditions, le bois est élastique non linéaire et doué d'isotropie transverse.

Nous nous sommes d'autre part limités aux modes de rupture correspondant à la propagation d'une fissure dirigée selon les fibres du bois, la charge étant contenue soit dans le plan radial, perpendiculaire aux cernes de croissance du bois, - configuration R.L. - , soit dans le plan tangentiel à ces mêmes cernes. Configuration T.L. (Figure 1 ci-dessous).





De fait, les résultats à la rupture dans ces deux configurations sont très voisins, leurs bandes de dispersion se recouvrent, confirmant l'hypothèse d'isotropie transverse ; un tel résultat a été trouvé par SCHNIEWIND et POZNIAK |1| sur du sapin de Douglas.

I - ASPECTS EXPERIMENTAUX

L'éprouvette utilisée est l'éprouvette D.C.B. (double cantilever beam) déjà étudiée en mode I |2| et légèrement modifiée pour permettre le chargement en mode mixte - Figure 2 -

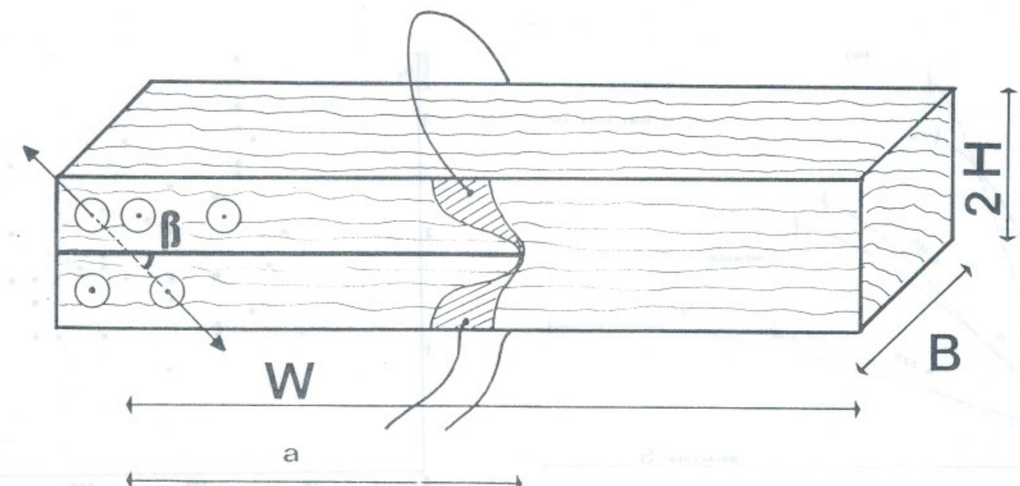


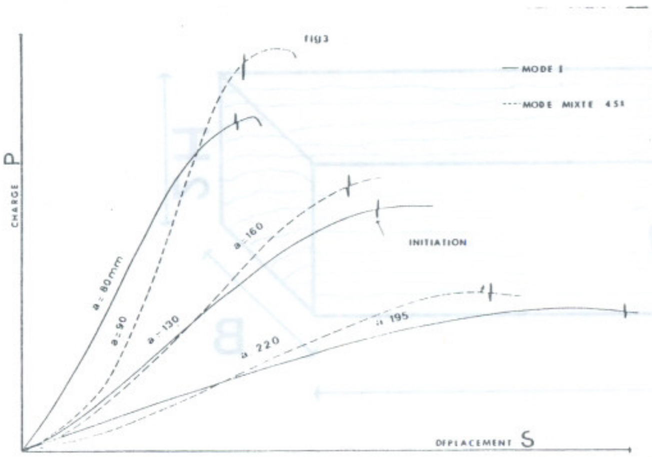
fig 2

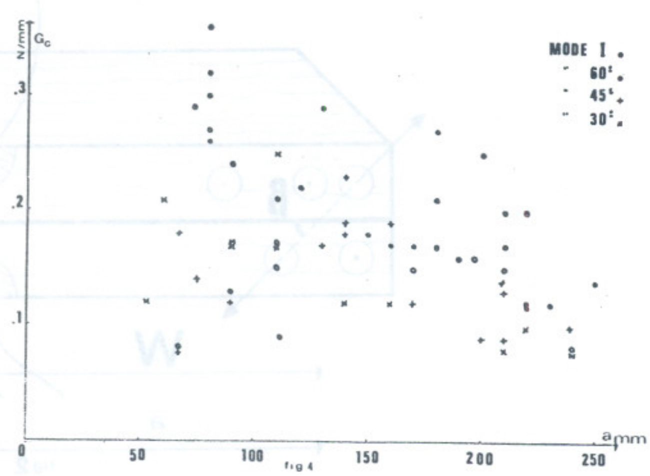
En raison de l'hétérogénéité du bois (bois de printemps alternant avec le bois d'été), il est difficile de réaliser une bonne fissure, se propageant uniformément sur toute la largeur de l'éprouvette ; de plus, la surface d'une fissure n'est pas plane mais ondulée ce qui rend difficile l'adoption d'une théorie fondée sur la dissipation d'énergie par unité de surface créée.

Dans cet ordre de raisonnement, SCHNIEWIND et POZNIAK |1| ont choisi comme fissures initiales des fentes de séchage, ce qui les a amené à une très forte dispersion des résultats expérimentaux, attribuée à l'importance des contraintes résiduelles.

La méthode utilisée dans nos expériences consiste à créer, à partir d'une fente usinée à la scie à ruban (largeur de 1,5 mm) et par un chargement très lent qu'on peut arrêter facilement, une fissure dans le bois : des comparaisons expérimentales |2| ont montré, en mode I, que les complaisances sont identiques pour des fentes et des fissures et que les charges de rupture sont sensiblement plus fortes pour les fissures dont la longueur réelle est d'ailleurs très difficile à déterminer.

La charge critique à l'amorçage de la fissuration est détectée à l'aide d'un dépôt de peinture conductrice de part et d'autre de l'éprouvette autour de l'extrémité de la fissure |2| : dès que la fissure traverse cette couche superficielle, la courbe effort-déplacement est marquée - Figure 3 - grâce à un circuit électrique convenable.





II - ESSAI DE DETERMINATION DU TAUX DE LIBERATION D'ENERGIE CRITIQUE G_C -

Par définition $G_c = -\frac{Pc}{2B}\cdot\frac{\partial c}{\partial a}$

où Pc est la charge de rupture,

B la largeur de l'éprouvette,

a la longueur de fissure,

c la complaisance de l'éprouvette ;

à condition que l'hypothèse d'élasticité linéaire soit vérifiée |3| |4| -

Or il faut noter sur la Figure 3 que les courbes effort-déplacement expérimentales présentent des écarts importants par rapport à la linéarité ; on conçoit alors que la complaisance ne suffise pas à estimer l'énergie de rupture.

Cependant, on a calculé le taux de libération d'énergie critique en prenant en compte la complaisance à l'origine de l'éprouvette ; sur la Figure 4, on a porté les valeurs de G_c en fonction de la longueur de fissure a et de l'angle β défini sur la Figure 2 - On constate que, en fonction de la longueur de fissure et en mode I, G_c passe de 0,4 à 0,12 N/mm lorsque a croit de 80 à 230 mm ; de même, l'évolution en fonction de β n'est pas significative.

Il faut cependant noter que, ayant par ailleurs effectué des essais sur du pin maritime, dont l'élasticité est sensiblement linéaire, nous avons alors constaté la constance approximative de G_c en fonction de a (environ 0,40 N/mm).

III - DETERMINATION DU FACTEUR D'INTENSITE DE CONTRAINTE CRITIQUE K_{IC} -

Le facteur d'intensité de contrainte critique, même s'il n'a pas le caractère universel qu'on tend à lui prêter est tellement utilisé en mode I que les critères de rupture élaborés en mode mixte le prennent comme valeur particulière en mode I.

Pour les matériaux anisotropes, supposés homogènes et élastiques linéaires, on peut définir, comme pour les matériaux isotropes, des facteurs d'intensité de contrainte ; ceux-ci coïncident avec leurs expressions dans le cas isotrope pour des fissures suivant les directions principales d'anisotropie |5|.

Dans ce cas, la relation entre K et G devient, pour notre matériau bois, isotrope transverse, tel que nous le sollicitons |6| :

$$G = \frac{1}{E^*}\left[K_I^2 + \sqrt{\frac{E_R}{E_L}}\; K_{II}^{\,2}\right]$$

avec $$\frac{1}{E^*} = \frac{\pi}{\sqrt{2E_L E_R}}\left(\sqrt{\frac{E_L}{E_R}} + \frac{E_L}{2G_{LR}} - \nu_{LR}\right)^{1/2}$$ en contrainte plane,

et $$\frac{1}{E^*} = \frac{\pi}{\sqrt{2E_L E_R}} \cdot \frac{1}{1-\frac{E_R}{E_L}\nu^2_{LR}} \cdot \left[\sqrt{\frac{E_L}{E_R}} \cdot \sqrt{\frac{\left(1-\frac{E_R\,\nu^2_{LR}}{EL}\right)}{1-\nu^2_{RT}}} + \frac{E_L(1-\nu^2_{RT})}{2G_{LR}} - \nu_{LR}\right]^{1/2}$$

en déformation plane,

où E_L est le module dans le sens des fibres,

$E_T = E_R$ est le module dans le sens des cernes ou dans le sens radial,

ν_{LR} , ν_{RT} sont les coefficients de Poisson,

G_{LR} est le module de cisaillement,

Expérimentalement on a trouvé :

E_L voisin de 18000 N/mm^2

et E_R (voisin de E_T) voisin de 1000 N/mm^2 ; le rapport E_R/E_L étant faible on peut donc faire l'hypothèse que G est relié directement à K_I^2 -

Nous avons choisi d'utiliser une formule dérivée de celle de RIPLING |7|, modifiée pour notre chargement en mode mixte :

$$K_c = \frac{Pc \sin \beta}{B\, H^{3/2}} \cdot \left[3,46 + 2,38 \frac{H}{a}\right]$$

; en mode I, cette formule est loin d'être parfaite : semi empirique, elle convient bien, selon SRAWLEY |8|, aux aciers et alliages d'Aluminium. Par contre, pour le bois, la relation donnant la complaisance sur laquelle elle est fondée ne coïncide pas du tout avec les courbes expérimentales |2| de la complaisance en fonction de la longueur de fissure.

Elle a cependant été utilisée en l'absence d'autres formules théoriques valables et surtout en raison de sa simplicité ; la détermination de Pc est faite d'autre part comme précédemment.

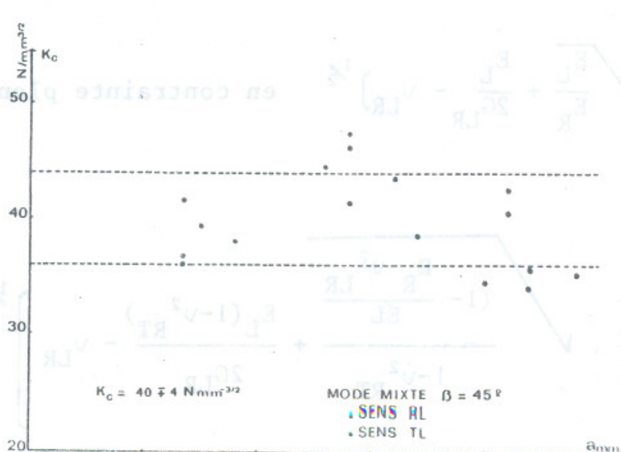


fig 5

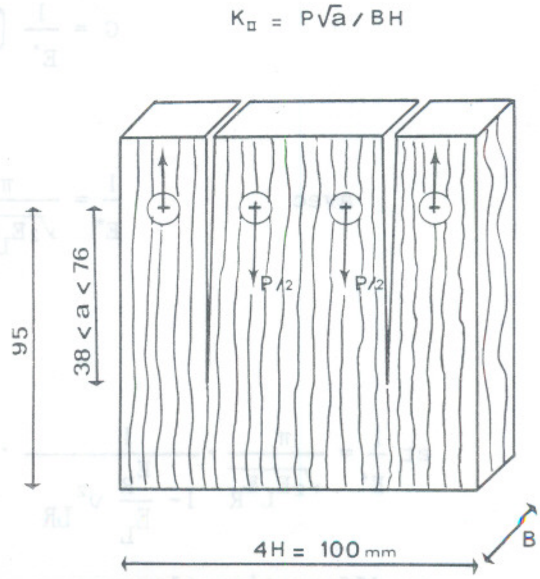


fig 6

La figure 5 donne une variation typique de Kc en fonction de la longueur de fissure pour le mode mixte ($\beta = 45°$) ; les courbes obtenues pour les autres valeurs de β sont analogues, l'invariance de K par rapport à la longueur de fissure tend à montrer d'une part que Kc apparait comme une caractéristique intrinsèque, indépendante de a, pour le mode choisi et d'autre part que le polynôme utilisé est vraisemblablement acceptable - ce qui n'est pas le cas, sans doute pour a, voisin de 150 mm, c.a.d. pour les valeurs élevées de Kc calculées.

Pour $\beta = 0$, "en mode II", l'éprouvette D.C.B. n'est plus utilisable et nous avons employé une éprouvette dite de cisaillement compacte c.s. -, due à CHISHOLM et JONES |9| ; l'expression de $K_{II}c$ proposée par ces auteurs est remarquablement simple :

$$K_c = K_{IIc} = Pc\,\frac{\sqrt{a}}{BH} \text{ (Figure 6).}$$

Cependant, même si les axes de chargement sont parfaitement ajustés, on n'est pas sûr de ne pas avoir simultanément une composante de mode I ; la valeur alors trouvée pour Kc ne serait qu'une borne inférieur de K_{IIc} -

A l'appui de cette idée, il faut noter que la rupture a lieu dans le sens de la fissuration initiale, c.a.d. selon les fibres, alors que la plupart des théories de la rupture en mode mixte |10| (SIH ; ERDOGAN, densité d'énergie, EWING, MANDEL) prévoient une bifurcation voisine de 70° en mode II pur ; il est vrai que ces modèles n'ont pas, à notre connaissance, été testés sur du bois mais sur des composites synthétiques et surtout sur des matériaux isotropes.

La Figure 7 montre la variation de Kc en fonction de l'angle β du chargement ; il est important de noter que, la fissure n'ayant jamais bifurqué, on reste bien dans le domaine d'application de la Mécanique de la Rupture théorique (fissure restant semblable à elle-même lors de sa croissance). Les barres d'écart portées pour chaque angle β correspondent à des valeurs de Kc obtenues pour différentes longueurs de fissure et l'on peut encore constater la faible dispersion à angle β donné.

L'observation macroscopique des surfaces de rupture n'a pas montré de différences de faciès entre les essais en mode I pur et les essais en mode II pur.

IV- DETERMINATION DE L'INTEGRALE DE RICE CRITIQUE Jc

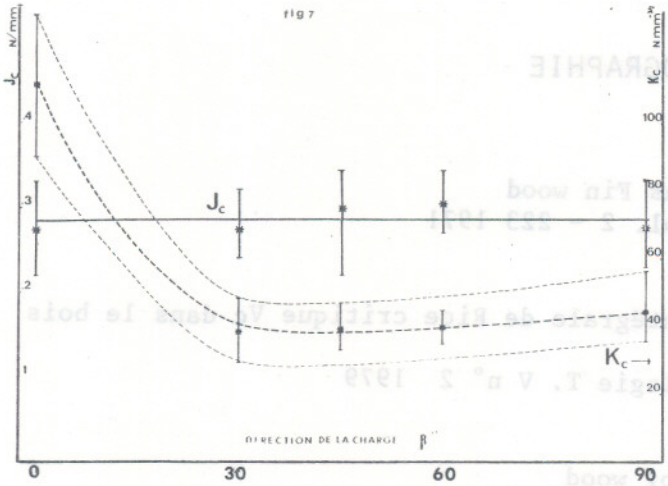
La définition de J donnée par Rice |11|, correspond mieux à un matériau comme le bois que les paramètres précédents : en effet le matériau peut être élastique non linéaire d'une part et d'autre part n'être homogène que dans la direction de propagation.

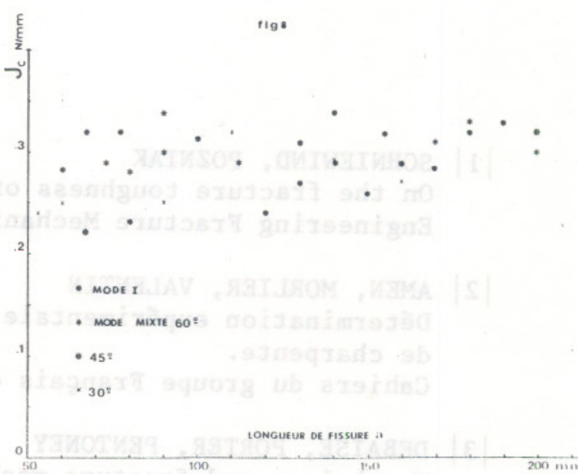
De plus, la détermination de Jc ne nécessite pas la détermination préalable d'un polynôme de calibration, laquelle implique la connaissance des coefficients d'élasticité du matériau (connus avec une dispersion importante).

En mode mixte, en outre, aucune projection des forces et des déplacements n'est à faire, il suffit d'évaluer des énergies potentielles.

Cependant, en l'absence de méthodes permettant de n'utiliser qu'une seule éprouvette, comme avec les éprouvettes C.T. ou de flexion, nous avons dû utiliser une méthode analogue à celle des complaisances ; on calcule en effet $J = - \left.\frac{\partial U}{\partial a}\right|_{\delta}$ où U est l'énergie potentielle emmagasinée dans l'éprouvette contenant une fissure de longueur a. Ainsi, à partir de l'enregistrement des courbes P - δ (P : force ; δ : déplacement suivant la direction de la force P), on calcule l'énergie U pour un déplacement δ donné et différentes longueurs de fissures ; la différenciation de la courbe U(a) à δ constant, donnant la variation d'énergie pour deux fissures de longueur a et a + Δa, donne le module de J ; si le déplacement δ correspond à l'amorçage de la fissuration, on obtient une valeur approchée de Jc.

Sur la Figure 8, on a porté les valeurs de Jc en fonction de a pour différents angles β : Jc est sensiblement indépendant de la longueur de fissure. Sur la Figure 7, Jc est porté en fonction de β : on a indiqué la valeur moyenne de Jc correspondant à chaque angle ainsi que les barres d'écart-type qui correspondent à des fissures de longueur différente ; la constance de Jc est assez remarquable surtout pour les angles β égaux ou supérieurs à 30°. Pour β = 0, la détermination de Jc avec l'éprouvette C.S., qui donne une valeur très voisine des précédentes, ne correspond qu'à de grandes longueurs de fissure d'où une dispersion paraissant faible.





CONCLUSIONS

Nous avons effectué un travail expérimental pour appliquer les concepts de la Mécanique de la Rupture en mode mixte au bois de charpente pour une fissuration longitudinale, se propageant dans cette même direction.

Le taux de libération d'énergie G n'apparait pas comme une constante du matériau : ceci est dû à sa définition fondée sur une élasticité linéaire des matériaux.

Le facteur d'intensité de contrainte critique, bien qu'utilisant des hypothèses relativement grossières et un polynôme de calibration relativement sommaire, est sensiblement constant lorsque la longueur de fissure varie ; Kc est sensiblement constant pour $\beta > 30°$; par contre Kc est nettement plus élevé en mode II.

La détermination expérimentale de l'Intégrale de Rice critique, d'une détermination plus longue mais simple, plus rigoureuse aussi dans son principe, s'applique bien au matériau bois : Jc est sensiblement constant quel que soit le mode (quel que soit β)et quelle que soit la longueur de la fissure et présente d'autre part un faible écart type. Il s'agirait donc là d'un paramètre intrinsèque de la ténacité du bois dans les conditions envisagées.

BIBLIOGRAPHIE

|1| SCHNIEWIND, POZNIAK
On the fracture toughness of Douglas Fin wood
Engineering Fracture Mechanics - Vol. 2 - 223 1971

|2| AMEN, MORLIER, VALENTIN
Détermination expérimentale de l'intégrale de Rice critique Vc dans le bois de charpente.
Cahiers du groupe Français de rhéologie T. V n° 2 1979

|3| DEBAISE, PORTER, PENTONEY
Morphology and fracture mechanics of wood
Material research and standards - Vol 6 n° 10 1966

|4| TIROSH
The mixed mode fracture of unidirectional fibrous composites.
Engeneering fracture mechanics - Vol 13 p 119 1980

|5| SIH, LIEBOWITZ
Mathematical theories of brittle fracture
Fracture Tome II édité par H. Liebowitz 1968
Academic Press

|6| KONISH, SWEDLOW, CRUSE
Fracture phenomenon in advanced composite materials
AIAA journal - Vol 11 p 40 1973

|7| MOSTOVOY, CROSLEY, RIPLING
Use of crack line loaded specimens for measuring plane strain fracture toughness.
J.al of materials vol 2 n° 3 1967

|8| SRAWLEY, GROSS
Stress intensity factors by boundary collocation for single edge-notch specimens subject to splitting forces
NASA TN 3295 1966

|9| CHISHOLM et JONES
An alalytical and experimental stress analysis of a practical mode II fracture test specimen
Exp. Mech. Vol 17 n° 1 1977

|10| ST. JOHN - SIGETY
Comportement mecanique des fissures sollicitées en mode I et II
rapport DGRST 1976

|11| RICE
Mathematical analysis in the mechanics of fracture
Fracture Tome II édité par Liebowitz 1968
Academic Press.

TABLE DES ARTICLES DU TOME V

<u>Tome V, n° 4</u> (Juillet 1980)

<u>Tome V, n° 5</u> (Décembre 1980)

<u>Numéro spécial</u> (Novembre 1981)
(Edité par "Anciens ENPC")
Comportements rhéologiques et structure des matériaux.

Tome V, n° 6 (Février 1982)

Table des auteurs du tome V