

CAHIERS  
DU  
GROUPE FRANÇAIS  
DE RHÉOLOGIE

---

Tome III — Numéro 5

15 avril 1975

---

## sommaire

J. FAUCHART, J. HUEBER

*Contribution à l'analyse visco-élastique des tunnels forés: exemple du tunnel sous la Manche* ..... 189

MM. FAUCHART, KAVYRCHINE, NUNG

*Essais sur la redistribution des efforts dans les structures hyperstatiques en béton pré-contraint sous l'effet du fluage du béton....* 211

M. BARRIOULET, C. LEGRAND

*Influences respectives de la pâte et des granulats sur la mesure des caractéristiques rhéologiques du béton frais vibré.....* 225

M.A. CHIORINO

*L'évaluation des effets du comportement à long terme du béton dans les structures en béton armé* ..... 230

*Photographie de la couverture*

*Essai d'une poutre de hauteur variable à l'effet tranchant*

INDUSTRIE MINERALE

# Contribution à l'analyse visco-élastique des tunnels forés : exemple du tunnel sous la Manche<sup>(\*)</sup>

Jacques FAUCHART

Ingénieur des Ponts et Chaussées  
Professeur à l'ENPC et au CHEC  
Consultant à la SETEC

par

Jean HUEBER

Ingénieur des Arts et Manufactures  
Maître de Conférence au CHEC et à l'ESTP  
Chef du département Génie civil à SITUMER

## RESUME

Le tunnel sous la Manche est en cours de creusement dans des craies cénomaniennes dont les capacités de fluage sont importantes. Les études relatives à l'excavation d'une part, et au comportement du tunnel revêtu, au cours du temps, d'autre part, ont notamment consisté en :

1. L'analyse élasto-plastique, qui a montré que le risque de plastification de la roche était minime.

2. L'analyse visco-élastique (de la roche et du revêtement) suivant le modèle de Kelvin-Voigt (et le cas échéant, de Burgers), tout d'abord de façon manuelle (dans l'hypothèse d'une symétrie de révolution), puis à l'aide de la méthode des éléments finis (dans un milieu quelconque). Il en résulte des abaques donnant directement les efforts (N et M) dans les sections cardinales du revêtement, en fonction des paramètres essentiels (E,  $\nu$ , vitesses de fluage  $\gamma$ , délai de pose du revêtement  $t_0$ ).

3. Les essais in-situ dans des galeries creusées à partir du puits de Sangatte (de 92 m de profondeur) dont sont donnés les premiers résultats.

## 1. GENERALITES SUR LE PROJET DU TUNNEL SOUS LA MANCHE

### 1.1. Historique du projet

Au cours du 19<sup>e</sup> siècle l'idée de construire un tunnel sous la Manche fit l'objet de diverses propositions et des travaux de reconnaissance assez importants furent entrepris dès 1882.

Les négociations entre les Gouvernements britannique et français et les groupes financiers ont abouti

<sup>\*</sup> Conférence prononcée au Colloque sur la Rhéologie des Bétons, Paris, 10-11 décembre 1973.

## SUMMARY

*The channel tunnel is being excavated through a lower chalk layer which presents an important creeping effect. Studies were carried out on the excavating process and the behaviour of the lined tunnel and consisted in :*

*1. An elasto-plastic analysis which indicated that the risk of ground plastification was low.*

*2. A visco-elastic analysis of the ground and the lining, using the Kelvin-Voigt model (and sometimes the Burgers model). This analysis was first carried out by manual calculation, assuming a revolving symmetry, then by the method of finite elements, assuming an ordinary ground. Charts were set up to give directly the stresses (N and M) of the extreme vertical and horizontal sections of the lining, related to the main parameters (E,  $\nu$ , speed of creeping  $\gamma$ , duration for putting the lining  $t_0$ ).*

*3. In situ-tests carried out in the tunnels excavated from the Sangatte shaft (92 meters deep), of which preliminary results are given.*

à la création de la Société française du tunnel sous la Manche et de la British Channel Tunnel Company qui démarrèrent au début de 1971 les études du tunnel avec l'assistance de la Société d'ingénierie du tunnel sous la mer (Situmer) créée par les bureaux d'études Setec et Sogelerg pour la France et de Rio-Tinto-Zinc Development Enterprise pour la Grande-Bretagne.

### 1.2. Tracé du tunnel

Le Pas-de-Calais est un chenal d'érosion d'environ 35 km de largeur, d'une profondeur atteignant 60 m vers son milieu.

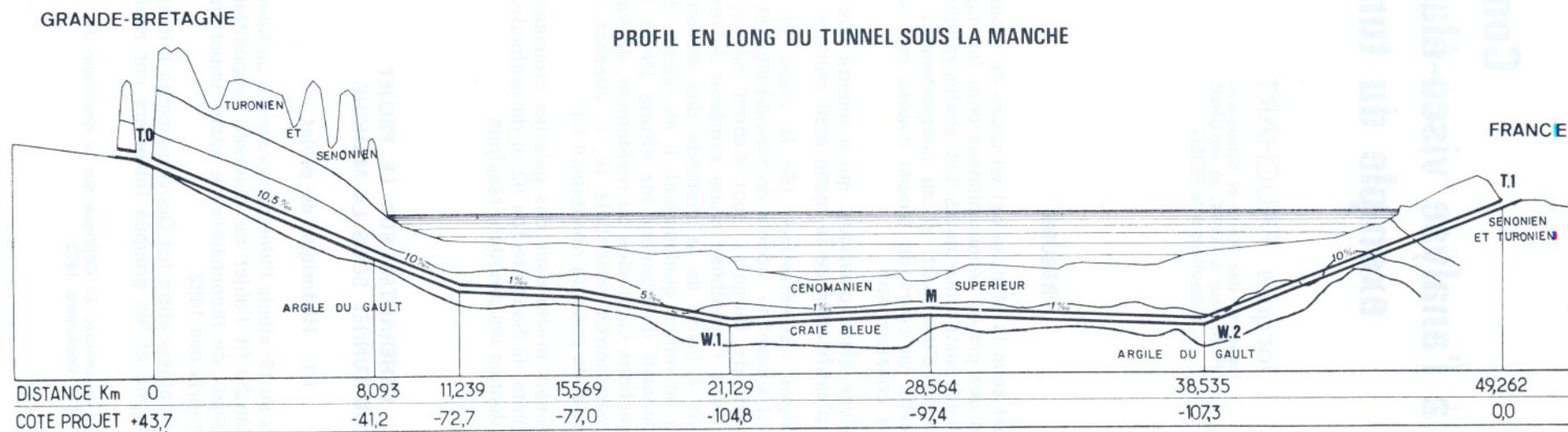
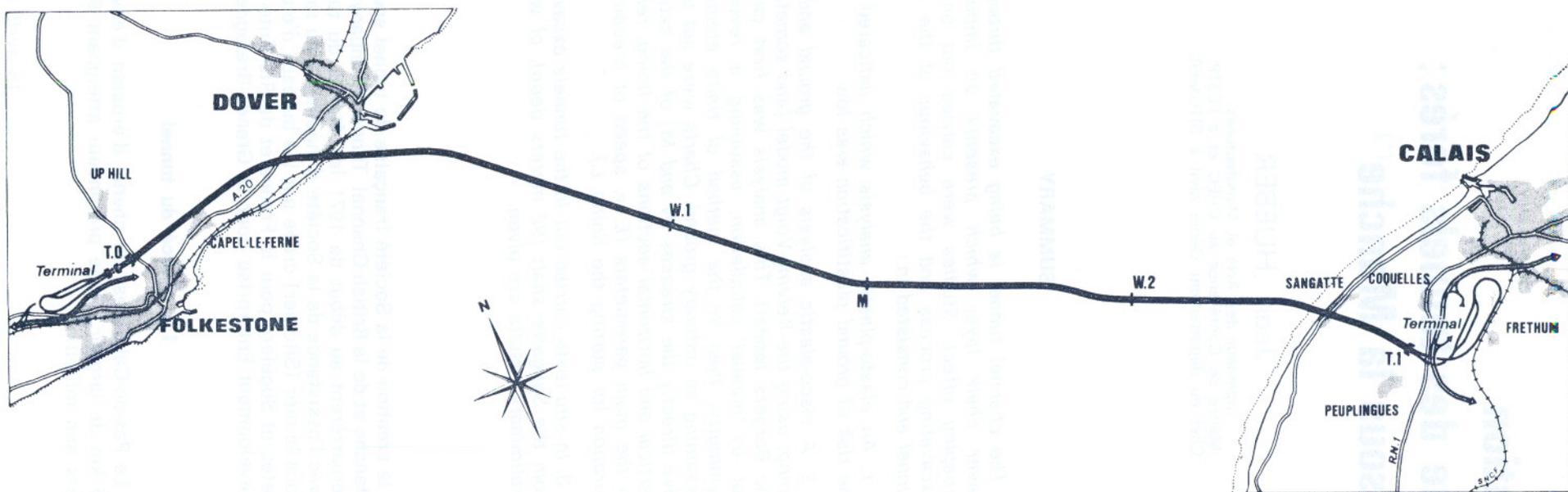


Fig. 1. — Plan d'ensemble du tunnel sous la Manche

Les études géologiques et les reconnaissances, en particulier une importante campagne de forages en mer effectuée en 1964 et 1965, ont prouvé que le sous-sol est constitué dans sa zone supérieure de couches crétacées continues : Turonien, Sénonien, Cénomaniens ; plus en détail le Cénomaniens comporte lui-même de haut en bas, la craie blanche, la craie grise, la craie bleue et une couche mince de craie glauconieuse ou Tourtia ; sous le Cénomaniens nous trouvons l'argile du Gault (figure 1).

Les caractéristiques physiques et mécaniques des diverses qualités de roches ont conduit à réaliser le tunnel sous-marin dans la craie bleue ou dans la partie inférieure de la craie grise, toutes deux situées dans le Cénomaniens ; ces craies se composent de 40 à 80 % de carbonate de calcium, le reste étant de l'argile ; elles sont homogènes et relativement peu fissurées ; leur résistance à la compression est comprise entre 40 et 150 bars environ, le module d'élasticité instantané varie de 2 600 bars à 33 000 bars ; la valeur moyenne de la cohésion est de 12 bars et l'angle de frottement moyen de 32°.

Par ailleurs, le tracé général de l'ouvrage doit respecter les caractéristiques géométriques exigées pour les pentes et les rayons de courbure d'une voie ferrée utilisée par des trains à grande vitesse. A partir des têtes de tunnel, situées respectivement à proximité de Calais et de Folkestone l'ouvrage s'enfonce avec une pente d'environ 1/100° jusque vers le niveau - 110 sous le niveau de la mer, donc à 60 m environ en-dessous du fond de la mer. La partie centrale comporte des pentes faibles (1/1 000° environ) permettant de drainer les eaux d'infiltration vers les stations de pompage.

### 1.3. Description sommaire de l'ouvrage et de son exécution

L'ouvrage est constitué de deux tunnels ferroviaires à voie unique de 7,10 m de diamètre intérieur et d'une troisième galerie intermédiaire de plus petit diamètre (4,50 m) ou galerie de service ; cette galerie de service est reliée fréquemment aux tunnels principaux par des rameaux transversaux. Elle permettra d'assurer la ventilation et tous les services d'exploitation (figure 2).

Les percements de galeries seront réalisés par des machines foreuses particulièrement adaptées pour ces roches tendres et homogènes équipées à l'arrière d'un érecteur qui se charge, au fur et à mesure de l'avancement, de la pose des voussoirs préfabriqués constituant le revêtement des galeries.

Quelques heures après l'excavation le revêtement pourra être parfaitement bloqué au terrain par une injection de bourrage qui comble le vide entre l'extrados du revêtement et le terrain.

Différents types de revêtement sont prévus en fonction des terrains rencontrés.

### 1.4. Avancement des travaux

La galerie de service est utilisée comme galerie pilote et son avancement précèdera ceux des tunnels principaux l'encadrant.

Les travaux d'exécution de l'ouvrage global se font donc en deux phases ; la première qui intéresse le début de la galerie de service a démarré le 15 novembre 1973.

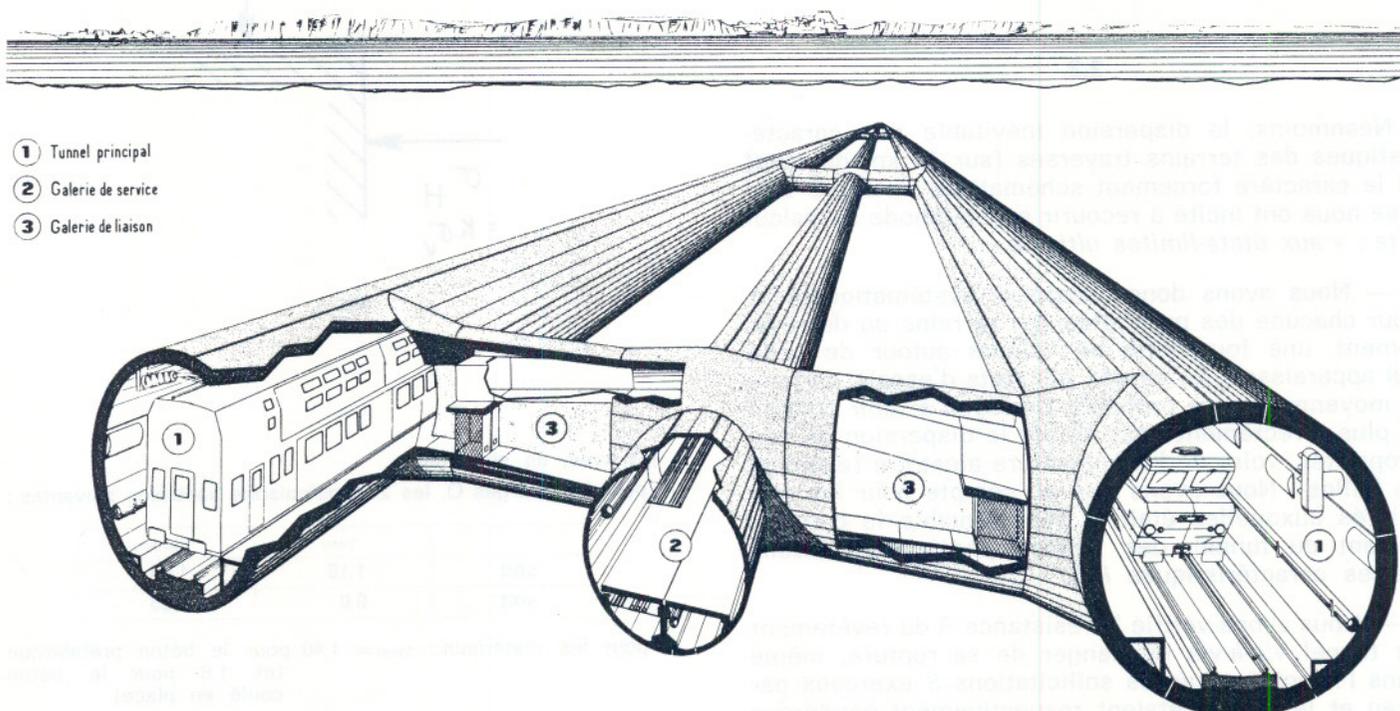


Fig. 2. — Vue perspective du tunnel

## 2. GENERALITES SUR LES CALCULS PRELIMINAIRES

### 2.1.

Le calcul des tunnels est extrêmement complexe car l'ingénieur, non seulement n'est pas maître de son matériau (la roche traversée), mais encore le connaît souvent assez mal, ne serait-ce qu'à cause de la dispersion inévitable de ses propriétés.

Même si on simplifie le problème en le considérant comme étant de *déformation plane* (ce qui correspondrait théoriquement à un tunnel de longueur infinie, et qui devient pratiquement admissible à partir d'une distance du front de taille de l'ordre de 3 fois le diamètre de la galerie), il est nécessaire d'adopter des schémas assez simplifiés de la réalité pour qu'ils puissent être appréhendés par le calcul.

Faute de moyens d'analyse numérique, nos prédécesseurs ont probablement péché par excès de simplification et, par conséquent, le plus souvent, de sécurité mais de façon très dispersée. On pourra trouver, par exemple, dans le « *Traité de construction des tunnels* » de Szechy (Dunod - 1970) une revue surprenante des « règles de cuisine » qui ont été utilisées jusque vers 1950 par les ingénieurs pour définir les actions de calcul à appliquer aux revêtements des tunnels.

L'emploi de la méthode des éléments finis, rendu possible par l'ordinateur permet heureusement aujourd'hui des études plus fines. Situmer l'a fortement utilisée dans l'étude du tunnel sous la Manche, avec la collaboration du Laboratoire de mécanique des roches de l'Ecole supérieure des Mines de Paris (Armines), dirigé par le Professeur Tincelin.

### 2.2.

Néanmoins, la dispersion inévitable des caractéristiques des terrains traversés (sur 50 km de long) et le caractère forcément schématisé de notre analyse nous ont incité à recourir à la méthode de calcul dite : « *aux états-limites ultimes* ».

— Nous avons donc considéré systématiquement pour chacune des propriétés des terrains ou du revêtement, une fourchette de valeurs autour de celle qui apparaissait, au vu des résultats d'essais, comme la moyenne la plus probable, de façon à tenir compte le plus directement possible de la dispersion de ces propriétés, voire de leur caractère aléatoire (exemple de failles). Nous avons pris en compte pour les propriétés auxquelles était le plus sensible le comportement du tunnel, des valeurs pessimistes (résistances caractéristiques  $R_K$ ).

— Nous avons vérifié la résistance  $R$  du revêtement du tunnel vis-à-vis du danger de sa rupture, même dans l'hypothèse où les sollicitations  $S$  exercées par l'eau et le terrain étaient respectivement pondérées par les rapports  $\gamma_{\text{eau}}$  et  $\gamma_{\text{terrain}}$  et où les résistances

des matériaux utilisés dans le revêtement l'étaient dans le rapport  $\frac{1}{\gamma_{\text{mat}}} (< 1)$  soit symboliquement (1) :

$$1,2 [S (\gamma_{\text{eau}} Q_{\text{eau}} + \gamma_{\text{terrain}} Q_{\text{terrain}})] \leq R \left( \frac{R_{K \text{ matériau}}}{\gamma_{\text{matériau}}} \right)$$

Les valeurs des coefficients  $\gamma$  sont choisis supérieurs ou inférieurs à l'unité pour aboutir à l'effet le plus défavorable.

### 2.3.

Dans ce qui suit, et pour la clarté de l'exposé, nous ne nous occupons que des actions du terrain, et non de celle de l'eau. L'effet de la pression hydrostatique de l'eau est donc à rajouter systématiquement aux résultats présentés ci-après. Le calcul a en effet prouvé que dans le cas où le revêtement était perméable les actions dues à l'écoulement de l'eau restaient inférieures à celles développées par la pression hydrostatique qui finit par s'établir dans le cas d'un revêtement absolument étanche.

### 2.4.

L'un des paramètres les plus importants pour le calcul est le rapport  $K$  entre les contraintes initiales dans le terrain (avant toute excavation) :  $\sigma_H$  agissant sur un plan vertical, et  $\sigma_V$  sur un plan horizontal (figure 3).

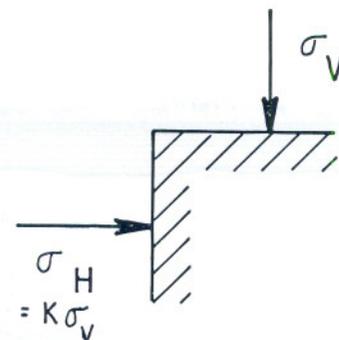


Fig. 3

(1) Avec, en simplifiant :

— pour les charges  $Q$ , les 2 combinaisons possibles suivantes :

	$\gamma_{\text{eau}}$	$\gamma_{\text{terrain}}$
soit	1,15	1,60
soit	0,0	1,25

— pour les matériaux :  $\gamma_{\text{mat}} = 1,40$  pour le béton préfabriqué (et 1,6 pour le béton coulé en place)

$\gamma_{\text{mat}} = 1,15$  pour l'acier et 1,25 pour la fonte.

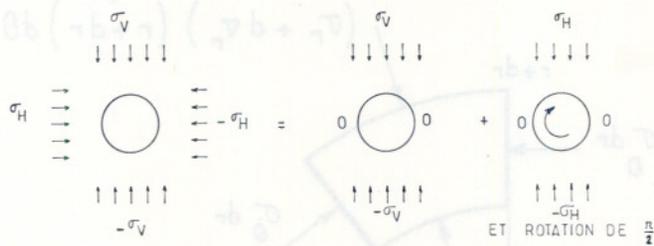


Fig. 4

On a théoriquement, en désignant par  $\nu$  le coefficient de Poisson du terrain :

$$K = \frac{\sigma_H}{\sigma_V} = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

Nous avons considéré que  $K$  pouvait varier de 0,0 à 1,0, en attachant néanmoins une importance particulière à la valeur  $K = 0,43$  (obtenue pour la valeur la plus probable du coefficient de Poisson du terrain  $\nu = 0,3$ ).

Il est remarquable que, tant qu'aucune zone du terrain n'est plastifiée, et donc tant que la principe de superposition reste valable, faire varier la valeur de  $K$  n'entraîne aucune complication du calcul. Il suffit, en effet, d'étudier le cas où, aux limites, n'agit qu'une contrainte verticale (avec par conséquent :  $\sigma_H = 0$ ). Le cas réel ( $\sigma_V, \sigma_H$ ) sera obtenu en ajoutant à ce cas ( $\sigma_V, 0$ ) celui où n'agit qu'une contrainte horizontale (soit 0,  $\sigma_H$ ), qui se déduit directement du précédent par :

— une homothétie de rapport  $K = \frac{\sigma_H}{\sigma_V}$

— une rotation des axes de  $\frac{\pi}{2}$  autour du centre du tunnel (figure 4)

d'où symboliquement =

$$\varepsilon(\theta, \sigma_V, \sigma_H) \equiv \varepsilon(\theta, \sigma_V, 0) + \varepsilon(\theta + \frac{\pi}{2}, \sigma_H, 0)$$

## 2.5.

Schématiquement, Situmer a procédé à 2 séries de calculs :

- d'une part en élasto-plasticité, en adoptant comme critère de plasticité celui de Mohr-Coulomb (droite intrinsèque :  $C, \varphi$ , dans le plan de Mohr). Cette étude a montré qu'avec les caractéristiques connues des terrains, leur risque de plastification étaient très peu probable, pourvu que l'espacement des galeries principales reste suffisant,
- d'autre part en visco-élasticité, car les essais préliminaires avaient montré que la craie traversée est un matériau extrêmement vivant et que son comportement dépend fortement du facteur temps.

Ce sont essentiellement les résultats de cette dernière étude que nous présentons ci-après avec une analyse détaillée dans le cas très simple où le problème peut être considéré comme de révolution (autour du centre du tunnel), puis l'exposé des principaux résultats obtenus dans le cas réel.

Par la suite, les ingénieurs britanniques ont entamé une étude en visco-plasticité.

## 3. ETUDE DU REVETEMENT EN VISCO-ELASTICITE DANS LE CAS OU LE SYSTEME EST DE REVOLUTION

### 3.1. Présentation

#### 3.1.1.

Soit à creuser, dans un terrain stabilisé depuis longtemps, un tunnel de rayons : extérieur  $R$ , et intérieur  $R'$ . Pour simplifier l'exposé, nous supposons que le problème est de déformation plane, à symétrie de révolution (autour du centre du tunnel). Les contraintes normales principales sont : radiale  $\sigma_r$  et périphérique  $\sigma_\theta$ , et elles ne dépendent donc que du rayon vecteur  $r$ . Le déplacement est réduit à sa composante radiale  $U(r)$  (figure 5).

#### 3.1.2.

Au temps  $t = 0$ , on perce le tunnel, en supposant le terrain stable. Cela a pour effet d'annuler sur la circonférence de l'excavation la contrainte  $p_0 = \sigma_r$  ( $r = R$ ) qui existait préalablement dans la roche. Le creusement a donc pour effet de créer dans le terrain une pression égale à  $(-p_0)$  sur la circonférence de rayon  $R$ . Sous cette action, le terrain subit aussitôt une déformation élastique, qui va se poursuivre progressivement si la roche est susceptible de fluage. Soit  $U(r, t)$  le déplacement (radial) au temps  $t$ .

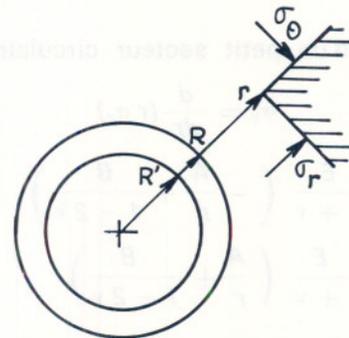


Fig. 5

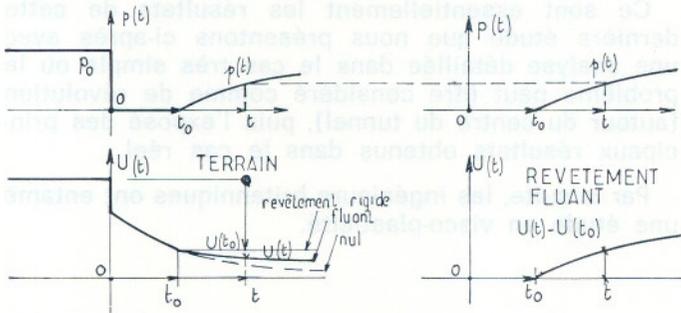


Fig. 6

3.1.3. ETUDE DU REVÊTEMENT EN VISCO-ÉLASTICITÉ DANS LE CAS OÙ LE SYSTÈME EST DE FLUIDE

Au temps  $t = t_0 (> 0)$ , le revêtement du tunnel est mis en place et bloqué contre le terrain. Il va, dès lors, freiner la libre déformation de celui-ci. A l'interface : terrain-revêtement, va donc s'établir progressivement une pression radiale  $p(t)$  (2). La déformation du terrain  $U(r, t)$ , au temps  $t > t_0$ , est celle due à la pression :  $(p(t) - p_0)$ . Celle du revêtement  $U'(r, t)$  est due à la seule pression :  $p(t)$ . A l'interface ( $r = R$ ), les déplacements doivent être compatibles à partir du temps  $t_0$ , soit :

$$U(R, t) - U(R, t_0) = U'(R, t) \quad (1)$$

3.1.4.

Dans l'hypothèse où le terrain et le matériau du revêtement sont élastiques, on a, en désignant par :  $E$  : le module d'élasticité ;  $\nu$  : le coefficient de Poisson du matériau considéré.

$$\begin{vmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{vmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{vmatrix} 1-\nu & \nu \\ \nu & 1-\nu \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{dU}{dr} \\ \frac{U}{r} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{dU}{dr} \\ \frac{U}{r} \end{vmatrix} = \frac{1+\nu}{E} \begin{vmatrix} 1-\nu & -\nu \\ -\nu & 1-\nu \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{vmatrix}$$

L'équilibre d'un petit secteur circulaire entraîne :

$$\sigma_\theta = \frac{d}{dr}(r \sigma_r)$$

D'où  $\sigma_r = \frac{E}{1+\nu} \left( -\frac{A}{r^2} + \frac{B}{1-2\nu} \right)$

et  $\sigma_\theta = \frac{E}{1+\nu} \left( \frac{A}{r^2} + \frac{B}{1-2\nu} \right)$

(2) On notera que  $p(t_0) = 0 \neq p_0$ .

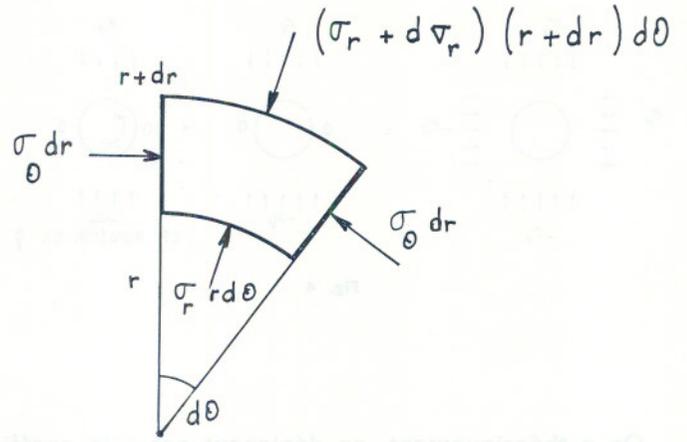


Fig. 7

3.1.5.

Dans le cas d'un anneau compris entre les cercles de rayons  $R$  et  $R'$ , soumis respectivement aux pressions  $p$  et  $p'$ , on a sur le cercle de rayon  $r$  ( $R' \leq r \leq R$ ) :

$$\sigma_r = \frac{1}{R^2 - R'^2} \left[ pR^2 - p'R'^2 - \frac{R^2 R'^2}{r^2} (p - p') \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{R^2 - R'^2} \left[ pR^2 - p'R'^2 + \frac{R^2 R'^2}{r^2} (p - p') \right]$$

$$U = \frac{1+\nu}{E(R^2 - R'^2)} \left[ (p - p') \frac{R^2 R'^2}{r} + (1 - 2\nu) (pR^2 - p'R'^2) r \right]$$

Comme le parement intérieur de l'anneau ( $r = R'$ ) est soumis en réalité à une pression :  $p' = 0$ , on a dans le revêtement :

$$\sigma_r = p \frac{R^2}{R^2 - R'^2} \left( 1 - \frac{R'^2}{r^2} \right); \quad \sigma_\theta = p \frac{R^2}{R^2 - R'^2} \left( 1 + \frac{R'^2}{r^2} \right)$$

$$U = \frac{1+\nu}{E} r \sigma_r \frac{R'^2 + (1-2\nu)r^2}{r^2 - R'^2}$$

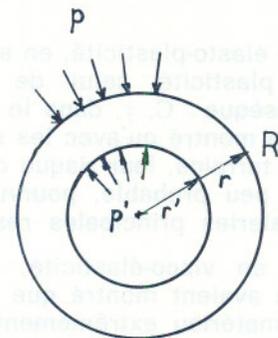


Fig. 8

$$D'o\grave{u} U(R) = \rho R \frac{(1 + \nu)}{E} \frac{R'^2 + (1 - 2\nu)R^2}{R^2 - R'^2} \quad (2)$$

3.1.6.

Dans le terrain (pour  $R \ll r$ ), on a, en supposant que pour  $r$  infini, le d\`eplacement  $U$  s'annule :

$$\sigma_r = -\sigma_\theta = \rho \frac{R^2}{r^2} ; U(r) = -\frac{1 + \nu}{E} r \sigma_r,$$

$$d'o\grave{u} : U(R) = -\rho R \frac{1 + \nu}{E} \quad (3)$$

**3.2. Prise en compte des comportements rh\`eologiques (visco-\`elasticit\`e) du rev\`etement et du terrain**

3.2.1. LOIS DE FLUAGE ADOPT\`EES

3.2.1.1.

Dans l'attente des r\`esultats des essais triaxiaux de longue dur\`ee, en cours, sur les propri\`et\`es rh\`eologiques des terrains travers\`es, nous avons suppos\`e que le terrain, aussi bien que le mat\`eriel du rev\`etement, peuvent \`etre assimil\`es \`a des solides visqueux susceptibles de fluage lin\`eaire.

Deux mod\`eles de comportement ont \`ete envisag\`es :

3.2.1.2.

Le mod\`ele de Kelvin-Voigt pour lequel la d\`eformation totale  $\epsilon_j$  du mat\`eriel  $j$  d\`ue \`a l'application de la contrainte monoaxiale  $\sigma$  maintenue constante \`a partir du temps  $t_0$  vaut, au temps  $t$  :

$$\epsilon_j(t) = \frac{\sigma}{E_j} [1 + \phi_j (1 - e^{-\gamma_j(t-t_0)})] \quad (4)$$

(fig. 9.1)

o\`u : —  $E_j$  est le module de d\`eformation instantan\`ee du mat\`eriel

—  $\phi_j$  est le facteur de fluage (rapport entre la d\`eformation diff\`er\`ee finale et la d\`eformation instantan\`ee)

—  $\gamma_j$  est le coefficient de vitesse de fluage (le fluage s'effectue d'autant plus rapidement que  $\gamma_j$  est plus grand).

Si  $\sigma$  varie \`a partir de  $t_0$ , on a :

$$E_j \epsilon_j(t) = \sigma(t_0) [1 + \phi_j (1 - e^{-\gamma_j(t-t_0)})] + \int_{t_0}^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} [1 + \phi_j (1 - e^{-\gamma_j(t-\tau)})] d\tau$$

soit, en int\`egrant par parties :

$$E_j \epsilon_j(t) = \sigma(t) + \phi_j \gamma_j \int_{t_0}^t \sigma(\tau) \cdot e^{-\gamma_j(t-\tau)} d\tau \quad (5)$$

On remarque que dans un tel mod\`ele, la d\`eformation finale  $\epsilon_j(\infty)$  engendr\`ee par des contraintes finies reste finie. C'est bien l\`a le comportement des mat\`eriaux que traversera le tunnel sous la Manche, sous les contraintes assez faibles qui les solliciteront et qu'ont prouv\`e les essais monoaxiaux de fluage (figure 18).

3.2.1.3.

Le mod\`ele de Burgers, pour lequel au contraire, la d\`eformation sous contrainte constante cro\^it ind\`efiniment, suivant la loi :

$$\epsilon_j(t) = \frac{\sigma}{E_j} [1 + \phi_j (1 - e^{-\gamma_j(t-t_0)}) + \beta_j (t - t_0)]$$

(fig. 9.2)

o\`u  $\beta_j$  est la constante d'amortissement du terrain.

Ce comportement entra\^ene in\`eluctablement la rupture du mat\`eriel au temps  $t_i$  o\`u est atteinte sa d\`eformation ultime  $\epsilon_{ju} = \epsilon_j(t_i)$ . Les essais de fluage effectu\`es pour la Manche ont montr\`e qu'il faudrait que les terrains rencontr\`es devraient \`etre soumis \`a des contraintes beaucoup plus \`elev\`ees qu'en r\`ealit\`e pour risquer de pr\`esenter ce comportement.

C'est donc \`a titre de simple curiosit\`e que nous \`etudions le mod\`ele de Burgers, au § III, 2.7.

3.2.1.4.

Nous supposons que ces lois de comportement demeurent valables dans le cas pr\`esent de contraintes triaxiales et que les coefficients de Poisson restent constants dans le temps.

Nous d\`esignons ci-apr\`es par :

$E, \nu, \phi,$  et  $\gamma$  les caract\`eristiques du terrain  
 $E', \nu', \phi',$  et  $\gamma'$  celles du rev\`etement.

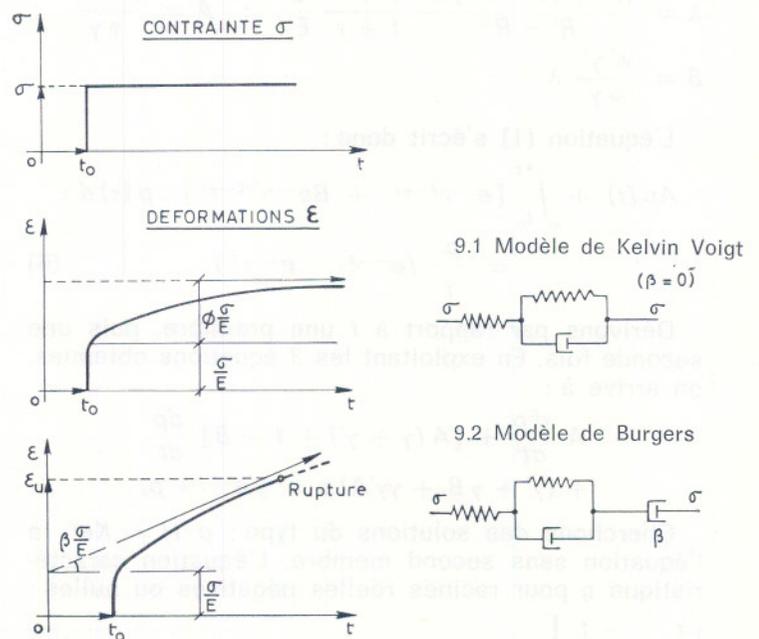


Fig. 9

3.2.2. DEPLACEMENT RADIAL  
DE LA PAROI DE L'EXCAVATION (r = R)  
(modèle de Kelvin)

3.2.2.1. Déplacement du terrain : les équations (3) et (5) donnent :

— pour  $t \leq t_0$  :  $U(t) = \frac{1 + \nu}{E} R p_0 [1 + \phi (1 - e^{-\gamma t})]$

— pour  $t_0 \leq t$  :

$$U(t) = \frac{1 + \nu}{E} R \left[ p_0 [1 + \phi (1 - e^{-\gamma t})] - p(t) \phi \gamma \int_{t_0}^t p(\tau) e^{-\gamma'(t-\tau)} d\tau \right]$$

3.2.2.2. Déplacement de la surface extérieure du revêtement

Les équations (2) et (5) donnent :

$$U'(t) = \frac{1 + \nu'}{E'} R \frac{R'^2 + (1 - 2\nu) R^2}{R^2 - R'^2} \left[ p(t) + \phi' \gamma' \int_{t_0}^t p(\tau) e^{-\gamma'(t-\tau)} d\tau \right]$$

3.2.2.3.

La compatibilité des déplacements du terrain et du revêtement à toute époque au-delà du temps  $t_0$  impose que :

$$U'(t) = U(t) - U(t_0) \tag{1}$$

3.2.3. RESOLUTION : VALEUR DE LA PRESSION RADIALE APPLIQUEE AU REVETEMENT  
(Modèle de Kelvin)

Posons :

$$\lambda = \frac{R'^2 + (1 - 2\nu) R^2}{R^2 - R'^2} \frac{1 + \nu'}{1 + \nu} \frac{E}{E'} ; A = \frac{1 + \lambda}{\phi \gamma} ;$$

$$B = \frac{\phi' \gamma'}{\phi \gamma} \lambda$$

L'équation (1) s'écrit donc :

$$A p(t) + \int_{t_0}^t [e^{-\gamma'(t-\tau)} + B e^{-\gamma'(t-\tau)}] p(\tau) d\tau = \frac{p_0}{\gamma} (e^{-\gamma t_0} - e^{-\gamma t}) \tag{6}$$

Dérivons par rapport à  $t$  une première, puis une seconde fois. En exploitant les 3 équations obtenues, on arrive à :

$$A \frac{d^2 p}{dt^2} + [A(\gamma + \gamma') + 1 + B] \frac{dp}{dt} + (\gamma' + \gamma B + \gamma \gamma' A) p = \gamma' e^{-\gamma t_0} p_0$$

Cherchons des solutions du type :  $p(t) = K e^{\alpha t}$ , à l'équation sans second membre. L'équation caractéristique a pour racines réelles négatives ou nulles :

$$\left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \alpha' \end{matrix} \right. = \frac{-1}{2A} \left[ A(\gamma + \gamma') + 1 + B \pm \sqrt{\{A(\gamma - \gamma') + 1 - B\}^2 + 4B} \right] \tag{7}$$

D'où,  $K$  et  $K'$  désignant des constantes :

$$p(t) = K e^{\alpha t} + K' e^{\alpha' t} + \tau_0$$

$$\text{avec } \tau_0 = \frac{p_0 e^{-\gamma t_0}}{1 + \gamma \left( A + \frac{B}{\gamma'} \right)}$$

Portons cette solution dans (6). En identifiant les termes :

- constants : on obtient une identité
- en  $e^{\alpha t}$  et  $e^{\alpha' t}$  : on retrouve (7)
- en  $e^{-\gamma t}$  et  $e^{-\gamma' t}$  : on obtient les valeurs de  $K$  et  $K'$  :

$$K = p_0 e^{-(\alpha + \gamma)t_0} \frac{(\alpha + \gamma)(\alpha + \gamma')}{(\alpha - \alpha')(\gamma - \gamma')} \left[ 1 + \alpha' \frac{1 + A\gamma' + B}{\gamma' + \gamma(A\gamma' + B)} \right]$$

et  $K'$  s'obtient en changeant  $\alpha$  en  $\alpha'$  et vice-versa.

D'où, avec  $C = A\gamma' + B = \{1 + \lambda(1 + \phi')\} \frac{\gamma'}{\gamma \phi}$

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma t_0} \left[ \frac{\gamma'}{\gamma' + \gamma C} + \frac{1}{(\alpha - \alpha')(\gamma - \gamma')} \left[ e^{\alpha(t-t_0)} (\alpha + \gamma)(\alpha + \gamma') \left( 1 + \alpha' \frac{1 + C}{\gamma' + \gamma C} \right) - e^{\alpha'(t-t_0)} (\alpha' + \gamma)(\alpha' + \gamma') \left( 1 + \alpha \frac{1 + C}{\gamma' + \gamma C} \right) \right] \right] \tag{8}$$

Dans le cas d'un revêtement dénué de fluage (exemple théorique de voussoirs en fonte parfaitement calés contre l'excavation); cette formule devient ( $\gamma' = \phi' = 0$ ) :

$$p(t) = \frac{p_0 e^{-\gamma t_0}}{1 + \frac{\lambda}{\phi}} \left[ 1 - e^{-\gamma \left( 1 + \frac{\phi}{1 + \lambda} \right) (t-t_0)} \right] \tag{9}$$

Si de plus le revêtement est infiniment rigide ( $\lambda = 0$ ), on retrouve la formule classique de la relaxation linéaire :

$$p(t) = p_0 \frac{\phi}{1 + \phi} e^{-\gamma t_0} (1 - e^{-\gamma(1+\phi)(t-t_0)}) \tag{10}$$

qui montre notamment que la relaxation se produit  $(1 + \phi)$  fois plus vite que le fluage (comparer avec la formule (4)).

3.2.4. VALEUR DU DEPLACEMENT DU TERRAIN

$$U(t_0) = \frac{(1 + \nu)(1 + \phi)}{E} R p_0 \left[ 1 - \frac{\phi}{1 + \phi} e^{-\gamma t_0} \right]$$

$$U(t) = \frac{(1 + \nu)}{E} R p_0 \left[ 1 + \phi + \phi e^{-\gamma t} \left( \phi \frac{\gamma' + \gamma C}{C} - 1 \right) - e^{-\gamma t_0} \left\{ \frac{\gamma'(1 + \phi)}{\gamma' + \gamma C} + \frac{1 + \frac{\alpha'(1 + C)}{(x - \alpha')(\gamma - \gamma')}}{\gamma' + \gamma C} \right\} \right] \left[ (x + \gamma')(x + \gamma - \phi \gamma) e^{\alpha(t-t_0)} - (x' + \gamma')(x' + \gamma - \phi \gamma) e^{\alpha'(t-t_0)} \right]$$

3.2.5. VALEURS FINALES DE LA PRESSION ET DU DEPLACEMENT (Modèle de Kelvin)

Pour t infini, comme  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont négatifs :

$$p(\infty) = p_0 e^{-\gamma t_0} \frac{\phi}{1 + \phi + \lambda(1 + \phi')} \quad (11)$$

$$U(\infty) = R \frac{(1 + \nu)(1 + \phi)}{E} \{ p_0 - p(\infty) \} = U(t_0) \left[ 1 + \lambda \frac{1 + \phi'}{1 + \phi(1 - e^{-\gamma t_0})} \right] \quad (12)$$

3.2.6. CONCLUSIONS

3.2.6.1.

La valeur de la pression  $p(t)$  qui s'exerce sur le revêtement croît progressivement à partir d'une valeur nulle. Mais sa valeur maximale finale,  $p(\infty)$

sera toujours inférieure à la valeur de la pression  $p_0$  qui s'exerçait initialement dans le terrain, avant toute excavation. En effet, le revêtement n'a à s'opposer qu'à la déformation différée, par fluage, du terrain restant encore à effectuer au-delà du temps  $t_0$ , alors que la déformation élastique instantanée et le début de celle par fluage ( $t \leq t_0$ ) se sont effectuées librement.

La valeur maximale de  $p(\infty)$ , obtenue pour une mise en place du revêtement suivant immédiatement l'excavation ( $t_0 = 0$ ) et dans le cas d'un revêtement infiniment rigide ( $\lambda = 0$ ) vaut :

$$p(\infty) = p_0 \frac{\phi}{1 + \phi}$$

(soit  $\frac{p_0}{3}$  à  $\frac{2}{3} p_0$  quand  $\phi$  varie de 0,5 à 2)

3.2.6.2.

L'expression (11) montre que  $p(\infty)$  croît quand  $\lambda$  diminue, c'est-à-dire lorsque le module de déformation instantanée  $E$  du terrain décroît et que son coefficient de Poisson  $\nu$  augmente.

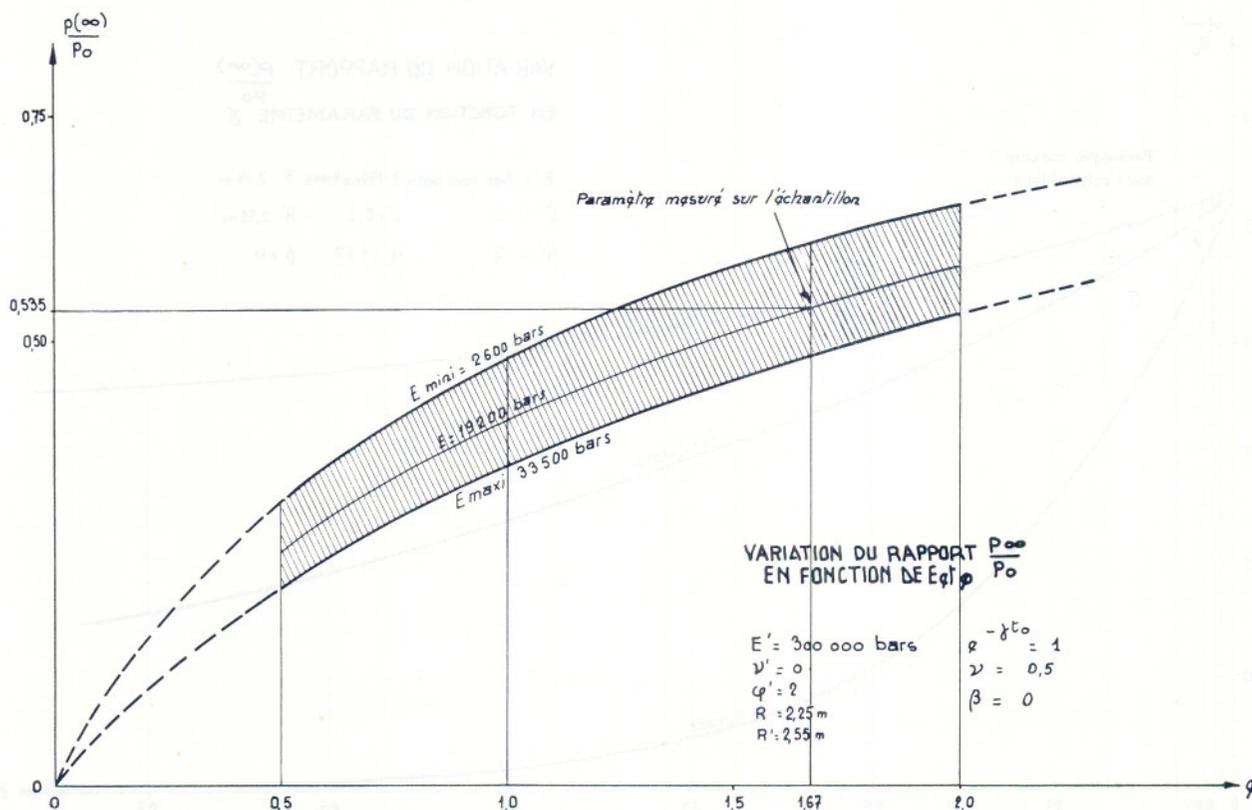


Fig. 10

Ainsi, pour la galerie de service du tunnel sous la Manche, avec un revêtement en voussoirs préfabriqués en béton armé (3) le tableau suivant donne les valeurs de  $\lambda$  pour les fourchettes envisagées pour  $E$  et  $\nu$  :

Valeurs de  $\lambda$

E (bars)	$\nu = 0$	$\nu = 0,5$
2 600	0,070	0,020
33 000	0,883	0,258

Nous adoptons ci-après la valeur maximale possible pour le coefficient de Poisson du terrain, soit  $\nu = 0,5$ .

La figure 10 représente les variations de  $p(\infty)$  en fonction de  $E$  et de  $\phi$ , pour la galerie de service du tunnel sous la Manche.

3.2.6.3.

L'expression (1) montre que la pression finale  $p(\infty)$  diminue fortement quand on augmente le délai  $t_0$  séparant l'excavation de la pose du revêtement.

Le tableau suivant donne les valeurs de  $e^{-\gamma t_0}$  avec à titre d'exemple  $\gamma = 0,05$  par jour.

$t_0$ (jours)	0	1	3	7	14	28
$e^{-\gamma t_0}$	1,0	0,95	0,86	0,70	0,50	0,25

On retrouve là la dialectique des constructeurs de tunnels, qui hésitent toujours dans un terrain fluant entre :

- soit bloquer le terrain aussitôt après l'excavation, comme le demande le responsable du chantier, pour éviter des accidents par chutes de blocs ou des ruptures locales,
- soit au contraire laisser s'effectuer librement le plus longtemps possible les déformations naturelles du terrain ainsi que le souhaiterait l'ingénieur d'études, pour ne solliciter qu'au minimum le revêtement définitif.

Dans le cas de la galerie de service du tunnel sous la Manche, il a été décidé pour des raisons d'organisation de chantier et de délais d'exécution, d'adopter la valeur (par ailleurs défavorable dans le calcul) :  $t_0 = 1$  jour.

3.2.6.4.

De même, la valeur de  $p(\infty)$  diminue quand  $\gamma$  augmente, c'est-à-dire la vitesse avec laquelle le terrain effectue son fluage. Nous avons considéré la fourchette des valeurs  $\gamma$  comprises entre 0,007 et 0,600.

(3)  $R = 2,55$  m ;  $R' = 2,25$  ;  $\frac{E'}{1 + \phi} = 150\,000$  b ;  $\nu' = 0$  (à cause des joints transversaux).

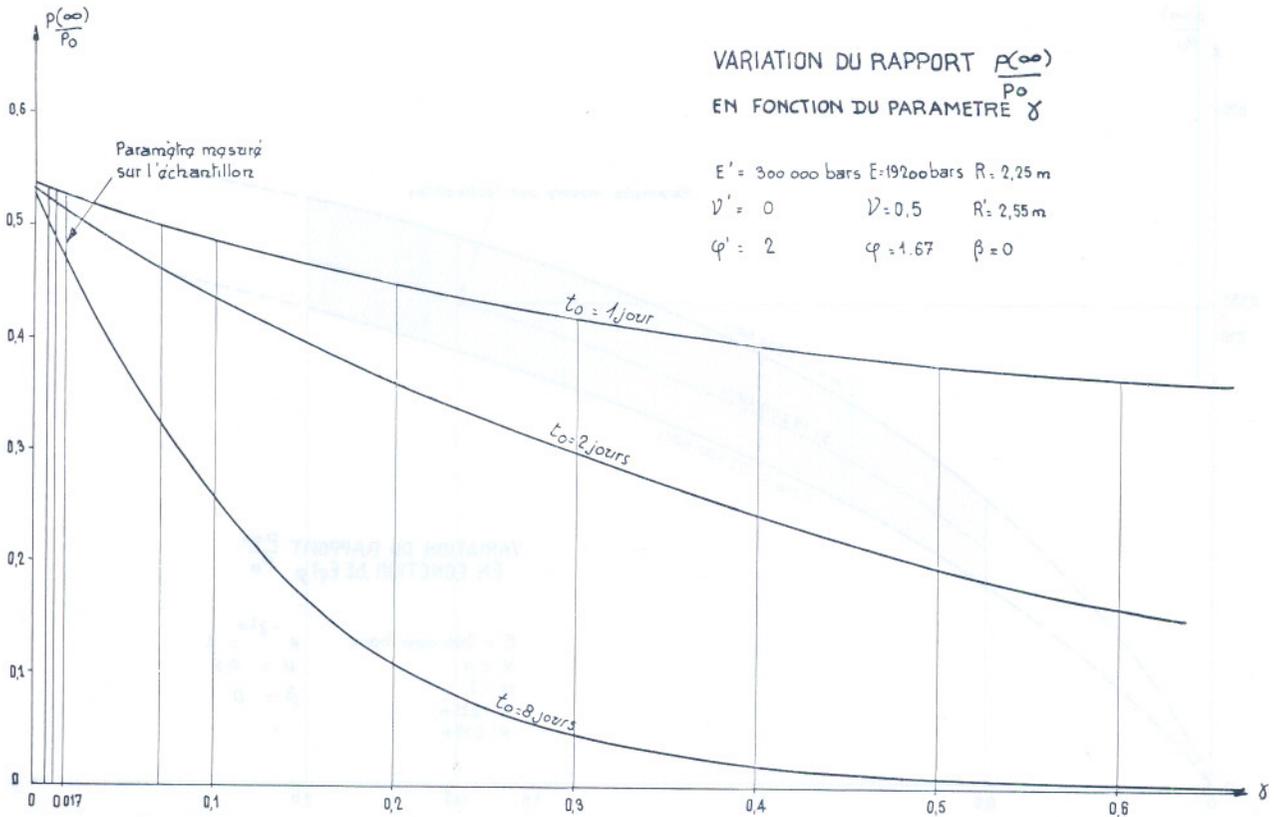


Fig. 11

Pour  $t_0 = 1$  jour, on a :

$\gamma$ (par jour)	0,007	0,050	0,600
$e^{-\gamma t_0}$	0,993	0,951	0,549

ment comme valeur de  $\frac{E}{(1 + \phi')}$  (qui intervient dans (1)) = 150 000 bars.

La figure 11 représente les variations de  $p(\infty)$  avec  $\gamma$  et  $t_0$  dans les conditions de la galerie de service du tunnel sous la Manche.

Nous avons finalement retenu la valeur la plus pessimiste  $\gamma = 0,007$ .

3.2.6.5.

Le fluage du revêtement, s'il est en béton, n'exerce qu'une influence réduite. Nous avons adopté finale-

3.2.6.6.

Enfin, les formules (8) à (10) montrent que la vitesse d'établissement de la pression  $p(t)$  sur le revêtement est plus grande que la vitesse de fluage du terrain laissé libre de se déformer.

Nous retrouvons là le résultat classique suivant lequel la relaxation se produit plus rapidement que le fluage.

3.2.7. CAS OU LE TERRAIN OBEIRAIT AU MODELE RHEOLOGIQUE DE BURGERS (figure 9.2)

a) La déformation totale, au temps  $t$  :  $\varepsilon(t)$ , due à une contrainte constante  $\frac{\sigma}{E}$  appliquée à partir du temps  $t_0$ , vaut :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} \{ 1 + \phi (1 - e^{-\gamma(t-t_0)}) + \beta (t - t_0) \} \quad (\text{pour } t_0 \leq t)$$

Cette déformation croît indéfiniment dans le temps, en tendant asymptotiquement dans le plan  $(\varepsilon, t)$  vers une droite inclinée, jusqu'à ce que se produise la rupture, par atteinte de la déformation ultime du matériau.  $\beta$  est la constante d'amortissement du terrain.

Si  $\sigma$  varie à partir de  $t_0$ , cette loi devient (après intégration par parties)

$$E\varepsilon(t) = \sigma(t) + \int_{t_0}^t (\gamma \phi e^{-\gamma(t-\tau)} + \beta) \sigma(\tau) d\tau \quad (5 \text{ bis})$$

b) Déplacement du terrain : le § III. 221 devient :

— pour  $t \leq t_0$  :  $U(t) = \frac{(1 + \nu)}{E} R p_0 \{ 1 + \phi (1 - e^{-\gamma t}) + \beta t \}$

— pour  $t_0 \leq t$  :

$$U(t) = \frac{(1 + \nu)}{E} R \left[ p_0 \{ 1 + \phi (1 - e^{-\gamma t}) + \beta t \} - p(t) - \int_{t_0}^t (\gamma \phi e^{-\gamma(t-\tau)} + \beta) p(\tau) d\tau \right]$$

c) Valeur de la pression radiale appliquée au revêtement :

Posons :  $\underline{D} = \frac{\beta}{\gamma \phi} \cdot (1)$  s'écrit :

$$A p(t) + \int_{t_0}^t \{ e^{-\gamma(t-\tau)} + B e^{-\gamma\tau(t-\tau)} + D \} p(\tau) d\tau = p_0 \left\{ \frac{e^{-\gamma t_0} - e^{-\gamma t}}{\gamma} + D (t - t_0) \right\} \quad (6 \text{ bis})$$

D'où en dérivant successivement 3 fois :

$$A \frac{d^3 p}{dt^3} + \{ 1 + B + D + A(\gamma + \gamma') \} \frac{d^2 p}{dt^2} + \{ \gamma' + A \gamma \gamma' + B \gamma + D(\gamma + \gamma') \} \frac{dp}{dt} + D \gamma \gamma' (p - p_0) = 0 \quad (6 \text{ ter})$$

équation dont la solution est du type :

$$p(t) = p_0 + \sum_j K_j e^{\alpha_j t} \quad (j = 1 \text{ à } 3)$$

Où les  $\alpha_j$  sont les 3 racines négatives ou nulles de l'équation du 3° degré :

$$A x^3 + \{ 1 + B + D + A(\gamma + \gamma') \} x^2 + \{ \gamma' + A \gamma \gamma' + B \gamma + D(\gamma + \gamma') \} x + D \gamma \gamma' = 0$$

Et où les  $K_i$  s'obtiennent en portant ces solutions dans (6) :

$$\text{En particulier } \sum_j K_j e^{\alpha_j t_0} = -p_0$$

Tant que le coefficient d'amortissement  $\beta$  (ou  $D$ ) n'est pas nul, la valeur de la pression  $p$  appliquée au revêtement croît progressivement de 0 (au temps  $t_0$ ) à la valeur originelle  $p_0$  (au bout d'un temps infini).

Montrons le dans le cas simple d'un revêtement démuné de fluage pour lequel  $\gamma' = 0$  (et donc  $B = 0$ ) : l'équation précédente (6 ter) s'abaisse au second degré :

$$p(t) = K_1 (e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_1 t_0}) + K_2 (e^{\alpha_2 t} - e^{\alpha_2 t_0})$$

$$\left[ \begin{array}{l} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{array} = \frac{-1}{2A} \left\{ 1 + D + A\gamma \pm \sqrt{(1 + D + A\gamma)^2 - 4AD\gamma} \right\} \right] \leq 0$$

$$p(t) = p_0 \left\{ 1 + \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \left\{ (\gamma + 1 - e^{-\gamma t_0}) \frac{(e^{\alpha_1(t-t_0)} - e^{\alpha_2(t-t_0)})}{\gamma A} + \alpha_1 e^{\alpha_1(t-t_0)} - \alpha_2 e^{\alpha_2(t-t_0)} \right\} \right\}$$

$$\text{D'où } p(\infty) = p_0$$

d) Déplacements du terrain (exemple où  $\gamma' = 0$ , donc  $B = 0$ )

à  $t = t_0$  :

$$U = \frac{(1 + \nu)}{E} R p_0 \{ 1 + \phi(1 - e^{-\gamma t_0}) + \beta t_0 \}$$

à  $t > t_0$  :

$$U = \frac{(1 + \nu)R}{E} \left\{ p_0 \{ 1 + \beta t_0 + \phi(A\gamma + 1 - e^{-\gamma t_0}) \} - p(t) - K_1 e^{\alpha_1 t} \left[ \frac{\beta}{\alpha_1} + \frac{\gamma\phi}{\alpha_1 + \gamma} \right] - K_2 e^{\alpha_2 t} \left[ \frac{\beta}{\alpha_2} + \frac{\gamma\phi}{\alpha_2 + \gamma} \right] \right\}$$

$$\nu(\infty) = \frac{(1 + \nu)}{E} R p_0 \{ 1 + \lambda + \phi(1 - e^{-\gamma t_0}) + \beta t_0 \}$$

#### 4. ETUDE DU REVETEMENT EN VISCO-ELASTICITE DANS LE CAS GENERAL OU LE SYSTEME N'EST PAS DE REVOLUTION

##### 4.1.

L'emploi de la méthode des éléments finis a permis à l'aide de l'ordinateur, d'examiner le cas plus général où les actions du terrain sur le revêtement ne présentent plus une symétrie de révolution, en tenant compte notamment de :

- l'inégalité entre contraintes préexistantes  $\sigma_V$  et  $\sigma_H$
- l'excavation décalée dans le temps de 3 galeries du tunnel.

En collaboration avec Armines, nous avons envisagé différentes familles de paramètres caractérisant le revêtement d'une part et le terrain d'autre part :

a) En ce qui concerne le revêtement, nous avons supposé qu'il avait un comportement élastique (et non visco-élastique) ; nous venons de voir, en effet, que lorsque le revêtement est en béton, le fluage de ce béton n'exerce qu'une influence réduite sur l'intensité des poussées de terrain ; nous adoptons donc pour le béton un modèle

d'élasticité fictif qui tient compte à la fois de la déformation différée et de la déformation instantanée ; pour d'autres matériaux envisageables tels que la fonte, il n'y a pas de fluage.

Les revêtements ont été supposés d'épaisseur constante ; plusieurs épaisseurs ont été envisagées pour analyser l'incidence de la raideur du revêtement sur l'importance des sollicitations du revêtement.

b) Nous avons essentiellement envisagé le cas courant où la galerie est située dans une seule couche géologique, le Cénomanién (4).

La loi de fluage adoptée pour le terrain est celle donnée précédemment, c'est-à-dire :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} \left[ 1 + \varphi(1 - e^{-\gamma(t-t_0)}) \right] \quad (4)$$

Nous avons fait varier le modèle d'élasticité instantanée  $E$  du terrain entre 2 600 bars et 33 000 bars ; le paramètre  $\gamma$  a été choisi suffisamment faible pour que  $e^{-\gamma t_0}$  reste voisin de 1 lorsque  $t_0 = 1$  jour ( $\gamma = 0,007$ ).

(4) D'autres études ont été néanmoins effectuées dans le cas où le tunnel se rapproche de l'argile du Gault.

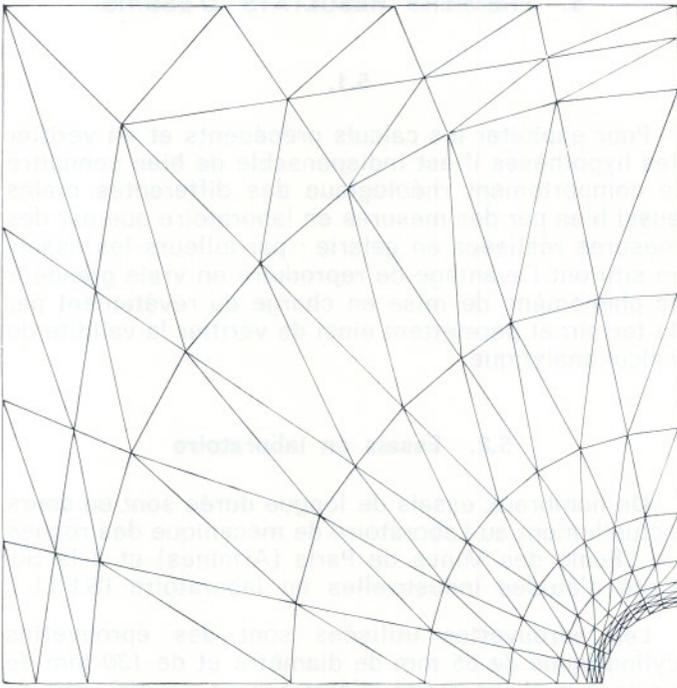


Fig. 12. — Schéma de calcul du réseau d'éléments finis

Nous n'avons pas fait varier le paramètre  $\varphi$  dans les calculs sur ordinateur, mais nous avons supposé que les intensités de poussée de terrain variaient avec  $\varphi$  selon la loi (1) démontrée dans le cas où le système est de révolution.

Nous avons adopté la valeur la plus probable du coefficient de Poisson du terrain  $\nu = 0,3$  (valeur moyenne des résultats des essais préliminaires).

Enfin, comme vu au § 2.4., nous nous sommes limités à examiner les cas où  $\sigma_H = 0$  dans le terrain ce qui nous a permis d'envisager ensuite des valeurs quelconques du rapport  $\frac{\sigma_H}{\sigma_V}$ .

c) La figure 12 donne le schéma de calcul du réseau d'éléments finis retenu dans le cas de l'étude du comportement de la seule galerie de service.

#### 4.2. Exemple numérique

Nous donnons ci-après les valeurs numériques des pressions de terrain (figure 13) et des sollicitations dans le revêtement en béton d'épaisseur 36 cm de la galerie de service (figures 14 et 15) dans les hypothèses suivantes :

- $\sigma_V = 10$  bars                       $\sigma_H = 4$  bars
- $E = 2600$  bars                      et                       $\nu = 0,3$
- $\varphi = 1,8$

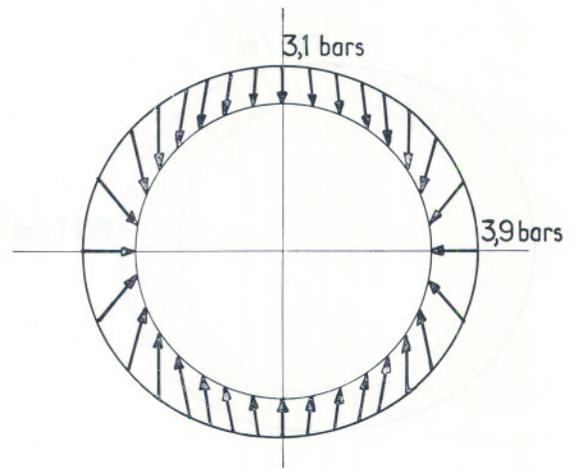


Fig. 13. — Courbe des pressions exercées par le terrain sur le revêtement

#### 4.3.

Afin de faciliter le dégrossissage des différents revêtements de galerie, nous avons établi des abaques donnant la variation des sollicitations des revêtements : moment de flexion et effort normal en clé (ou radier) et aux naissances, en fonction des caractéristiques de revêtement et de terrain. Ces abaques ont été tracés en supposant que  $\sigma_H = 0$  ; l'effort normal en clé (ou en radier) est donc nul. Nous avons supposé par ailleurs que  $\nu = 0,3$ .

Pour les courbes de variation de l'effort normal  $N$  aux naissances, nous avons porté en abscisse une grandeur sans dimension soit :

$\frac{E'S}{ER_m}$  ; où  $S$  représente la section du revêtement par unité de longueur et  $R_m$  le rayon moyen du revêtement.

En ordonnée nous lisons la valeur sans dimension

$$\frac{10 N}{\sigma_V R_m}$$

Pour les courbes de variation des moments de flexion en clé, en radier et aux naissances nous avons

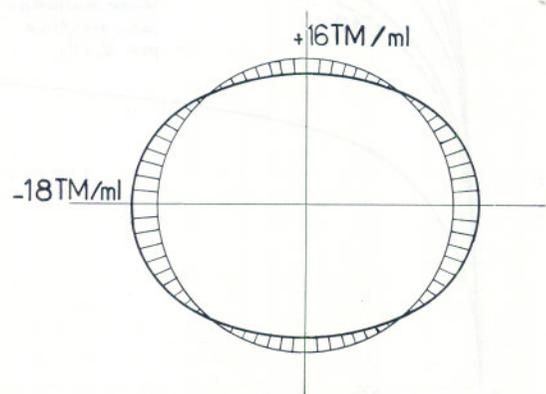


Fig. 14. — Variation du moment de flexion

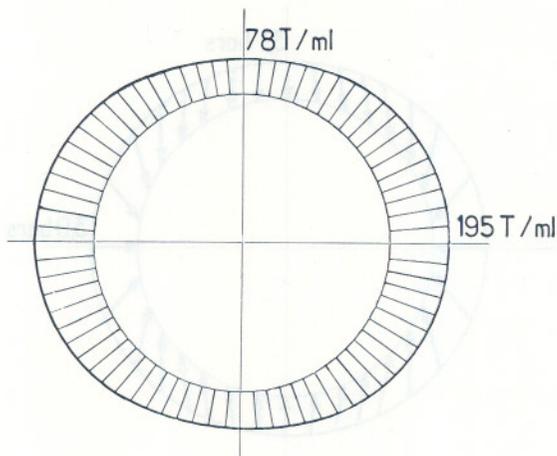


Fig. 15. — Variation d'effort normal

porté en abscisse une grandeur sans dimension qui permet de comparer la raideur du revêtement à celle du terrain (figure 17), soit :

$$\frac{100 \frac{E'I}{R^2}}{\frac{E}{R}} = \frac{100 E'I}{E R^3}$$

Où  $I$  représente le moment d'inertie du revêtement par unité de longueur (figure 17).

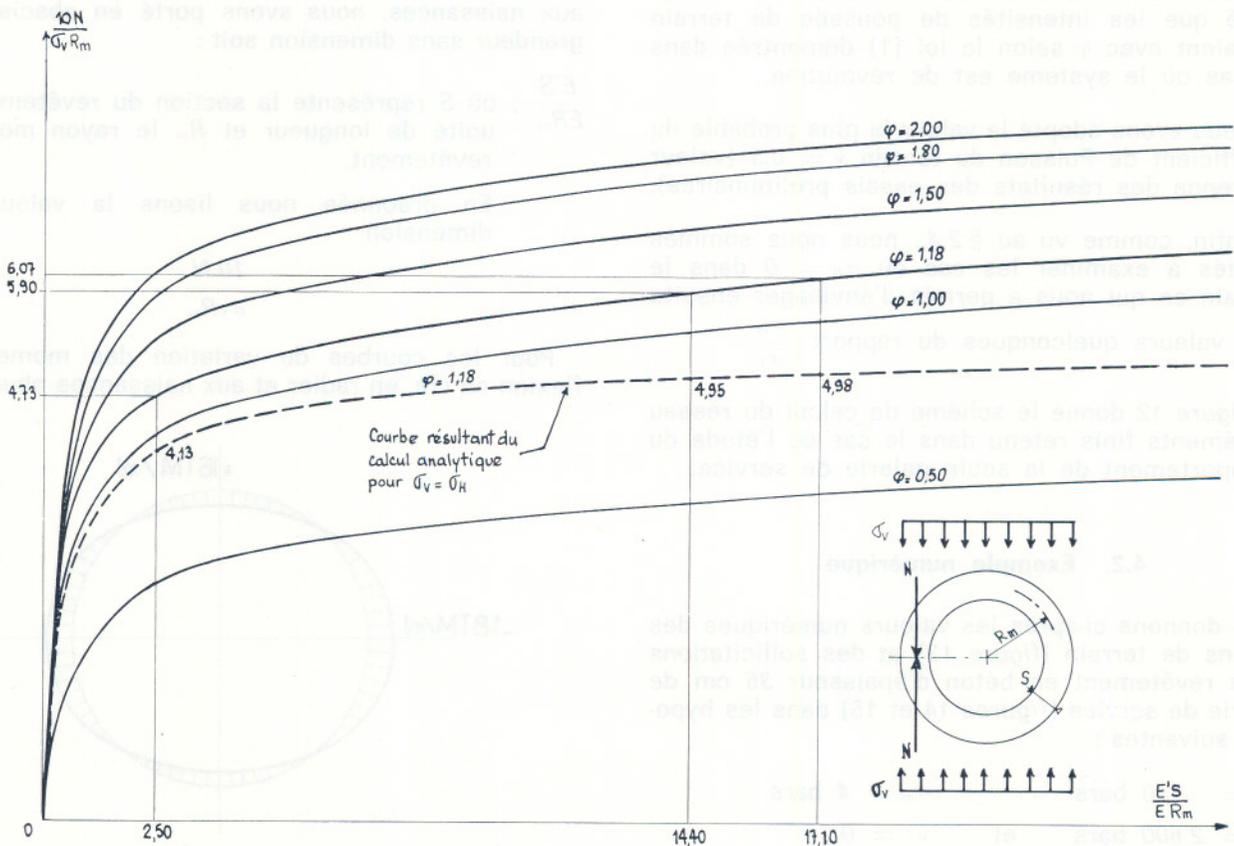


Fig. 16. — Variation de l'effort normal maximal aux naissances en fonction des caractéristiques du terrain et du revêtement  $\sigma_H = 0 ; \nu = 0,3$

## 5. PREMIERS RESULTATS D'ESSAIS

### 5.1.

Pour exploiter les calculs précédents et en vérifier les hypothèses il est indispensable de bien connaître le comportement rhéologique des différentes craies aussi bien par des mesures en laboratoire que par des mesures réalisées en galerie ; par ailleurs les essais in situ ont l'avantage de reproduire en vraie grandeur le phénomène de mise en charge du revêtement par le terrain et permettent ainsi de vérifier la validité du calcul analytique.

### 5.2. Essais en laboratoire

De nombreux essais de longue durée sont en cours actuellement au Laboratoire de mécanique des roches de l'Ecole des Mines de Paris (Armines) et à la Société d'études industrielles en laboratoire (S.E.I.L.).

Les éprouvettes utilisées sont des éprouvettes cylindriques de 65 mm de diamètre et de 130 mm de hauteur au Laboratoire d'Armines et de 100 mm de diamètre et 250 mm de hauteur au Laboratoire de S.E.I.L. Le chargement de l'éprouvette est monoaxial ; l'effort sur l'éprouvette est exercé par un vérin plat dont la membrane mobile agit sur un piston.

Les essais en cours sont des essais de fluage et de relaxation réalisés dans les mêmes conditions de température et d'hygrométrie que celles des galeries,

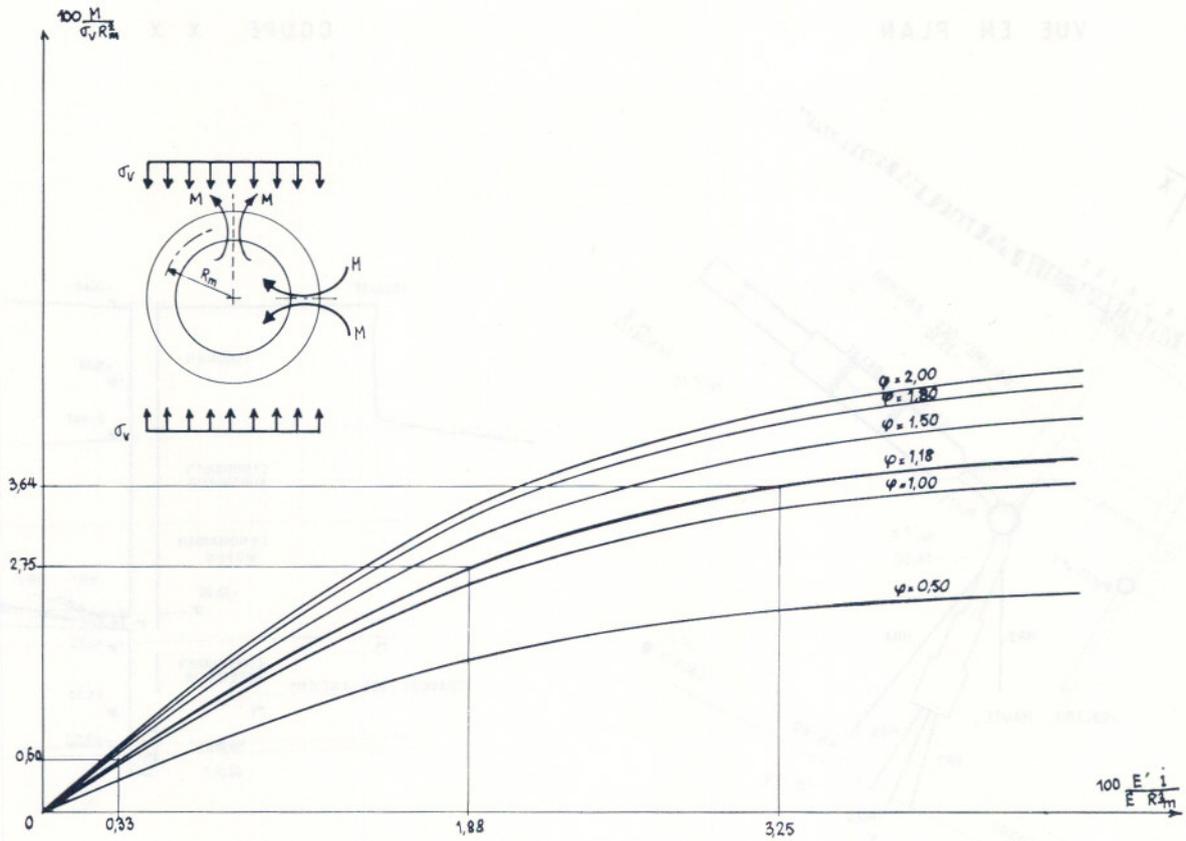


Fig. 17. — Variation du moment de flexion aux naissances en clé et en radier en fonction des caractéristiques du terrain et du revêtement  $\sigma_H = 0, \nu = 0,3$

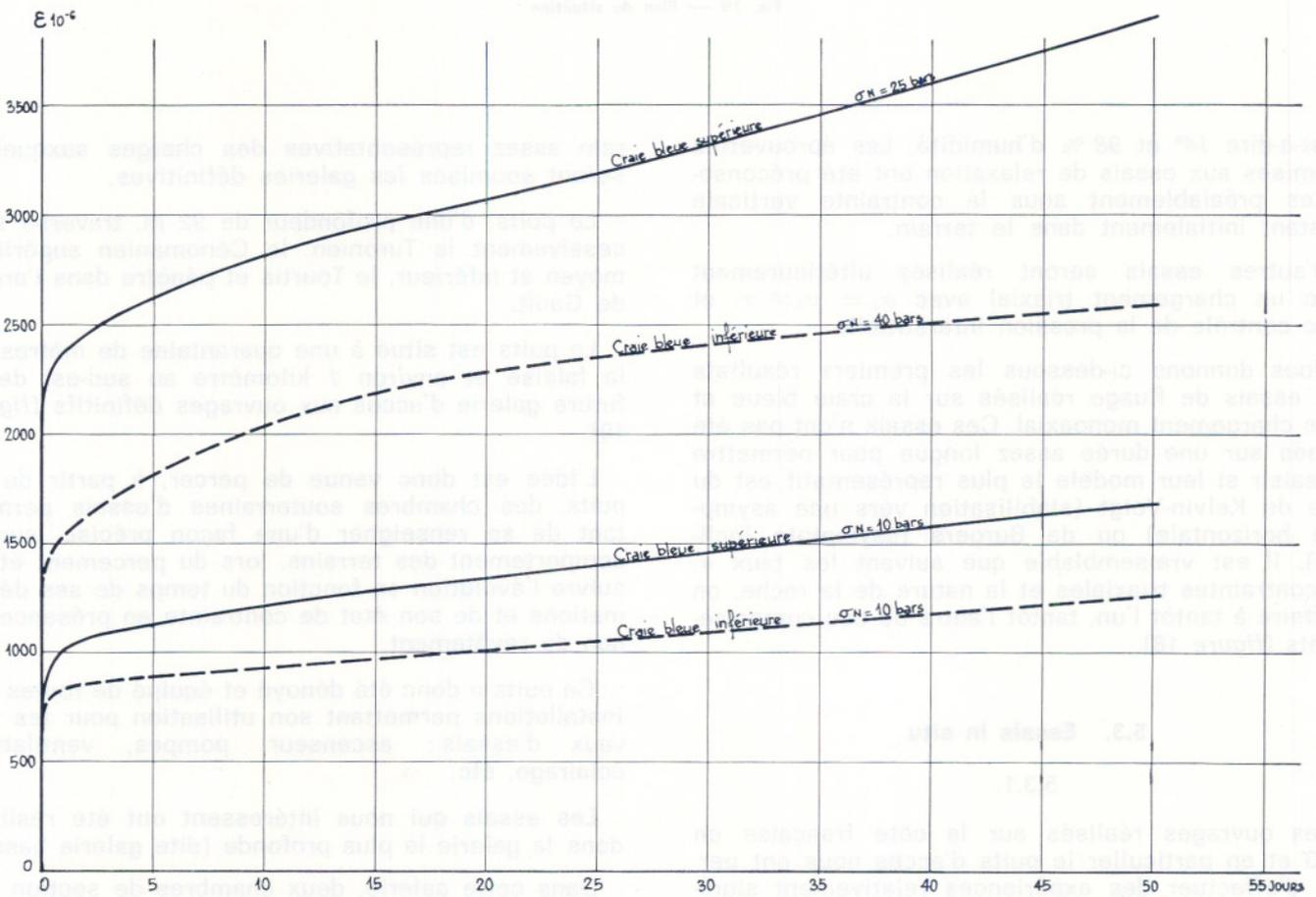


Fig. 18. — Premiers résultats des essais de fluage de la craie bleue

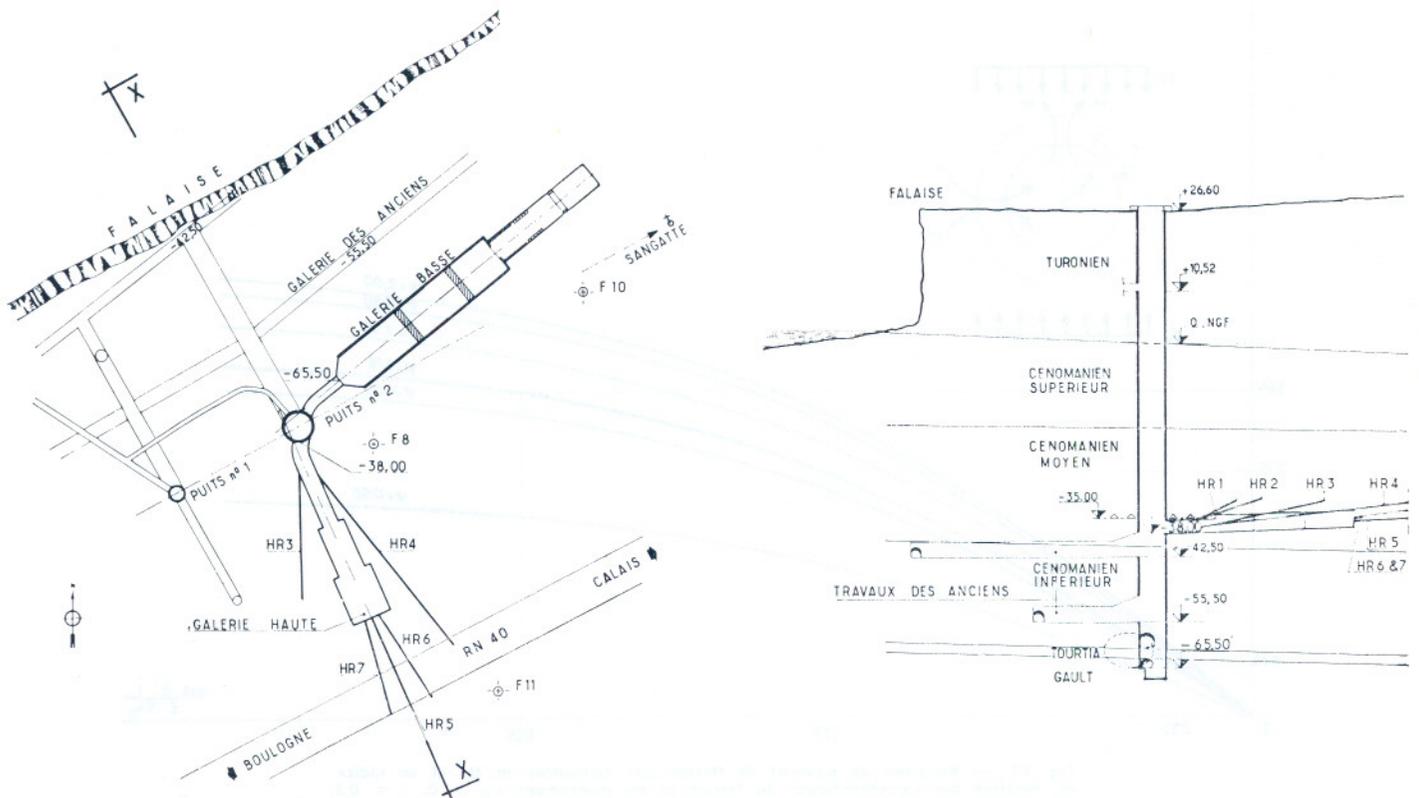


Fig. 19 — Plan de situation

c'est-à-dire 14° et 98 % d'humidité. Les éprouvettes soumises aux essais de relaxation ont été préconsolidées préalablement sous la contrainte verticale existant initialement dans le terrain.

D'autres essais seront réalisés ultérieurement avec un chargement triaxial avec  $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3$  et avec contrôle de la pression interstitielle.

Nous donnons ci-dessous les premiers résultats des essais de fluage réalisés sur la craie bleue et sous chargement monoaxial. Ces essais n'ont pas été menés sur une durée assez longue pour permettre de saisir si leur modèle le plus représentatif est du type de Kelvin-Voigt (stabilisation vers une asymptote horizontale) ou de Burgers (asymptote inclinée). Il est vraisemblable que suivant les taux  $\sigma_1$  de contraintes triaxiales et la nature de la roche, on a affaire à tantôt l'un, tantôt l'autre de ces comportements (figure 18).

### 5.3. Essais in situ

#### 5.3.1.

Les ouvrages réalisés sur la côte française en 1883 et en particulier le puits d'accès nous ont permis d'effectuer des expériences relativement significatives, avec des charges hydrauliques et de ter-

rain assez représentatives des charges auxquelles seront soumises les galeries définitives.

Le puits, d'une profondeur de 92 m, traverse successivement le Turonien, le Cénomaniens supérieur, moyen et inférieur, le Tourtia et pénètre dans l'argile de Gault.

Le puits est situé à une quarantaine de mètres de la falaise et environ 1 kilomètre au sud-est de la future galerie d'accès aux ouvrages définitifs (figure 19).

L'idée est donc venue de percer, à partir de ce puits, des chambres souterraines d'essais permettant de se renseigner d'une façon précise, sur le comportement des terrains, lors du percement et de suivre l'évolution en fonction du temps de ses déformations et de son état de contrainte en présence ou non de revêtement.

Ce puits a donc été dénoyé et équipé de toutes les installations permettant son utilisation pour les travaux d'essais : ascenseur, pompes, ventilation, éclairage, etc.

Les essais qui nous intéressent ont été réalisés dans la galerie la plus profonde (dite galerie basse).

Dans cette galerie, deux chambres de section circulaire ont été réalisées : la première d'environ 40 m

de long et de 7,20 m de diamètre, soit à peu de chose près le diamètre d'excavation des futurs tunnels principaux ; la seconde sur une longueur de 25 m avec un diamètre brut de 5 m, c'est-à-dire correspondant à celui de la future galerie de service.

La demi-section supérieure de la grande chambre est située dans la craie bleue, la demi-section inférieure dans le Tourtia et le Gault sur environ 1,50 m ; la seconde chambre est entièrement située dans la craie bleue. Les essais qui sont réalisés dans cette galerie permettent de mesurer les incidences plus ou moins marquées dans chacune des 2 chambres, de la proximité de la couche d'argile du Gault, L'éventualité de voir les galeries du tunnel sous la Manche s'approcher de la couche d'argile du Gault doit, en effet, être envisagée (figure 20).

Les essais dont nous donnons la description sommaire ci-dessous sont tous en cours actuellement dans le puits de 1883. D'autres essais, en particulier ceux concernant les mesures de mouvement de terrain et les mesures de déformation dans le revêtement, seront réalisés au fur et à mesure de l'avancement de la galerie de service.

### 5.3.2. MESURE DES MOUVEMENTS DE TERRAIN AUTOUR DE LA GALERIE

Ces essais ont été réalisés en collaboration avec Armines.

Une galerie de faîte de petites dimensions a été exécutée en priorité dans la galerie définitive, afin de poser des boulons qui sont ancrés dans le terrain à plusieurs mètres de l'excavation et libres à l'autre extrémité, permettant ainsi de suivre les mouvements relatifs du terrain entre le point d'ancrage et le profil d'excavation lors du creusement de la chambre. Les mouvements du profil d'excavation ont, par ailleurs, été mesurés directement par des levés topographiques.

Les courbes représentatives en fonction du temps des mouvements absolus du terrain après creusement donnent une allure des courbes de relaxation du terrain. Ces courbes présentent plusieurs changements de pente correspondant aux différentes phases des travaux de bétonnage et d'excavation de la galerie.

D'autres boulons ont été placés sur la circonférence de la chambre une fois excavée totalement, afin de suivre les mouvements de terrain dans toutes les directions, en particulier dans l'argile du Gault et d'apprécier le freinage du mouvement des terrains opéré par la mise en place du revêtement en béton projeté.

En faisant l'hypothèse que le terrain a un comportement viscoélastique, il est possible d'obtenir, à partir des valeurs des déplacements absolus, les caractéristiques mécaniques du terrain, c'est-à-dire essentiellement  $E$  et  $\phi$ . (figure 21).

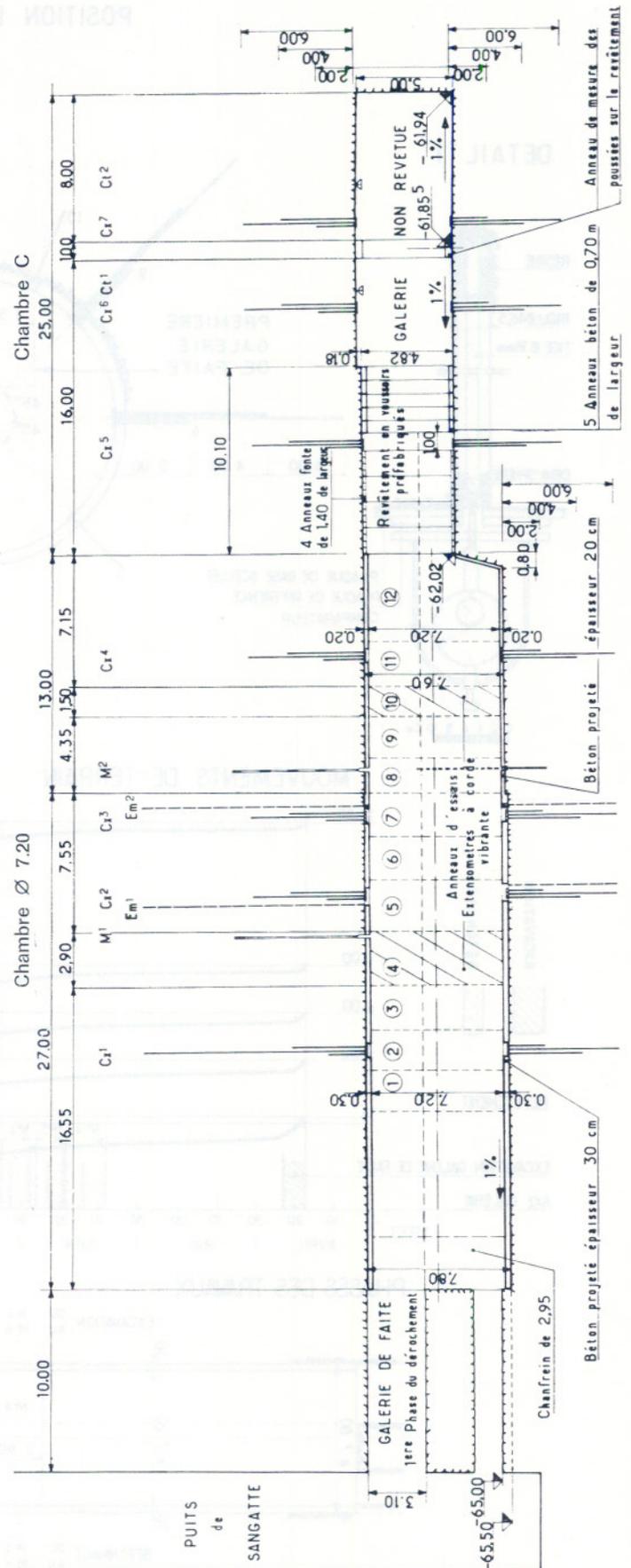


Fig. 20. — Coupe longitudinale de la galerie basse

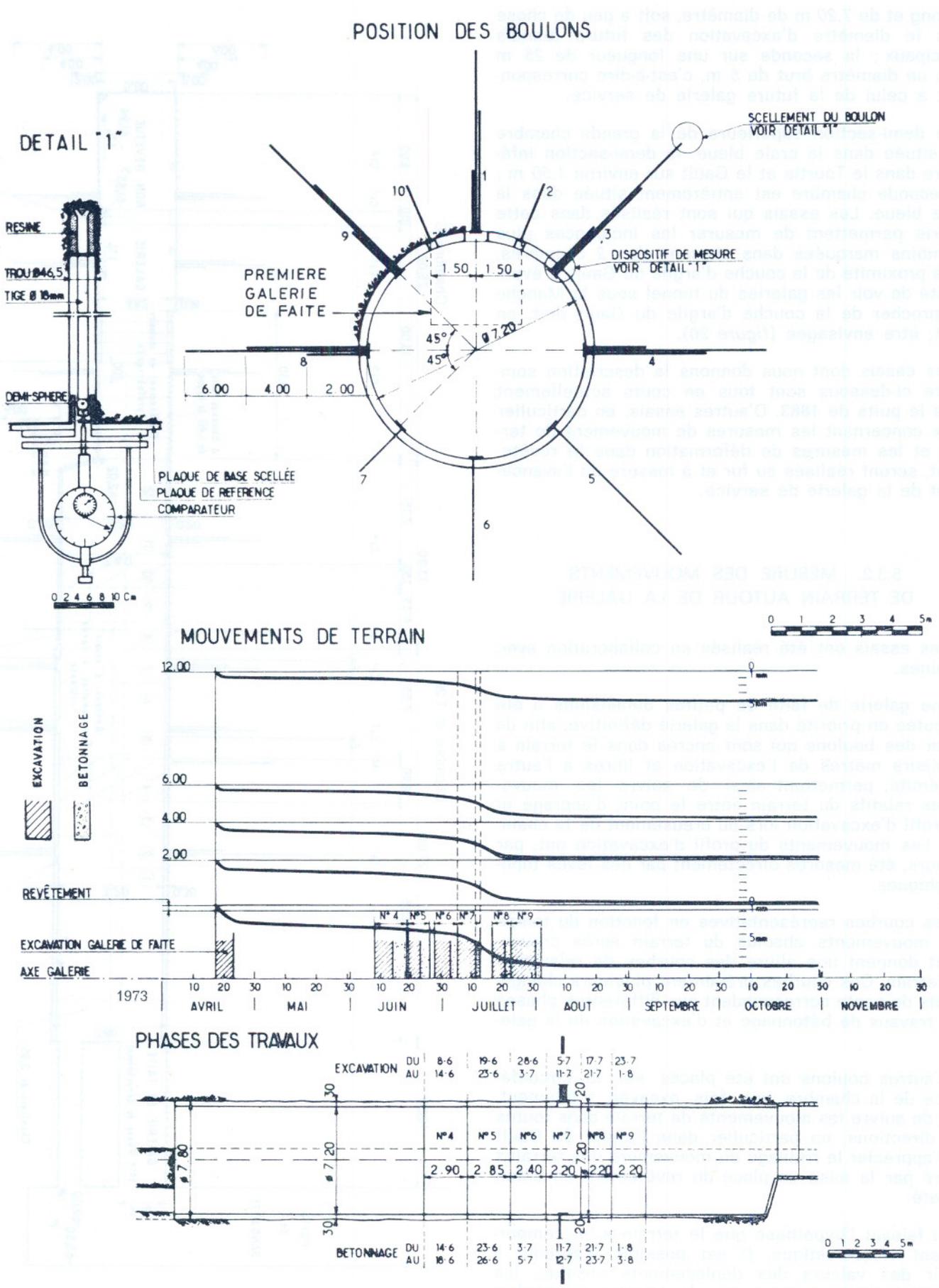


Fig. 21. — Mesure des mouvements de terrain autour de la galerie

### 5.3.3. MESURE DES DEFORMATIONS DANS LE REVETEMENT EN BETON

2 anneaux de revêtement en béton projeté ayant respectivement 30 et 20 cm d'épaisseur ont été équipés de cordes vibrantes permettant de suivre les déformations du béton en fonction du temps et des phases de travaux.

Ces appareils de mesure sont situés en 8 sections de l'anneau et à la fois sur l'intrados et l'extrados.

En outre, pour chacun des deux anneaux, on a réalisé un bloc témoin correcteur en béton projeté, équipé de cordes vibrantes et destiné à mesurer les déformations du béton en l'absence de sollicitations mécaniques.

Enfin des prélèvements d'éprouvettes ont été réalisés systématiquement soit par carottage en  $\varnothing 100$  mm, soit par sciage de prismes dans des blocs de béton projeté ; les essais mécaniques rapides ont été réalisés en laboratoire, les essais de fluage ont par contre été suivis en galerie afin de respecter les conditions locales. La mise en charge des éprouvettes de fluage a été faite à des dates différentes et sous diverses contraintes afin d'en déduire un réseau de courbes de modules théoriques correspondant aux différentes déformations relevées par les cordes vibrantes à différentes dates.

Les courbes représentatives des déformations du béton en fonction du temps permettent de retrouver l'allure générale des courbes de déformation instantanée et de relaxation des terrains dont le mouvement est gêné par la présence du revêtement et qui lui transmettent alors des poussées entraînant un raccourcissement et une ovalisation de l'anneau. 6 mois après la mise en place de l'anneau, les déformations du béton ne se sont pas encore stabilisées totalement.

La connaissance des courbes de déformation du béton permet de tracer les courbes représentatives du moment de flexion et de l'effort normal le long de l'anneau ; ces courbes permettent à leur tour d'évaluer les poussées du terrain ; les poussées d'eau sur le revêtement sont inexistantes compte tenu du drainage réalisé par les différents forages et par les zones de galerie non revêtues de béton ; cependant l'action du terrain sur le revêtement est amplifiée par les forces d'écoulement de l'eau, réparties dans le terrain autour de la galerie. L'action de ces forces d'écoulement est difficile à évaluer correctement par le calcul, le terrain étant hétérogène et percé de nombreux forages qui constituent des drains.

C'est pourquoi il est prévu de prolonger les câbles des cordes vibrantes pour faire les lectures à la sortie du puits et de pouvoir ainsi observer l'incidence sur les déformations du revêtement de la diminution des forces d'écoulement au fur et à mesure que la galerie d'essai sera noyée d'eau.

Les courbes représentatives des sollicitations dans l'anneau sont fortement perturbées par la présence de l'argile de Gault au radier ; l'arc inférieur de l'an-

neau soumis à des poussées d'argile élevées, est encastré au niveau des couches de terrain à module d'élasticité plus élevé tel que le Tourtia.

La courbe représentative du moment de flexion présente également une dissymétrie par rapport à l'axe vertical de la galerie ; ce phénomène s'explique par la dissymétrie géométrique des hauteurs de terrain (la falaise est orientée parallèlement à la galerie) et par l'orientation préférentielle des fissures dans la craie.

En admettant que les composantes normales et tangentielles de la poussée du terrain peuvent se mettre sous la forme d'un développement en série de Fourier, il est possible d'obtenir leurs valeurs par le calcul, à partir des valeurs des sollicitations internes. (figure 22).

### 5.3.4. MESURE DES POUSSÉES DE TERRAIN SUR UN ANNEAU DE BETON ISOLE DANS UNE CHAMBRE NON REVETUE :

Cet essai a été réalisé en collaboration avec le Laboratoire S.E.I.L.

Des vérins plats sont disposés de façon continue entre l'anneau de béton et le terrain de telle sorte que toutes les poussées normales du terrain soient mesurées directement sur des manomètres reliés aux vérins.

Des cordes vibrantes situées dans l'anneau en béton permettent de contrôler les sollicitations dans l'anneau.

Le rôle des vérins plats est passif (fonctionnement en cellules de pression) lors des phases de mise en charge de l'anneau par les poussées naturelles du terrain ; il sera actif lors des opérations de décompression qui sont prévues pour obtenir une valeur moyenne du module du terrain.

La présence de l'argile de Gault, 2 m sous le radier, entraîne des pressions plus élevées au radier qu'en clé. Par ailleurs l'équilibre des forces agissant sur l'anneau met en évidence des forces tangentielles se développant le long de l'anneau. (figure 23).

### 5.3.5.

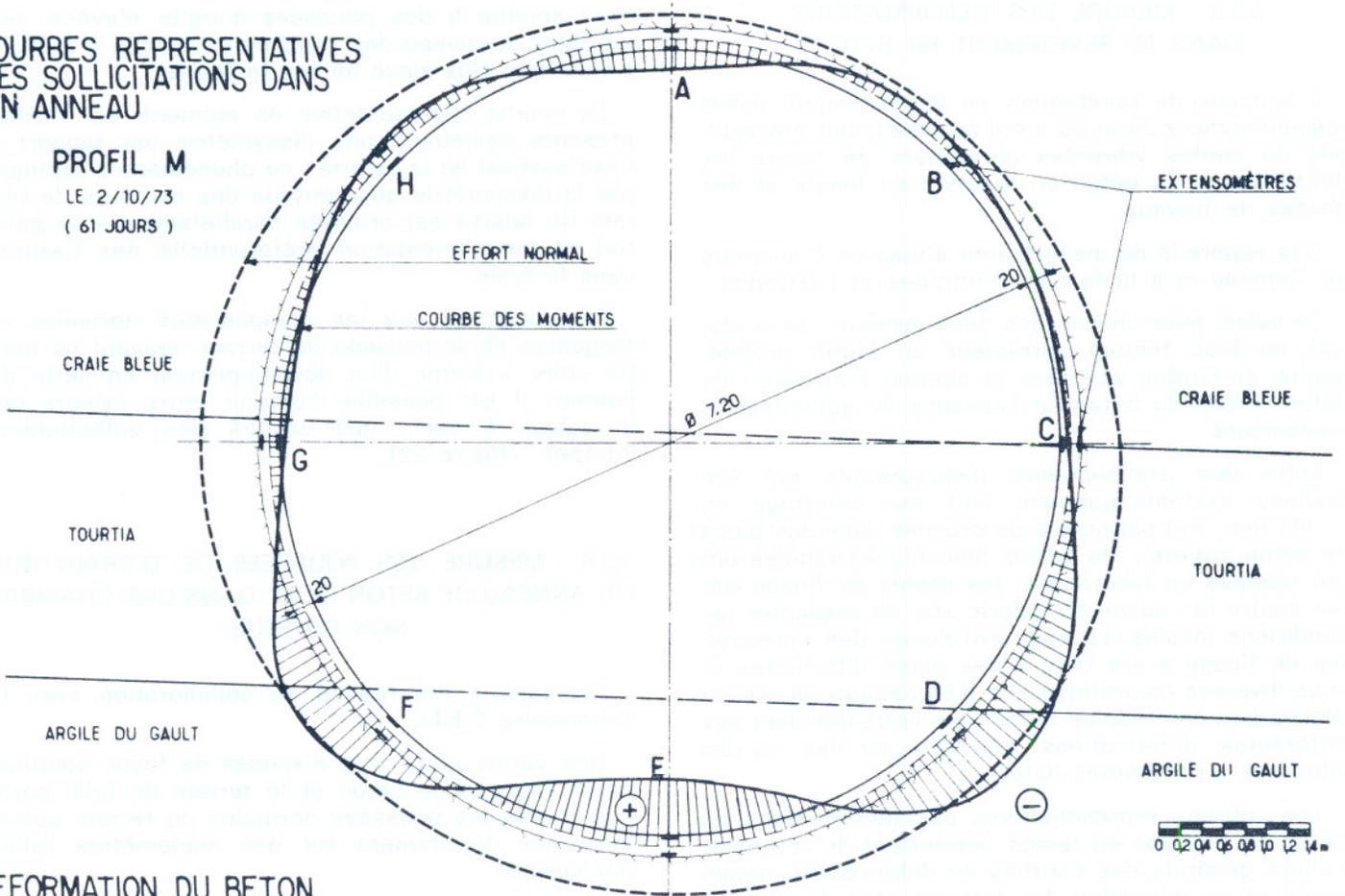
D'autres essais sont en cours dans la galerie et en particulier :

- La mesure des contraintes tangentielles dans le terrain (contrainte verticale et longitudinale) par la méthode du vérin plat.
- La mesure du coefficient de déformabilité du terrain. Mesure in situ et en biaxial à l'aide de 4 vérins plats disposés face à face.
- Essais à rupture des revêtements composés soit de voussoirs préfabriqués en béton, soit de voussoirs en fonte.

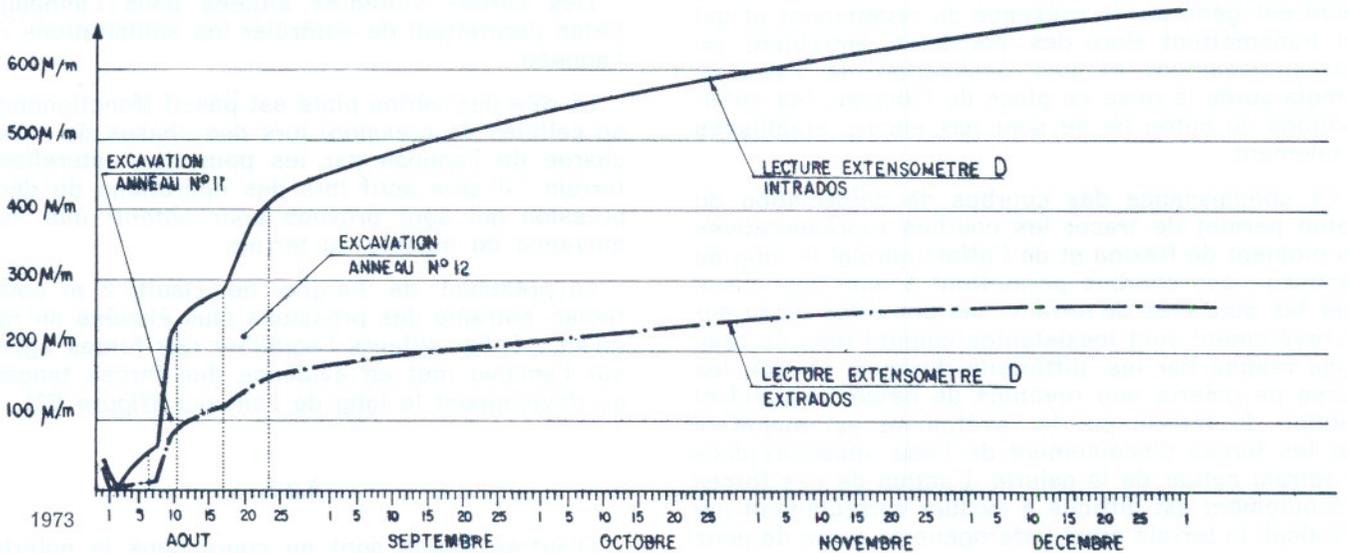
COURBES REPRESENTATIVES DES SOLlicitATIONS DANS UN ANNEAU

PROFIL M

LE 2/10/73  
( 61 JOURS )



DEFORMATION DU BETON



PHASES DE TRAVAUX

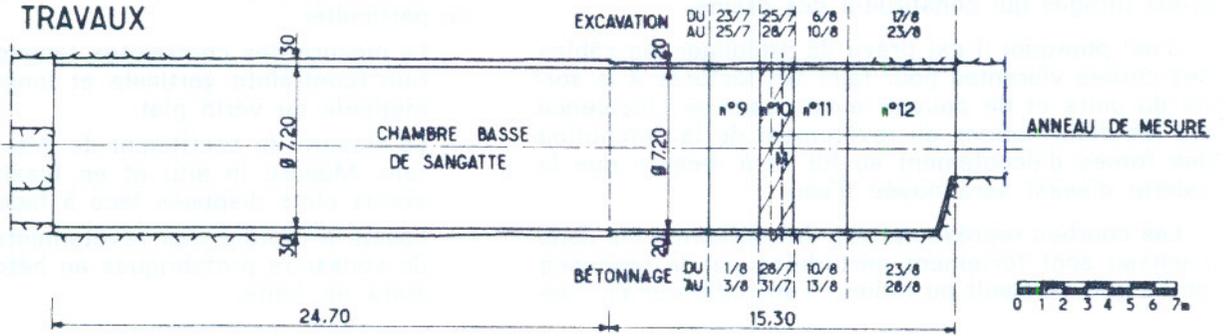
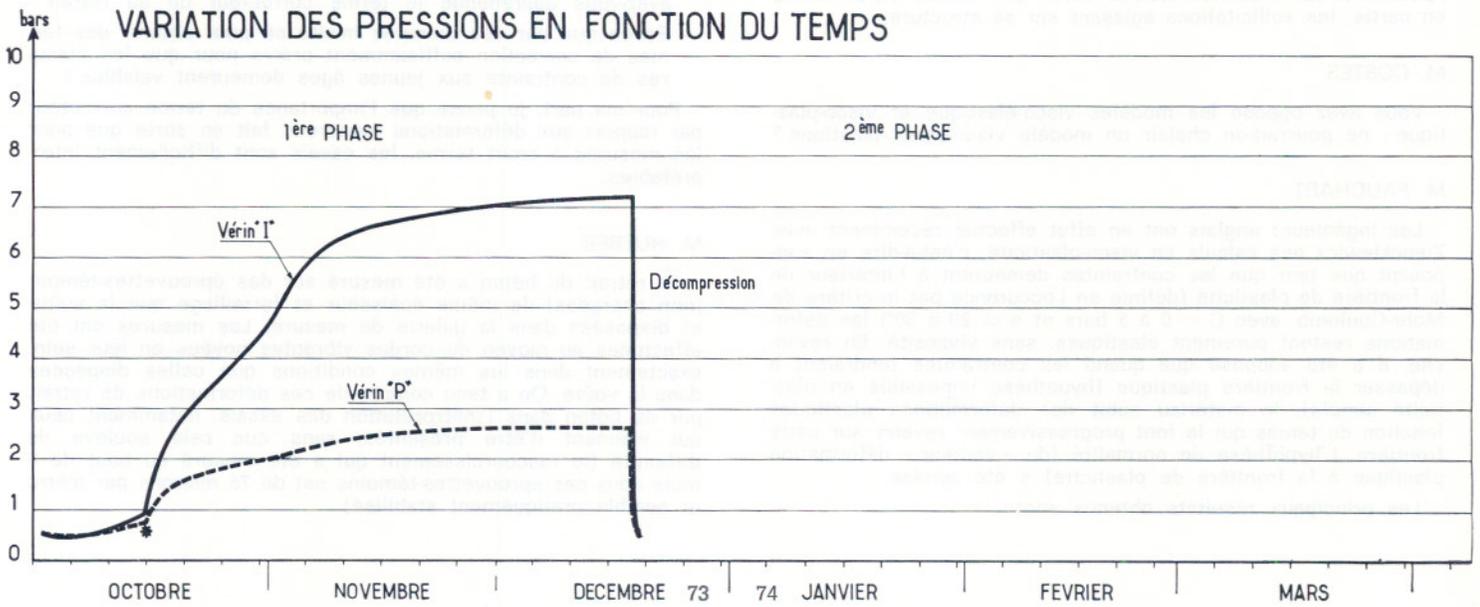
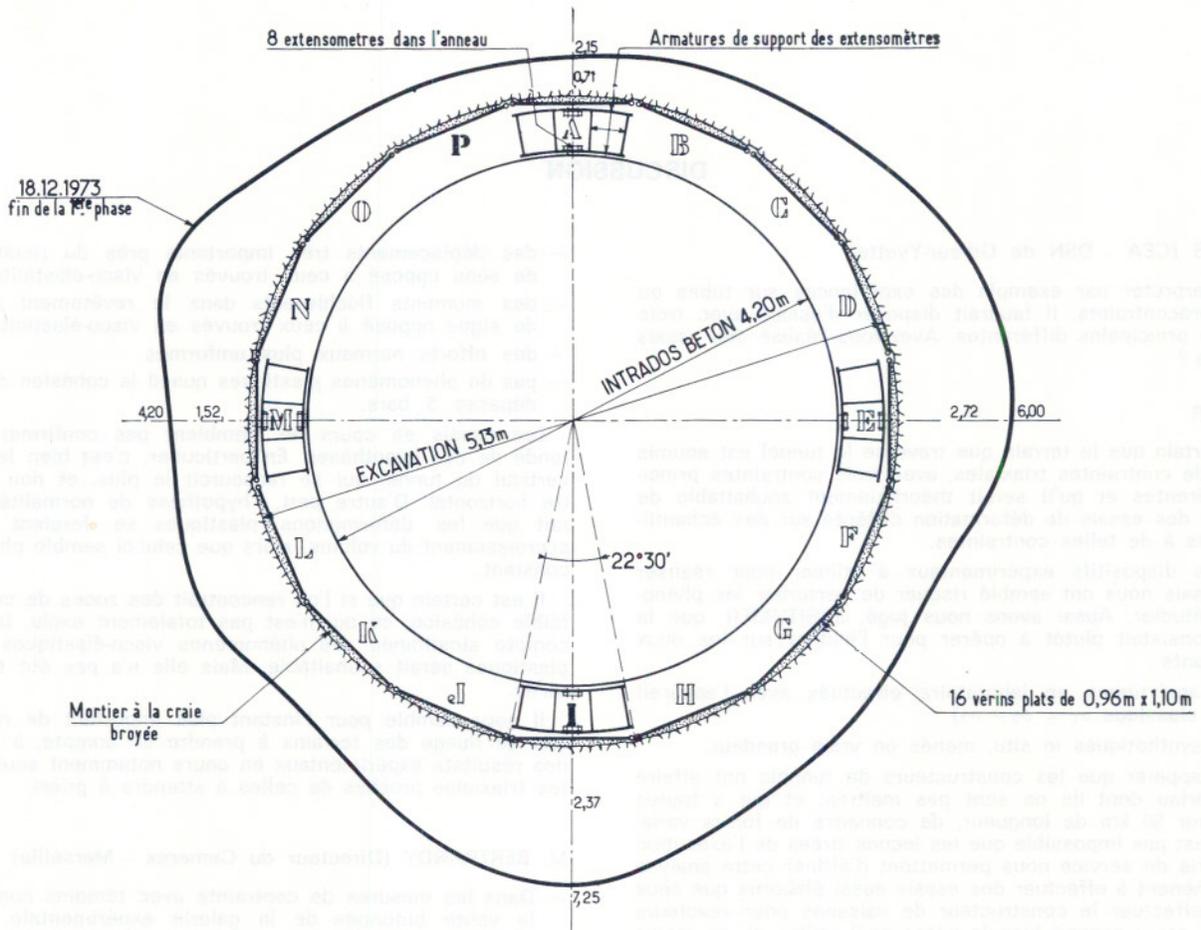


Fig. 22. — Mesures des déformations dans le revêtement en béton projeté



### SITUATION DE L'ANNEAU

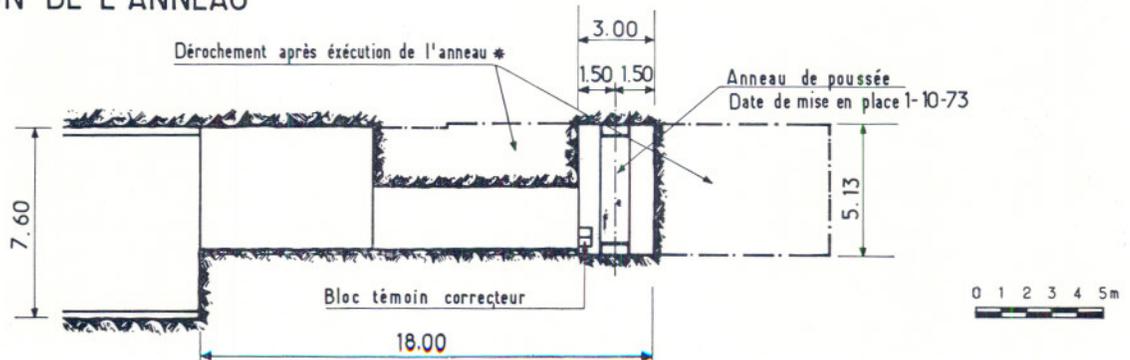


Fig. 23. — Mesure des poussées de terrain sur un anneau de béton isolé

## DISCUSSION

M. COSTES (CEA - DSN de Gif-sur-Yvette)

Pour interpréter par exemple des expériences sur tubes ou caissons précontraints, il faudrait disposer d'essais avec trois contraintes principales différentes. Avez-vous réalisé des essais en ce sens ?

M. HUEBER

Il est certain que le terrain que traverse le tunnel est soumis à un état de contraintes triaxiales, avec trois contraintes principales différentes et qu'il serait théoriquement souhaitable de procéder à des essais de déformation différée sur des échantillons soumis à de telles contraintes.

Mais les dispositifs expérimentaux à utiliser pour réaliser de tels essais nous ont semblé risquer de perturber les phénomènes à étudier. Aussi avons nous jugé, à SITUMER, que la sagesse consistait plutôt à opérer pour l'instant sur les deux plans suivants :

- a) essais analytiques en laboratoire effectués avec l'appareil triaxial classique ( $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3$ )
- b) essais synthétiques in situ, menés en vraie grandeur.

Il faut rappeler que les constructeurs de tunnels ont affaire à un matériau dont ils ne sont pas maîtres, et qui a toutes chances, sur 50 km de longueur, de connaître de fortes variations. Il n'est pas impossible que les leçons tirées de l'exécution de la galerie de service nous permettent d'affiner cette analyse et nous amènent à effectuer des essais aussi élaborés que ceux que peut effectuer le constructeur de caissons pour réacteurs nucléaires, car il connaît bien le béton qu'il utilise et, au moins en partie, les sollicitations agissant sur sa structure.

M. COSTES

Vous avez opposé les modèles visco-élastique et visco-plastique ; ne pourrait-on choisir un modèle visco-élasto-plastique ?

M. FAUCHART

Les ingénieurs anglais ont en effet effectué récemment avec Zienkiewicz des calculs en visco-plasticité, c'est-à-dire en supposant que tant que les contraintes demeurent à l'intérieur de la frontière de plasticité (définie en l'occurrence par le critère de Mohr-Coulomb, avec  $C = 0$  à 5 bars et  $\phi = 20$  à  $30^\circ$ ) les déformations restent purement élastiques, sans viscosité. En revanche, il a été supposé que quand les contraintes tendraient à dépasser la frontière plastique (hypothèse impossible en plasticité simple), le matériau subit des déformations plastiques fonction du temps qui le font progressivement revenir sur cette frontière. L'hypothèse de normalité (du « vecteur » déformation plastique à la frontière de plasticité) a été admise.

Les principaux résultats obtenus sont :

- des déplacements très importants près du revêtement et de sens opposé à ceux trouvés en visco-élasticité
- des moments fléchissants dans le revêtement également de signe opposé à ceux trouvés en visco-élasticité
- des efforts normaux plus uniformes
- pas de phénomènes plastiques quand la cohésion de la craie dépasse 5 bars.

Les essais en cours ne semblent pas confirmer le bien fondé de ces hypothèses. En particulier, c'est bien le diamètre vertical du tunnel qui se raccourcit le plus, et non le diamètre horizontal. D'autre part, l'hypothèse de normalité entraînerait que les déformations plastiques se feraient avec un accroissement du volume, alors que celui-ci semble plutôt rester constant.

Il est certain que si l'on rencontrait des zones de craie à très faible cohésion, ce qui n'est pas totalement exclu, la prise en compte simultanée des phénomènes visco-élastiques et visco-plastiques serait souhaitable. Mais elle n'a pas été tentée jusqu'ici.

Il nous semble pour l'instant plus important de raffiner les lois de fluage des terrains à prendre en compte, à la lumière des résultats expérimentaux en cours notamment sous contraintes triaxiales proches de celles à attendre a priori.

M. BERTRANDY (Directeur du Cemerex - Marseille)

- Dans les mesures de contrainte avec témoins sonores dans la voûte bétonnée de la galerie expérimentale, comment avez-vous appréhendé le terme correcteur dû au retrait ?
- Est-ce que par des mesures in-situ on peut obtenir des termes de correction suffisamment précis pour que les mesures de contrainte aux jeunes âges demeurent valables ?

Pour ma part, je pense que l'importance du terme correcteur par rapport aux déformations mesurées fait en sorte que pour les mesures à court terme, les essais sont difficilement interprétables.

M. HUEBER

Le retrait du béton a été mesuré sur des éprouvettes-témoin (non chargées) de même épaisseur et ferrailage que la voûte et disposées dans la galerie de mesure. Les mesures ont été effectuées au moyen de cordes vibrantes noyées en leur sein, exactement dans les mêmes conditions que celles disposées dans la voûte. On a tenu compte de ces déformations de retrait pur du béton dans l'interprétation des essais, notamment ceux qui viennent d'être présentés, sans que cela soulève de difficulté (le raccourcissement qui a été mesuré au bout de 6 mois dans ces éprouvettes-témoins est de 75 microns par mètre et semble pratiquement stabilisé).

# Essais sur la redistribution des efforts dans les structures hyperstatiques en béton précontraint sous l'effet du fluage du béton<sup>(\*)</sup>

par MM. FAUCHART, KAVYRCHINE, NUNG

## RESUME

Des poutrelles rectangulaires en béton, avec un câble de précontrainte placé au centre de leur section transversale, ont été essayées sous des charges de longue durée et avec différents modes d'appui :

- A - poutres isostatiques uniformément chargées
- B - poutres uniformément chargées posées sur trois appuis également espacés
- C - poutres, à l'origine simplement appuyées à leurs deux extrémités, puis recevant un appui médian supplémentaire en leur milieu
- D - poutres sous flexion circulaire dans leur partie médiane.

Les flèches, les déformations locales, les réactions sur appuis intermédiaires ont été mesurées.

Il a été trouvé que la valeur des déformations de fluage est moins importante que celle qui est prédite par les Recommandations FIP-CEB. L'influence de l'âge de mise en charge est bien représentée par ces Recommandations. Les sections transversales restent planes, les variations de la réaction hyperstatique d'appui des poutres C peuvent être calculées à partir des variations de flèches des poutres A, à l'aide de la théorie du fluage linéaire, qui est valable pour l'interprétation des essais.

## 1. INTRODUCTION

### 1.1. Hypothèse du fluage linéaire

Dans l'étude des constructions en béton, on admet en général l'hypothèse de la linéarité du fluage que l'on peut énoncer comme suit : « Si dans deux éprouvettes identiques les contraintes sont dès le début

\* Conférence prononcée au Colloque sur la Rhéologie des Bétons, Paris, 10-11 décembre 1973.

## SUMMARY

*Rectangular concrete with prestressing cables placed in the center of transverse section, have been tested under long duration loading and with different mode of support: A isostatic uniformly loaded beams, B uniformly loaded beams on three supports equally spaced, C beams simply supported at their ends at the beginning, uniformly loaded, then receiving a supplementary support in the middle, D beams with uniform bending moment in the middle.*

*Deflection, local deformations of concrete, supporting force at the intermediate bearing, have been measured.*

*It has been found that the creep deformations seem less important than the values predicted by FIP CEB Recommendations. The influence of age at loading is well represented by these Recommendations.*

*Transverse sections remain plane, variation of supporting force in the middle support of beam C can be derived from the variation of deflection of beam A, using the theory of linear creep which is valid for the interpretation of the tests.*

du chargement proportionnelles à un seul et même paramètre, le rapport des déformations différées de ces éprouvettes est à chaque instant égal au rapport des contraintes correspondantes ». Cette hypothèse englobe en particulier celle de Boltzmann (additivité des effets de diverses actions) et celle beaucoup plus critiquable de réversibilité du fluage (cf. figure 15). Elle est commode et se prête à des développements mathématiques reliant fluage et relaxation qui s'avèrent dès lors des fonctions du temps inverses l'une de l'autre. (Voir J. Courbon, *l'influence du fluage linéaire sur l'équilibre des systèmes hyper-*

statiques en béton précontraint, Annales I.T.B.T.P., février 1968). Ainsi, en supposant une certaine loi de forme simple pour le fluage et en considérant un béton homogène le long de la structure et après un durcissement prolongé, pour lequel on peut admettre certaines simplifications telle l'invariance des propriétés élastiques dans le temps on démontre (Courbon, p. 333) que la vitesse de relaxation est environ trois fois plus grande que celle du fluage.

Il est ainsi possible de traiter, à partir d'une seule fonction significative, les problèmes de déformations d'une structure en béton sous charges données, des sollicitations d'une telle structure sous déformations imposées (par exemple, relaxation sous déformation constante, effets du retrait et de la température). On démontre ainsi en particulier que les réactions d'un ouvrage construit d'emblée suivant son schéma statistique définitif restent constantes dans le temps.

D'autre part, dans une structure hyperstatique réalisée par phases successives, dont le schéma statique varie pendant la construction, l'hypothèse du fluage linéaire donne une méthode de calcul de la variation des réactions d'appui et par conséquent la redistribution des efforts internes.

Tous ces calculs sont faits en partant de la loi de fluage trouvée sur des éprouvettes en compression simple, en attribuant, pour passer aux pièces fléchies précontraintes, la même loi à chaque fibre de la pièce; cela est possible car dans l'hypothèse de la linéarité du fluage, les sections transversales, supposées planes après déformation instantanée, restent planes en déformation différée.

## 1.2. Critique de l'hypothèse du fluage linéaire

Cet ensemble d'hypothèses soulève des critiques en raison des faits suivants :

Les déformations différées du béton en compression simple ne sont pas proportionnelles aux contraintes appliquées et les essais faits jusqu'à présent ont donné des écarts d'autant plus importants par rapport à l'hypothèse linéaire que les contraintes se rapprochent de la contrainte de rupture, ces écarts restant faibles si les contraintes appliquées restent inférieures à la moitié de la contrainte de rupture (ce qui est heureusement le cas des constructions courantes).

D'autre part, le fluage n'est pas un phénomène réciproque et le « retour de fluage » n'est pas représenté exactement par la théorie du fluage linéaire, ce qui peut provoquer une déformation non linéaire des sections transversales si elles ne restent pas planes, ou une redistribution de contraintes dans la section, dans le cas inverse (cf. § 5.2 et figure 15).

Enfin, l'extension à des pièces fléchies des lois expérimentales trouvées sur des éprouvettes soumises à compression simple n'a fait l'objet que de rares vérifications.

## 1.3. Objectif des essais

Le but des essais entrepris au Service d'étude des structures du C.E.B.T.P. sur contrat entre le SETRA et l'UTI est d'obtenir quelques renseignements globaux sur les phénomènes de fluage et relaxation de pièces fléchies en béton, en particulier, de vérifier la validité globale des conclusions déduites de la théorie du fluage linéaire, de trouver les limites éventuelles de cette validité, ainsi que l'importance réelle des critiques rappelées ci-dessus.

Une première série d'essais vient de se terminer, et nous décrivons ci-après le mode opératoire et donnons quelques conclusions. Cette série porte essentiellement sur les problèmes de redistribution des

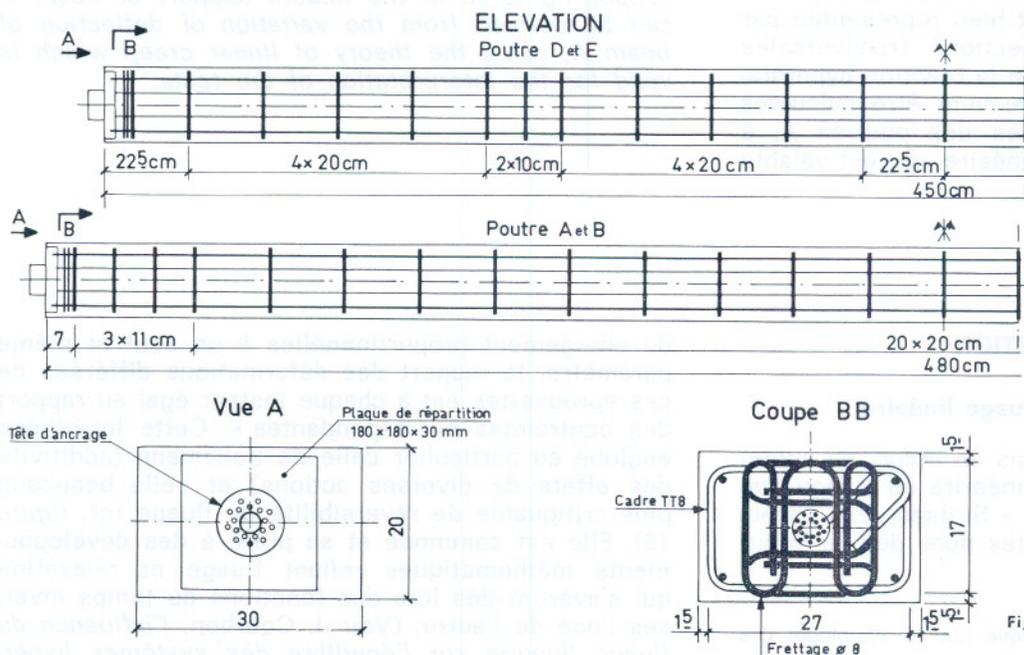


Fig. 1. — Coffrage et ferrailage des poutres

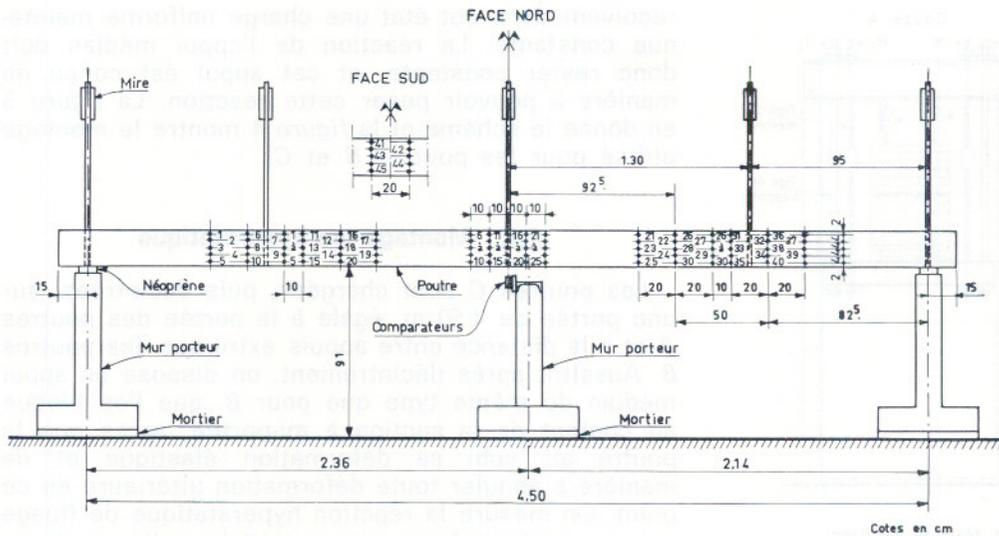


Fig. 2. — Dispositif d'essai des poutres A 1, A 2, A 10, A 25, A 40, A 60

efforts dans les structures hyperstatiques sous l'effet du fluage. Les séries suivantes porteront sur l'étude de la flexion circulaire sous moment constant ou déformation constante, et sur l'effet de cycles de chargement et déchargement.

## 2. MODE OPERATOIRE

### 2.1. Corps d'épreuve

Les corps d'épreuve sont des poutrelles précontraintes de section rectangulaire ( $20 \times 30$  cm) et longues de 480 cm. Elles sont précontraintes par un câble centré de  $18 \text{ } \varnothing 7$  d'acier de qualité 137/157  $\text{kg/mm}^2$ . La précontrainte a simplement pour but d'éviter des tractions, donc des fissurations dans le béton des pièces fléchies et celles-ci ne sont donc pas conçues pour obtenir la résistance maximum avec les matériaux utilisés (voir figure 1).

La tension du câble de précontrainte a été choisie assez faible ( $65 \text{ kg/mm}^2$ ) pour que les pertes par relaxation de l'acier restent négligeables. La compression moyenne du béton vaut  $75 \text{ kg/cm}^2$ . Les montages ont été réalisés dans le sous-sol du C.E.S. de Saint-Rémy-les-Chevreuse où règne une température ( $21 \pm 1^\circ$ ) et une humidité ( $55 \% \pm 5^\circ$ ) constantes, tout au moins en dehors du mois d'entretien de l'installation de conditionnement.

Pour étudier l'influence de l'âge du béton à la mise en charge cet âge est différent pour les divers groupes de corps d'épreuve sur le même montage, 4 types de montages ont été utilisés :

### 2.2. Montage isostatique

Les poutres A restent posées pendant tout l'essai sur 2 appuis simples distants de 4,50 m, et chargées uniformément. Le montage est représenté sur la figure 2. La mesure de la flèche sous charge constante est un élément de référence précieux pour le

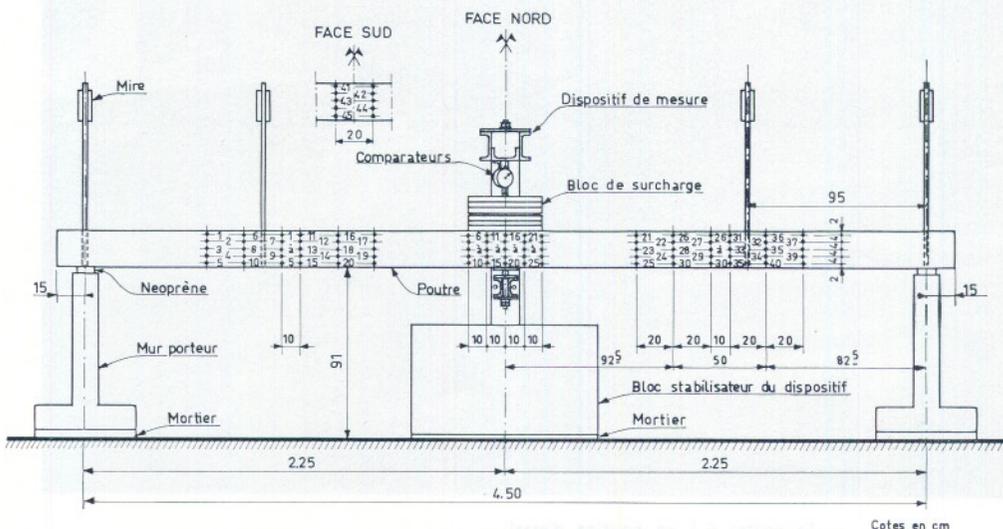


Fig. 3. — Dispositif d'essai des poutres B 1, B 2, C 1, C 10, C 25, C 40, C 60

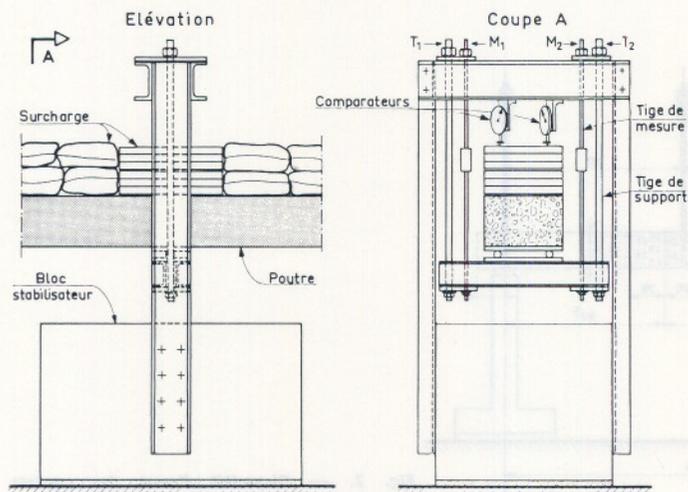


Fig. 4. — Dispositif de mesure de la réaction médiane

calcul de la réaction hyperstatique de la série C décrite ci-après et permet de faire une comparaison avec les lois de fluage réglementaires (circulaire du 12 août 1965 en France ou Recommandations FIP CEB).

### 2.3. Montage hyperstatique

Les poutres B sont construites continues à 2 travées symétriques de portées égales à 225 cm, et

reçoivent dans cet état une charge uniforme maintenue constante. La réaction de l'appui médian doit donc rester constante, et cet appui est conçu de manière à pouvoir peser cette réaction. La figure 3 en donne le schéma et la figure 4 montre le montage utilisé pour les poutres B et C.

### 2.4. Montage iso hyperstatique

Les poutres C sont chargées, puis décintrées, sur une portée de 4,50 m, égale à la portée des poutres A et à la distance entre appuis extrêmes des poutres B. Aussitôt après décintrément, on dispose un appui médian du même type que pour B, que l'on bloque au contact de la section à mi-portée, après que la poutre ait subi sa déformation élastique et de manière à annuler toute déformation ultérieure en ce point. On mesure la réaction hyperstatique de fluage qui, en partant d'une valeur initiale nulle, croît en fonction du temps. La valeur de cette réaction est liée à celle de la flèche des poutres A, dans l'hypothèse du fluage linéaire.

### 2.5. Raccourcissement des fibres

Dans tous les montages précédents, toutes les fibres sont comprimées au chargement et le restent en principe pendant l'essai (une légère décompression est possible sous l'effet des pertes de précontrainte). On évite donc des fissurations. On a donc pu valablement mesurer les déformations locales le



Fig. 5. — La poutre C1 en position d'essai

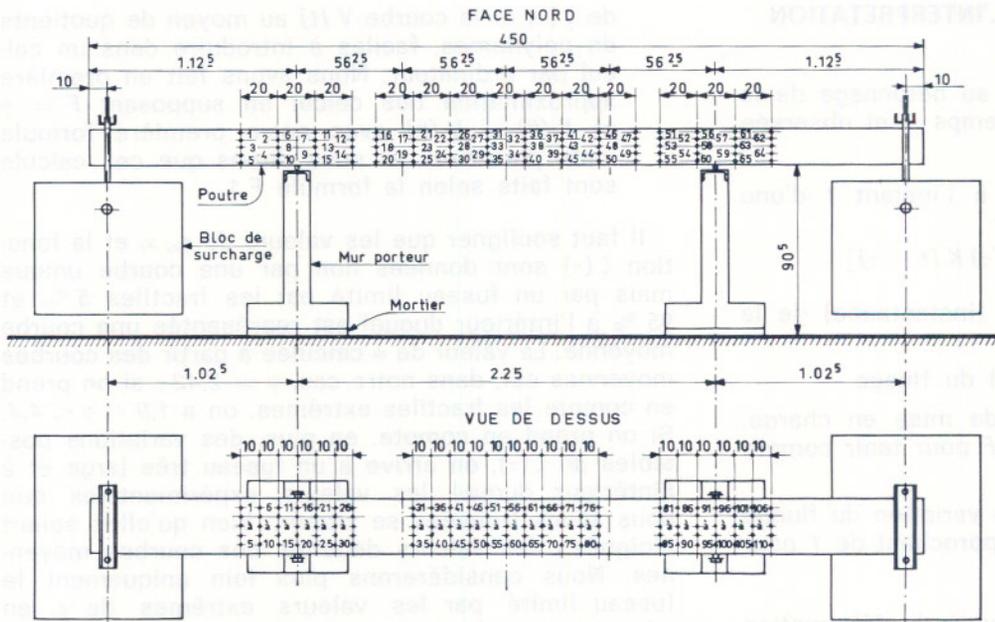


Fig 6. — Dispositif d'essai des poutres D 10 et E 10

long des parois latérales des poutres, sur des fibres placées à différents niveaux. On voit sur les figures 2, 3 et 6 l'implantation des plots de mesure des déformations locales. On distingue ces plots sur la figure 5 (photographie de la poutre C1).

Les mesures de déformations locales sont plus difficiles à interpréter que les mesures de flèches ou réactions : en effet, ces dernières sont indépendantes, en principe, des valeurs du retrait et des pertes de précontrainte, ce qui n'est pas le cas des mesures de déformations des fibres. On a cherché, toutefois, à interpréter les résultats de ces mesures, en déduisant l'effet du retrait, mesuré sur des poteaux témoins de même coffrage et ferrailage que les poutrelles et placés dans la même enceinte et en calculant les pertes de précontrainte. On a comparé ces résultats à ceux déduits des calculs réglementaires et à ceux déduits des essais des poutres isostatiques.

On a vérifié le maintien de la planéité des sections, celles-ci restent planes dans tous les cas de charge si l'hypothèse du fluage linéaire est valable. Un défaut de planéité peut apparaître pour les raisons rappelées plus haut : la contrainte du béton peut sortir des limites à l'intérieur desquelles le coefficient de fluage (c'est-à-dire le rapport entre déformation différée au bout d'un temps très long et déformation instantanée) est pratiquement indépendant de la contrainte, ou encore les cycles de chargement-déchargement multiples sont tels que les variations des déformations ne suivent plus une loi de fluage linéaire (dans ce dernier cas, la liaison entre fibres pourrait éventuellement maintenir la planéité). Il faut noter en outre que les corps d'épreuves décrits ci-dessus reçoivent une charge uniformément répartie, ce qui fait que la contrainte d'une fibre n'est pas uniforme sur une base de mesure dont la longueur est égale à la distance entre les plots les plus écartés dans la zone considérée.

Pour étudier plus particulièrement ces déformations différées sous flexion, on a donc réalisé des poutres soumises à flexion circulaire dans toute la zone de mesure, et on a effectué des cycles répétés de chargement-déchargement, avec ce montage, décrit ci-après.

### 2.6. Poutres de flexion circulaire

Les poutres sont posées sur leurs appuis distants de 2,25 m par l'intermédiaire de 2 articulations linéaires, et chargées à leur extrémité par 2 poids de valeur constante. Le montage est représenté sur la figure 6. On mesure les flèches et les contreflèches, la variation de celles-ci dans le temps est à comparer aux résultats des calculs réglementaires, mais surtout les variations de longueur des fibres donnent des indications sur le fluage en fonction des contraintes, dans une pièce fléchie. De légères décompressions, inférieures aux valeurs d'apparition des fissures, ont été admises dès le début du chargement dans une des 2 poutres de ce montage, pour obtenir, sous la même précontrainte moyenne, des compressions extrêmes plus élevées.

### 2.7. Répartition des corps d'épreuve

Groupe d'essai	Schéma d'essai	Age à la mise en charge en jours			
		10	25	40	60
1	Poutres isostatiques	A1 A2 A10	A 25	A 40	A 60
2	Poutres hyperstatiques	B1 B2			
3	Poutres iso hyperstatiques	C1 C2 C10	C 25	C 40	C 60
4	Poutres en flexion circulaire	D10 E10			
5	Poteaux non chargés	P1 P2 P10	P 25	P 40	P 60

### 3. CALCULS PREALABLES A L'INTERPRETATION

L'origine des temps est prise au bétonnage de la poutre. Celle-ci est chargée au temps  $\tau$ , et observée au temps  $t$  ( $t > \tau$ ).

Nous représentons la flèche à l'instant  $t$  d'une poutre en flexion par la formule

$$f(t, \tau) = f_i(\tau, \tau) [1 + F \zeta(\tau) K(t - \tau)]$$

$f_i$  est la flèche élastique (instantanée) de la poutre

$F$  un coefficient de calcul du fluage

$\zeta(\tau)$  une fonction de l'âge de mise en charge, corrigeant la valeur de  $F$  pour tenir compte de cet âge

$K(t - \tau)$  une fonction donnant la variation du fluage dans le temps, et se rapprochant de 1 pour  $t$  très grand.

Le rapport entre la valeur ultime de la déformation différée et la déformation instantanée est dit coefficient de fluage (on a  $\varphi = F \zeta(t)$ ).

Quelles que soient les valeurs du fluage, on peut calculer la réaction de l'appui médian du montage hyperstatique, qui doit être constante d'après les hypothèses faites et égales, dans notre cas, à 1 603 kg.

On peut calculer, connaissant les valeurs et fonctions ci-dessus la réaction hyperstatique des poutres du type C à l'aide de l'équation de Volterra de 2<sup>e</sup> espèce.

$$\begin{aligned} & \frac{5pl}{4} F \zeta(\tau) K(t - \tau) \\ &= \int_{\tau}^t [1 + F \zeta(\theta) K(t - \theta)] \frac{dR(\theta)}{d\theta} d\theta \end{aligned}$$

On fait le calcul de  $R(t)$  pour l'époque  $t_n$  en considérant une succession de petits intervalles ( $t_{i-1}, t_i$ ) à l'intérieur desquels on peut admettre que  $R(t)$  est constant.

La circulaire du 12-8-1965 donne une représentation un peu différente

$$f(t, \tau) = f_i \{ 1 + \phi \zeta(\tau) [V(t) - V(\tau)] \}$$

$f_i$  : flèche calculée avec un module d'élasticité égal à  $21\,000 \sqrt{\sigma'_j}$  en kg/cm<sup>2</sup>

$\sigma'_j$  : étant la résistance du béton en kg/cm<sup>2</sup> à l'âge  $j$

$\phi$  : coefficient de fluage calculé comme suit :

$$\phi = \phi_c \alpha_f \beta_j$$

$\phi_c$  : dépend de l'hygrométrie

$\alpha_f$  : est fonction du rayon moyen de la section de la poutre

$\beta_j$  : est fonction du dosage en ciment du béton

$\zeta(\tau)$  coefficient correcteur fonction de l'âge  $\tau$  du béton à son chargement et  $V(\tau)$  vitesse de fluage sont représentés par des courbes de la circulaire. Nous avons représenté la courbe moyenne

de  $\zeta(\tau)$  et la courbe  $V(t)$  au moyen de quotients de polynômes, faciles à introduire dans un calcul par ordinateur. Nous avons fait en première approximation des calculs en supposant  $F = \phi$  et  $K(\theta) = V(\theta)$  avec notre première formule citée plus haut, et nous dirons que ces calculs sont faits selon la formule F1.

Il faut souligner que les valeurs de  $\phi_c, \alpha_f$  et la fonction  $\zeta(\tau)$  sont données non par une courbe unique mais par un fuseau limité par les fractiles 5% et 95% à l'intérieur duquel est représentée une courbe moyenne. La valeur de  $\phi$  calculée à partir des courbes moyennes est, dans notre cas,  $\phi = 2,42$ ; si on prend en compte les fractiles extrêmes, on a  $1,9 < \phi < 4,4$ . Si on prend en compte, en plus, des variations possibles de  $\zeta(\tau)$ , on arrive à un fuseau très large et à l'intérieur duquel les valeurs expérimentales que nous avons trouvées se situent, bien qu'elles soient éloignées des valeurs déduites des courbes moyennes. Nous considérerons plus loin uniquement le fuseau limité par les valeurs extrêmes de  $\phi_c$  en adoptant pour les autres coefficients et fonction la représentation donnée par la courbe moyenne des diagrammes de la circulaire du 12-8-1965.

Nous avons également pris en considération, les formules suivantes :

$$\zeta(\tau) = 0,30 \frac{\tau + 210}{\tau + 36,4} \quad V(t - \tau) = 1 - e^{-15} \sqrt{\frac{t - \tau}{7}}$$

Les résultats des calculs faits avec ces formules seront dits obtenus par les formules F2.

Nous utilisons d'autre part au SES une représentation expérimentale de la loi de fluage correspondant aux conditions de conservation du sous-sol et déduite de mesures sur éprouvettes uniformément comprimées, conservées dans cette ambiance. Cette représentation utilise l'hypothèse du fluage linéaire et des courbes déduites par point de mesures faites, et introduites dans nos calculs informatiques. Nous dirons que cette représentation correspond aux formules F3.

## 4. RESULTATS DES ESSAIS, FLECHES ET REACTIONS

### 4.1. Interprétation des résultats des mesures de flèches des poutres isostatiques

On peut essayer de tirer de ces résultats des comparaisons entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées par les formules ci-dessus.

Les figures 7 et 8 représentent les résultats obtenus que l'on peut résumer en disant que les formules F<sub>1</sub> (ou F<sub>2</sub>) traduisent qualitativement bien l'évolution du fluage dans le temps, mais que, du point de vue quantitatif, les valeurs expérimentales du coefficient de fluage sont inférieures aux valeurs tirées des formules F<sub>1</sub> et qu'elles sont fort dispersées en fonction du paramètre  $\tau$  (âge du béton). On ne peut malheu-

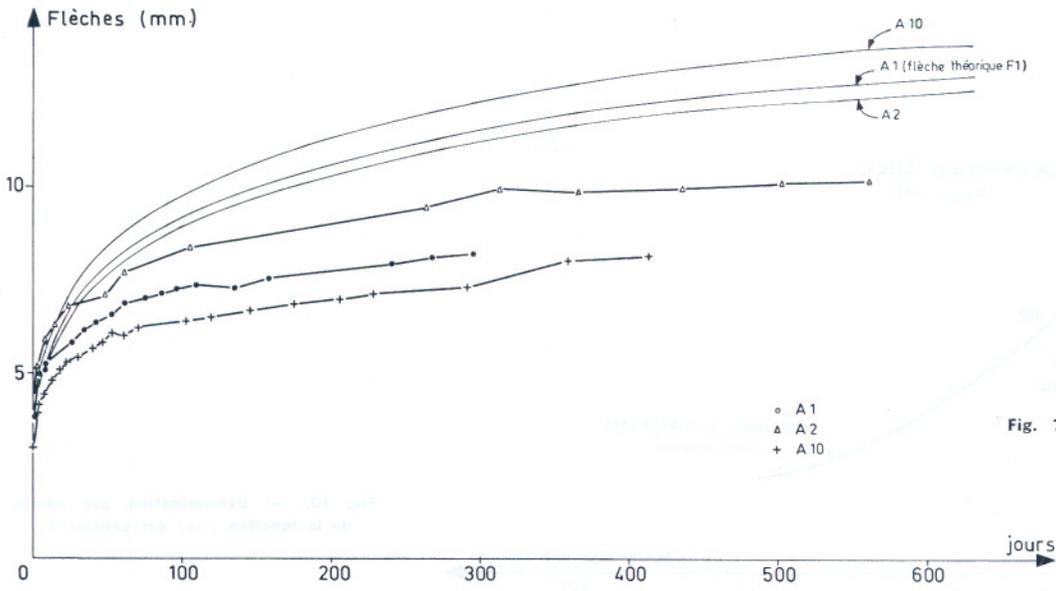


Fig. 7. — Flèche à mi-portée des poutres isostatiques A 1, A 2 et A 10

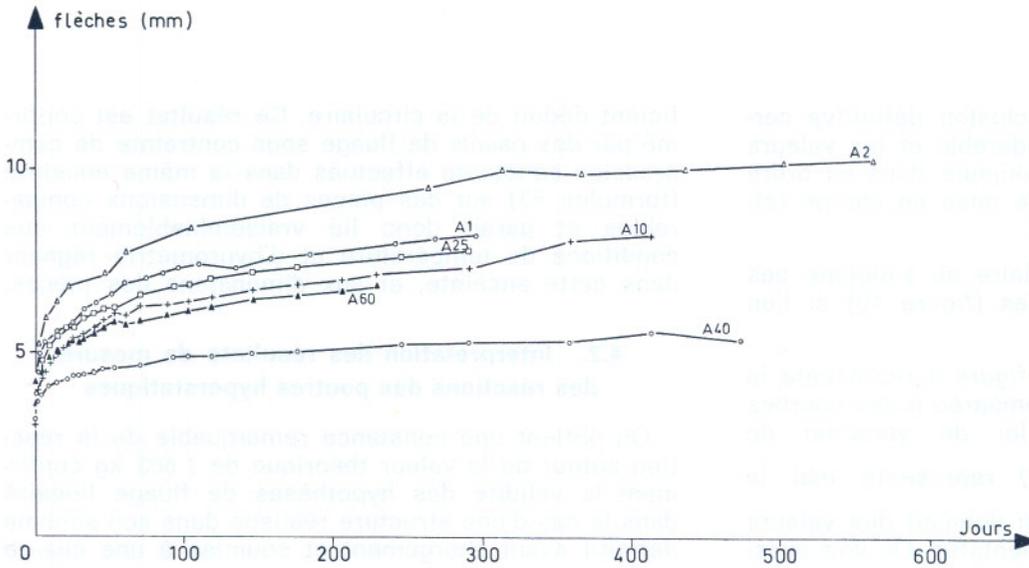


Fig. 8. — Flèche à mi-portée des poutres isostatiques A 1, A 2, A 10, A 25, A 40 et A 60, en millimètres

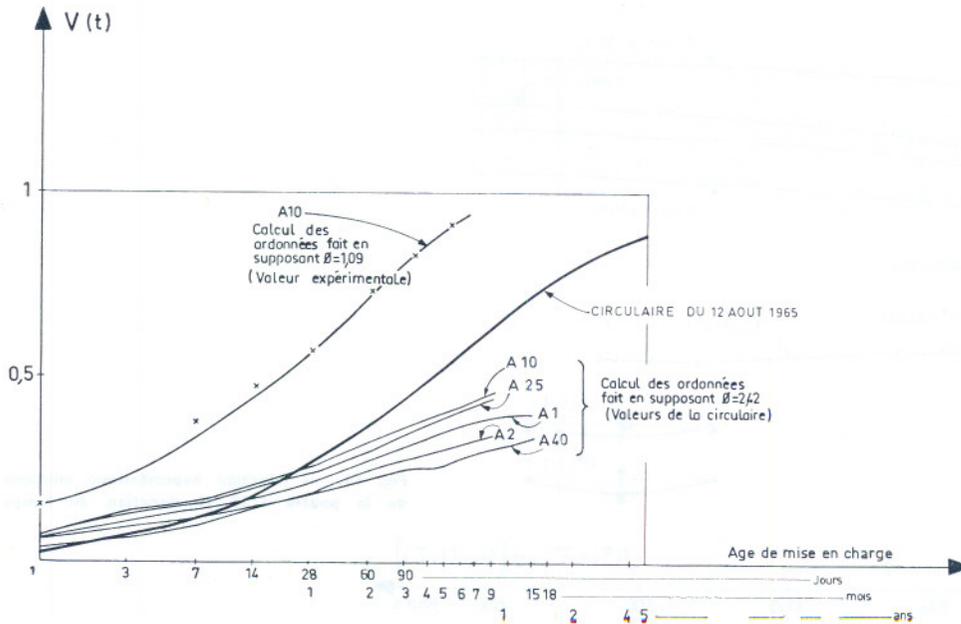


Fig. 9. — Vitesse du fluage  $V(t-\tau)$  des poutres isostatiques (résultats concernant les flèches)

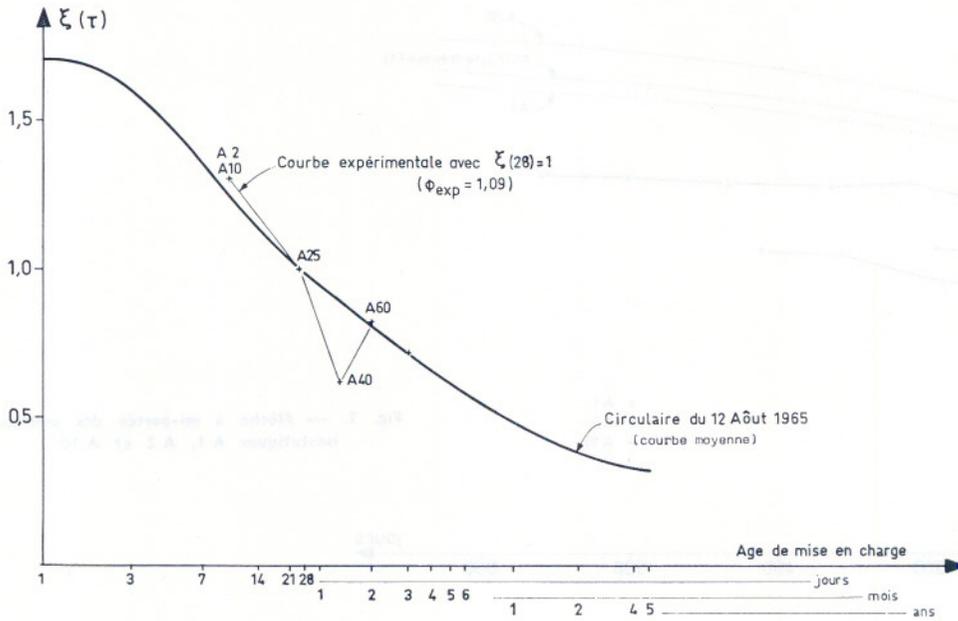


Fig. 10. — Détermination par points de la fonction  $\xi(\tau)$  des poutres A

reusement pas donner de conclusion définitive certaine, la dispersion étant considérable et les valeurs obtenues ne se classant pas toujours dans un ordre logique en fonction de l'âge de mise en charge (cf. l'ordre relatif de A 40 et A 60).

La fonction  $\xi(\tau)$  de la circulaire ne s'éloigne pas trop des valeurs expérimentales (figure 10) si l'on pose  $\tau(28) = 1$ .

En ce qui concerne  $V(t)$ , la figure 9 représente la loi théorique de la circulaire comparée à des courbes expérimentales donnant la loi de variation de  $\frac{\phi_{exp}}{\phi_{th}} K(t - \tau)$ . La loi  $K(t - \tau)$  représente mal la vitesse de fluage au départ, en donnant des valeurs inférieures aux valeurs expérimentales. On voit aussi que le coefficient de fluage réel est inférieur au coef-

ficient déduit de la circulaire. Ce résultat est confirmé par des essais de fluage sous contrainte de compression constante effectués dans la même enceinte (formules F3) sur des pièces de dimensions comparables et paraît donc lié vraisemblablement aux conditions de température et d'hygrométrie régnant dans cette enceinte, et aux dimensions des pièces.

#### 4.2. Interprétation des résultats de mesure des réactions des poutres hyperstatiques

On obtient une constance remarquable de la réaction autour de la valeur théorique de 1 603 kg confirmant la validité des hypothèses de fluage linéaire dans le cas d'une structure réalisée dans son schéma définitif avant chargement et soumise à une charge uniforme constante.

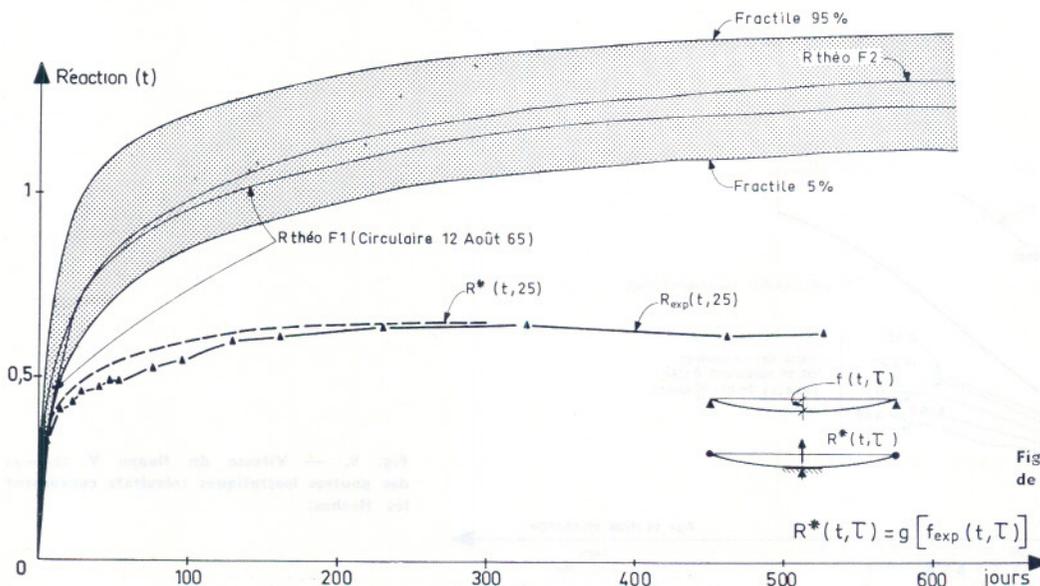


Fig. 11. — Réaction hyperstatique médiane de la poutre C 25 en fonction du temps

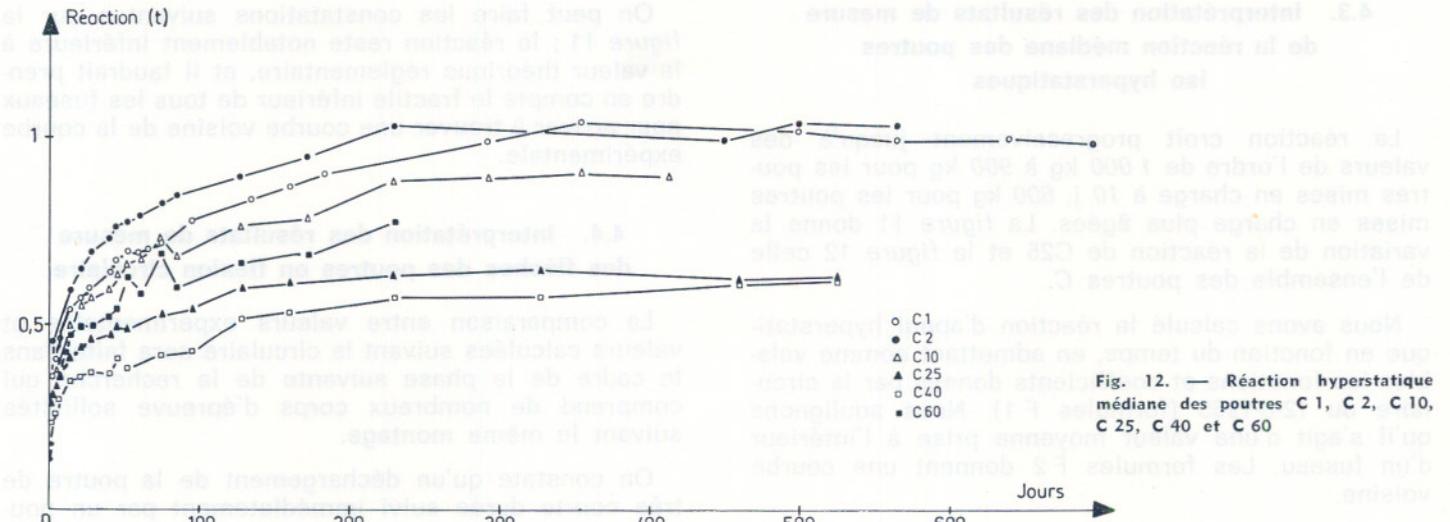


Fig. 12. — Réaction hyperstatique médiane des poutres C1, C2, C10, C25, C40 et C60

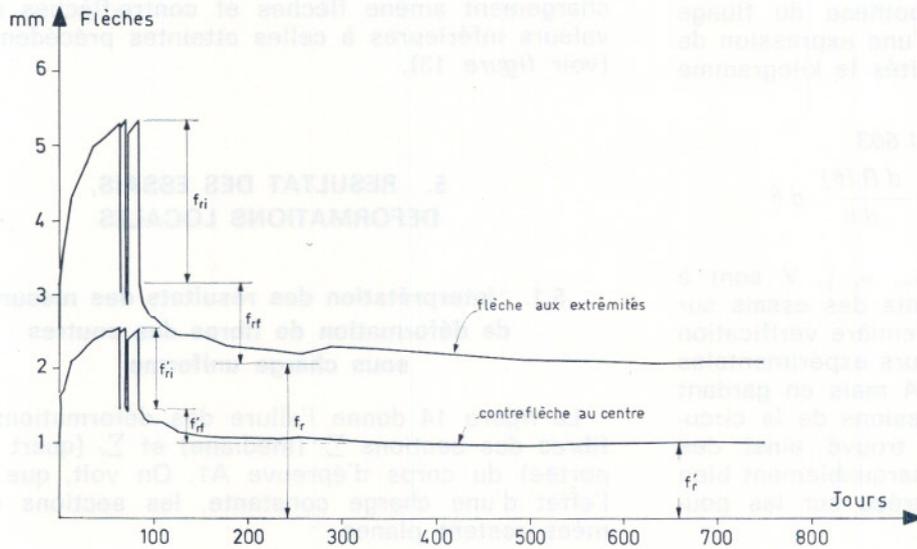


Fig. 13. — Fièche et contre fièche de la poutre D10

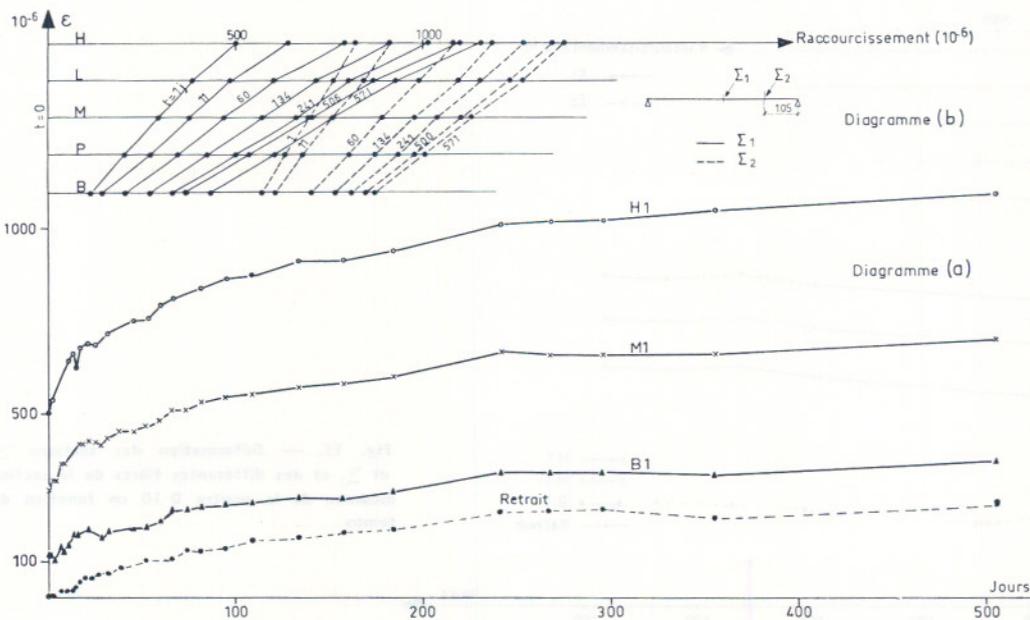


Fig. 14. — Déformation des sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  et des différentes fibres de la section médiane du corps d'éprouve A1

**4.3. Interprétation des résultats de mesure de la réaction médiane des poutres iso hyperstatiques**

La réaction croît progressivement jusqu'à des valeurs de l'ordre de 1 000 kg à 900 kg pour les poutres mises en charge à 10 j, 600 kg pour les poutres mises en charge plus âgées. La figure 11 donne la variation de la réaction de C25 et la figure 12 celle de l'ensemble des poutres C.

Nous avons calculé la réaction d'appui hyperstatique en fonction du temps, en admettant comme valables les fonctions et coefficients donnés par la circulaire du 12-8-1965 (formules F 1). Nous soulignons qu'il s'agit d'une valeur moyenne prise à l'intérieur d'un fuseau. Les formules F 2 donnent une courbe voisine.

Il est intéressant d'essayer de déduire la réaction hyperstatique des poutres C des lois de fluage trouvées expérimentalement sur les poutres A, en admettant le mode de calcul de l'hypothèse du fluage linéaire. On peut se servir ainsi d'une expression de la forme (1), soit ici avec pour unités le kilogramme et le mètre :

$$0,0105 E_{b\tau} f_{iso}(t, \tau) - 1 603 = \int_{\tau}^t [1 + \phi \zeta(\tau) V(\theta - \tau)] \frac{dR(\theta)}{d\theta} d\theta$$

Les valeurs et fonctions  $E_{b\tau}$ ,  $f_{iso}$ ,  $\phi$ ,  $\zeta$ ,  $V$  sont à déterminer en fonction des résultats des essais sur poutres A. Nous avons fait une première vérification approximative en utilisant les valeurs expérimentales de  $f_{iso}$  mesurées sur les poutres A mais en gardant pour les autres termes les expressions de la circulaire du 12-8-1965. Nous avons trouvé ainsi des valeurs  $R^*$  qui se rapprochent remarquablement bien des valeurs expérimentales mesurées sur les poutres C.

On peut faire les constatations suivantes sur la figure 11 ; la réaction reste notablement inférieure à la valeur théorique réglementaire, et il faudrait prendre en compte le fractile inférieur de tous les fuseaux pour arriver à trouver une courbe voisine de la courbe expérimentale.

**4.4. Interprétation des résultats de mesure des flèches des poutres en flexion circulaire**

La comparaison entre valeurs expérimentales et valeurs calculées suivant la circulaire sera faite dans le cadre de la phase suivante de la recherche qui comprend de nombreux corps d'épreuve sollicités suivant le même montage.

On constate qu'un déchargement de la poutre de très courte durée suivi immédiatement par un nouveau chargement ramène pratiquement les déformations à leurs valeurs précédentes. En revanche, si le déchargement dure 2 ou 3 jours, un nouveau chargement amène flèches et contre-flèches à des valeurs inférieures à celles atteintes précédemment (voir figure 13).

**5. RESULTAT DES ESSAIS, DEFORMATIONS LOCALES**

**5.1. Interprétation des résultats des mesures de déformation de fibres des poutres sous charge uniforme**

La figure 14 donne l'allure des déformations des fibres des sections  $\Sigma_1$  (médiane) et  $\Sigma_2$  (quart de la portée) du corps d'épreuve A1. On voit, que sous l'effet d'une charge constante, les sections déformées restent planes.

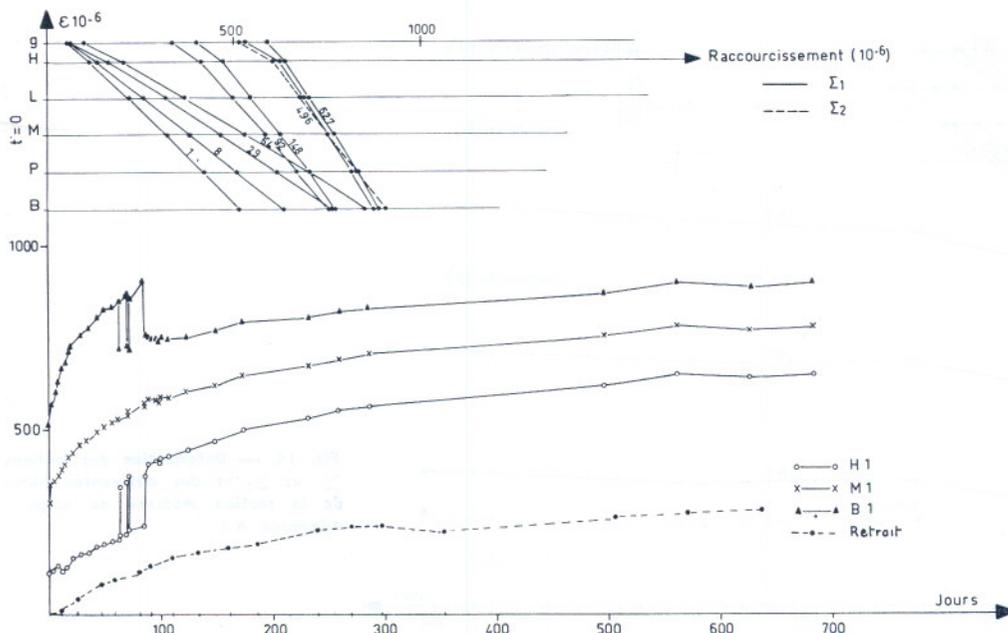


Fig. 15. — Déformation des sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  et des différentes fibres de la section médiane de la poutre D 10 en fonction du temps

Si l'on étudie les variations de déformations fibre par fibre en fonction des contraintes, on peut essayer d'en déduire un coefficient de fluage global  $\varphi$ . Il faut toutefois tenir compte du retrait, en retranchant des déformations relatives mesurées à l'âge  $t$  la valeur de la déformation relative du retrait, mesurée sur poteau témoin, au même âge, et corriger la contrainte en tenant compte des pertes de précontrainte par fluage et relaxation. On trouve ainsi un coefficient voisin de celui trouvé par les mesures des flèches, sauf pour les faibles valeurs des compressions. Ce dernier fait semble confirmer que l'équation : déformation différée d'une pièce sous charge égale retrait d'une pièce non chargée plus déformation de fluage sous charge indépendante du retrait, n'est pas totalement exacte, tout au moins pour de faibles valeurs de la contrainte de compression.

### 5.2. Interprétation des résultats des mesures de déformation de fibres des poutres en flexion circulaire

Ces résultats confirment le maintien de la planéité des sections pour un seul chargement. Mais quand on réalise des cycles de chargement-déchargement successifs (voir figure 15) on constate quelques

écarts par rapport à la planéité dont la nouvelle série d'essais en cours permettra de montrer s'ils sont ou non significatifs.

## CONCLUSIONS

*Nos résultats montrent que les valeurs du coefficient de fluage déduites de la circulaire du 12-8-1965 sont supérieures dans l'ensemble aux valeurs expérimentales obtenues avec les dimensions des pièces choisies et dans l'ambiance du sous-sol du C.E.S. de Saint-Rémy-les-Chevreuse.*

*La théorie du fluage linéaire donne une interprétation correcte des phénomènes de redistribution par fluage dans les montages de nos essais ; les essais de calcul des réactions hyperstatiques faits en partant des variations de flèches des montages isostatiques sont encourageants.*

*En ce qui concerne l'effet du « retour de fluage » on peut se demander si les sections transversales restent bien planes quand on soumet la poutre à des cycles de chargement-déchargement et nos études expérimentales ultérieures devraient nous permettre de mieux comprendre ce phénomène.*

## DISCUSSION DU THEME III

M. GORISSE (à M. Kavyrchine)

C'est une remarque et non une question :

L'évaluation du module d'élasticité à partir de la formule  $E = 21\,000 (\sigma'j)^{1/2}$  donne des valeurs de  $E$  trop élevées pour  $\sigma'j > 400$  bars.

Nous proposons la relation  $E = 50\,000 (\sigma'j)^{1/3}$  qui s'adapte nettement mieux aux bétons de résistance élevée. L'expérience montre d'ailleurs qu'au-delà de  $\sigma'j = 450$  bars, la valeur de  $E$  reste pratiquement constante.

M. KAVYRCHINE

Dans notre cas, si l'on considère les coefficients d'élasticité mesurés sur échantillons, on trouve des valeurs inférieures d'environ 10 % à celles données par la formule  $E = 21\,000 (\sigma'j)^{1/2}$ , ce qui confirme les remarques de M. Gorisse. Toutefois, on a conservé dans nos calculs la formule ci-dessus, car il se trouve qu'elle permet de retrouver les valeurs des flèches instantanées à la mise en charge.

M. Y. LAU (à M. Kavyrchine)

Lors de mesures effectuées par le Laboratoire central des Ponts et Chaussées sur un pont en béton précontraint coulé par voussoirs et lancé par poussage, une variation d'environ 20 % de la réaction hyperstatique initiale a été constatée au bout de 3 ans, alors que la théorie du fluage linéaire donne un chiffre très éloigné (4 %). Avez-vous constaté un écart comparable entre vos essais en laboratoire et le calcul ?

M. KAVYRCHINE

Nous avons en effet constaté un écart important entre le calcul fait suivant la circulaire du 12-8-65 et les valeurs expérimentales, en ce qui concerne la valeur des déformations différées après un temps assez long, les valeurs mesurées étant plus faibles que les valeurs calculées. Mais la linéarité du fluage n'est pas en cause, l'introduction d'une théorie du fluage non linéaire n'apporterait pas d'explication à ce phénomène. Tout au moins dans notre cas.

M. DREUX (à M. Kavyrchine)

**Linéarité ou non du fluage :**

Je voudrais apporter quelques renseignements expérimentaux sur la question de la linéarité du fluage qui a été ici évoquée plusieurs fois.

Nous avons actuellement en cours au C.E.B.T.P. à St-Rémy, une recherche sur le « fluage des bétons soumis jeunes à un gradient de contrainte ». Nous constatons sur un certain nombre de poteaux mis en précontrainte que les sections planes restent pratiquement planes après déformations même dans le cas de gradient important (par exemple 0/150 bars) appliqué sur des bétons seulement âgés de 66 heures et la déformation est importante : 1 600  $\mu/m$  à 720 jours. Le maintien de la planéité des sections suppose, si l'on admet que le gradient de contrainte est lui-même linéaire, la proportionnalité du fluage et des contraintes. Sans prétendre apporter une preuve, nous pensons simplement que cette constatation vient appuyer l'hypothèse de la linéarité du fluage.

Par ailleurs, nous avons remarqué que le fluage constaté était assez nettement inférieur à celui que l'on peut évaluer par la

méthode du C.E.B. (abaques d'évaluation des coefficients  $k_b$ ,  $k_s$ ,  $k_a$ ,  $k_c$ ) en fonction de données qui, dans notre cas, sont bien définies.

Quant au retour élastique de fluage dont on vient également de discuter, je signalerai simplement que nous avons proposé à notre Direction de la Recherche, d'apporter une contribution sur ce sujet en commençant par utiliser les poteaux mentionnés précédemment en supprimant la précontrainte à laquelle ils sont soumis. D'après quelques essais de « prospection » il semble qu'il y ait bien un retour de fluage mais relativement faible ; il nous sera probablement possible d'en dire davantage ultérieurement.

#### M. KAVYRCHINE

Comme nous le signalons, dans notre communication, un défaut de planéité peut apparaître pour l'une des raisons suivantes :

a) La contrainte du béton peut sortir des limites à l'intérieur desquelles le principe de superposition est applicable, et les mesures faites en compression simple semblent indiquer que plus la contrainte appliquée est élevée plus l'écart par rapport à la linéarité est important, cet écart restant négligeable pour des contraintes ne dépassant pas la moitié de la résistance en compression.

b) Si le retour du fluage n'est pas bien représenté par la théorie du fluage linéaire, des cycles répétés de chargement-déchargement de pièces fléchies produiraient des déformations qui seraient finalement incompatibles avec le maintien de planéité des sections (tout au moins si l'on admet que chaque fibre suit une loi de déformation comparable à celle que l'on constate sur des échantillons uniformément comprimés).

Les résultats présentés par M. Dreux confirment que, en service il semble que cette première cause de non linéarité ne soit pas à craindre ; par contre, les premières indications données par M. Dreux sur la faiblesse de la valeur du retour de fluage peuvent laisser penser qu'il soit nécessaire d'adopter deux fonctions représentatives distinctes pour le fluage sous charge croissante et le fluage sous charge décroissante, ce qui dans le cas de cycles répétés de chargement suivis de déchargement amènerait des écarts dans la planéité des sections (à moins d'un effet de liaison entre fibres qui produirait une redistribution des déformations).

#### M. ATALLAH (à M. Chiorino)

— La recouvrance (partie réversible du fluage) est généralement déterminée expérimentalement par un essai de fluage qu'on décharge complètement et brusquement au bout d'un certain temps. Le fait d'utiliser ce type d'essai pour définir la recouvrance dans la fonction de fluage ne constitue-t-il pas une hypothèse trop approximative surtout lorsqu'il s'agit de problèmes (tels que les pertes et les déformations différées de précontrainte, l'adaptation des poutres hyperstatiques, etc.) où le déchargement du béton s'effectue très lentement ?

— La notion de fonction spécifique de fluage est seulement valable lorsque le comportement rhéologique du béton peut être considéré comme linéaire. Or, il est bien connu qu'après chargement (à cause d'un phénomène appelé « hésitation au fluage »), l'indice de non linéarité est élevé et ne se rapproche de l'unité (valeur correspondant au comportement linéaire) qu'au bout de quelques jours dans lesquels 30 % environ du fluage serait déroulé. En conséquence, ne faut-il pas parler avec prudence de la partie non réversible du fluage en attendant que la relation entre cette partie et le phénomène d'hésitation au fluage soit clair ?

— La formule de récurrence citée dans l'exposé (méthode de calcul proposée par M. Bazant), a été testée au L.C.P.C. à partir des résultats d'un essai pratiqué dans ce laboratoire appelé essai de « fluage relaxation combinée » qui consiste à comprimer axialement une éprouvette en béton par des armatures tendues de précontrainte et à mesurer dans le temps la déformation  $\varepsilon(t)$  et la contrainte  $\sigma(t)$  de l'éprouvette. Dans ces conditions, la vérification de la formule de récurrence peut être effectuée en déduisant par l'intermédiaire de cette méthode de calcul l'une des fonctions mesurées à partir des valeurs de l'autre et de comparer les valeurs obtenues par le calcul aux valeurs expérimentales. Les comparaisons effectuées au

L.C.P.C. semblent indiquer que la formule de récurrence s'applique d'une manière convenable lorsqu'il s'agit de déduire la relaxation du béton à partir d'un essai de fluage, par contre, elle peut conduire à des aberrances dans le cas plus général (déduction de la variation de la déformation à partir de la variation de la contrainte). Est-ce que cette méthode de calcul a fait l'objet de tests dans les conditions de ce dernier cas ?

#### M. CHIORINO

1) Il est vrai que la décomposition de la déformation de fluage dans une partie permanente (flow) qui est supposée se développer en accord avec la théorie du vieillissement et une partie réversible (élasticité différée) supposée indépendante de l'âge à la mise en charge correspond à une schématisation assez poussée du comportement du béton au niveau phénoménologique.

Aussi les techniques expérimentales qui sont normalement adoptées pour la détermination pratique des deux composantes (cycles de charges et décharges auxquels fait allusion M. Atallah) ne sont par exemptes de critiques.

Il est effectivement vrai que le principe de superposition se trouve moins bien vérifié dans les cycles de charge et de décharge (renversement de la déformation), que dans les situations où il y a augmentation de charge ou même diminution de charge mais avec constance ou augmentation de déformation.

Il faut dire toutefois que cette décomposition, bien qu'imparfaite, est très avantageuse du point de vue du calcul comme elle conduit à des simplifications analytiques très importantes (possibilité d'employer les deux premières méthodes du Manuel).

Cela dit, il faut noter que le Manuel CEB-FIP présente aussi une méthode (troisième méthode due à M. Bazant et basée sur la solution par la formule de récurrence des équations intégrales) dans laquelle il n'est pas nécessaire de mettre en évidence la décomposition en deux parties de la fonction fluage ; dans ce cas la connaissance de l'allure de la déformation totale sous charge constante est suffisante.

2) L'imparfaite linéarité du fluage est certainement une cause d'erreur assez importante dans les calculs par des méthodes fondées sur l'hypothèse de parfaite linéarité.

Au moment actuel on ne voit pas toutefois la possibilité d'établir des méthodes de calcul à la portée des ingénieurs dans le domaine du fluage non linéaire.

Il ne faut pas oublier aussi que d'autres causes limitent la validité des calculs dans le domaine du fluage ; ceci est par exemple l'incertitude dans la prévision des valeurs numériques de la déformation dans les cas concrets des structures réelles.

3) Le contrôle expérimental de la méthode basée sur la formule de récurrence ne représente que le contrôle des hypothèses de linéarité est la superposition sur laquelle se fondent les équations intégrales de Volterra. L'approximation numérique n'est pas en cause comme la dimension des intervalles de temps peut être réduite à volonté.

Dans le laboratoire du Politecnico de Turin, des essais de déformation imposée constante (relaxation) sont en cours sur des poutres en béton armé. Il serait intéressant de connaître les résultats des essais du L.C.P.C.

#### M. ATALLAH (à M. Fauchart)

Il est d'usage actuellement d'effectuer les calculs d'adaptation des structures hyperstatiques en béton précontraint en supposant que ces structures sont constituées uniquement de béton et en considérant la précontrainte comme un système de forces extérieures fixes dans le temps. Cela revient à négliger l'effet des pertes de précontrainte dans les câbles. Dans quelle mesure ces hypothèses et considérations sont-elles justes ?

#### M. FAUCHART

1. Mieux vaudrait, tout d'abord, réserver le terme : « adaptation » aux phénomènes d'adaptation plastique (par exemple, formation de rotules plastiques dans une poutre continue exagérément chargée) et parler ici de « redistribution par fluage » des efforts internes dans les constructions hyperstatiques en béton.

2. On sait que le fluage du béton n'a pas d'influence sur la répartition des sollicitations dans une structure isostatique, non plus que dans une structure hyperstatique réalisée d'emblée sous sa forme définitive, en béton homogène sur toute la longueur de la structure, au moins dans l'hypothèse du fluage linéaire (où l'on suppose qu'à tout instant contrainte et déformation du béton sont proportionnelles) (1). Cela reste vrai même si les efforts extérieurs varient dans le temps, ce qui est le cas pour la précontrainte (à cause de ses « pertes » par retrait-fluage du béton et relaxation de l'acier). En ce cas, les réactions hyperstatiques varient elles aussi, mais elles sont les mêmes à tout temps que celles qui équilibreraient les efforts alors appliqués si le modèle de déformation du béton était constant.

Ce n'est que dans le cas où l'on gêne les déformations naturelles du béton, qu'il y a modification progressive des réactions d'appui d'une structure hyperstatique, même si les charges appliquées restent constantes. Il en résulte une redistribution progressive des sollicitations dans la structure. L'ensemble de ces variations de réactions constitue évidemment un système de forces nul puisqu'il équilibre une action extérieure nulle (« auto-contrainte »). En pratique il s'agit essentiellement des 2 cas suivants :

- on impose des déformations à l'ouvrage : volontaires (dévallations d'appui) ou accidentelles (tassements d'appui). Les réactions dites « de compensation » nécessaires pour ce faire diminuent progressivement dans le temps avec une vitesse de variation plus élevée que celle du fluage : il s'agit en effet alors de relaxation.
- l'ouvrage est construit par phases successives, suivant des schémas statiques différents. Ce cas se rencontre de plus en plus souvent dans la construction des ponts hyperstatiques, soit par encorbellement successifs, soit par réalisation de la continuité entre poutres préfabriquées isostatiques.

3. Pour tenter d'être clair, considérons l'exemple simple (figure 16) de 2 poutres indépendantes, préfabriquées au temps  $t_0$ , posées à la suite puis rendues continues, au temps  $t_1$ .

De  $t_0$  à  $t_1$ , les poutres soumises à leur poids propre et à la précontrainte  $P$ , effectuent leur déformation instantanée, puis une partie de leur déformation différée (de  $t_0$  à  $t_1$ ) suivant un schéma isostatique et donc en toute liberté. En particulier, sur l'appui intermédiaire, la différence des rotations de leurs sections d'about en regard au temps  $t$  vaut :  $\Delta\omega(t)$ .

La réalisation de la continuité, à  $t_1$ , empêche le reste de la déformation différée, sous l'effet des charges appliquées auparavant, de s'effectuer librement. En particulier, elle bloque définitivement  $\Delta\omega$  à sa valeur  $\Delta\omega(t_1)$ .

C'est pour annuler la partie de déformation différée naturelle restant à effectuer :  $D(t) = [\Delta\omega(t) - \Delta\omega(t_1)]$ , que doit se développer progressivement dans la section du joint un moment de continuité  $M_{ff}$ , qui est engendré par la variation progressive des réactions d'appui :

$$\Delta R_1 = \frac{1}{l_1} M_{ff} ; \Delta R_3 = \frac{1}{l_2} M_{ff} ; \Delta R_2 + (\Delta R_1 + \Delta R_3) = 0$$

Les valeurs de  $\Delta\omega(t)$  et donc de  $D(t)$  dépendent des charges appliquées jusqu'à  $t_1$ , et non des actions ultérieures.

On est ainsi amené à distinguer 2 familles parmi les charges :

- Celles qui sont appliquées de  $t_0$  à  $t_1$  (en particulier : précontrainte initiale  $P(t_0)$  et « pertes » effectuées de  $t_0$  à  $t_1$ ) : ces charges provoquent des sollicitations isostatiques directes, d'une part, et d'autre part, au-delà de  $t_1$ , la redistribution par fluage des sollicitations par modification des réactions d'appui.
- Celles qui s'exercent au-delà de  $t_1$  (et en particulier les pertes de précontrainte restant à effectuer). Ces charges appliquées à la poutre continue définitive développent des sollicitations que permet de calculer la statique classique, comme vu au § 2 ci-dessus, sans phénomène d'« adaptation » par fluage.

(1) Cf. Jean Courbon : L'influence du fluage linéaire sur l'équilibre des systèmes hyperstatiques en béton précontraint (Annales de l'ITBTP — février 1968).

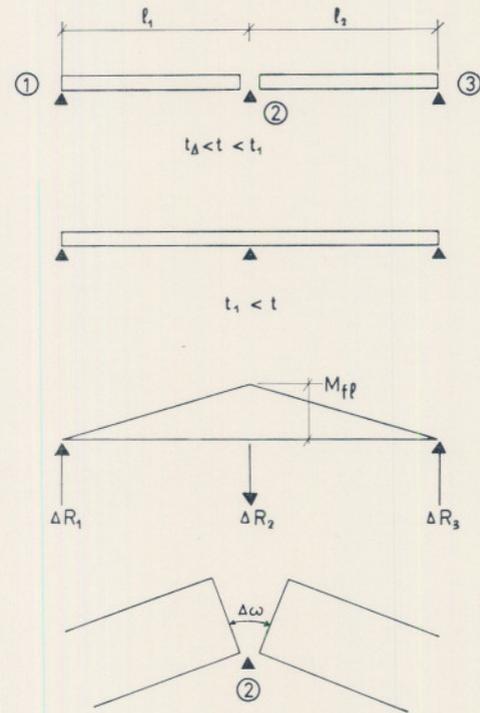


Fig. 16

4. La pratique des ouvrages en béton précontraint que j'ai projetés en me souciant de ces phénomènes (ponts de Bayonne, Calix à Caen et Saint-André-de-Cubzac, construits en encorbellement ; pont sur le Lac de Bordeaux à poutres isostatiques rendues continues), ne m'a pas permis de trouver des règles forfaitaires simples pour estimer l'effet de la redistribution par fluage.

Dans le calcul, en effet, les réactions hyperstatiques de fluage apparaissent comme de petites différences de 2 grands nombres (effets opposés des actions extérieures, telles que le poids propre, d'une part, et de la précontrainte, d'autre part). Une erreur relative faible sur l'un de ces 2 grands nombres peut entraîner une considérable sur leur différence. C'est dire qu'il faut essayer d'estimer au mieux la valeur et l'évolution dans le temps des pertes de précontrainte (2), pour bien rendre compte de ces phénomènes.

5. Néanmoins, la redistribution par fluage n'est qu'un des états d'auto-contrainte que peut connaître une construction. Il en est bien d'autres qu'ignore le calcul courant ne serait-ce que parce que leur origine est parfois aléatoire (variations thermiques ; tassements d'appui). De même, dans le cas présent, le projecteur ne peut estimer que grossièrement la valeur de  $D(t)$  qui dépend fortement de ce qui se passera réellement sur le futur chantier (composition exacte du béton, conditions thermohygrométriques, avatars divers entre calendriers théorique et réel, etc.).

Il me paraît donc bien académique, pour les ouvrages courants, de prétendre raffiner à l'excès les calculs de redistribution par fluage sous prétexte que l'on en possède un schéma de calcul approximatif, on risquerait ainsi de pénaliser la plupart des ponts hyperstatiques ce qui serait bien paradoxal puisque l'on sait que ces ouvrages présentent une résistance ultime nettement supérieure à celle des ouvrages isostatiques. C'est probablement la raison pour laquelle le nouveau règlement du béton précontraint (du 13 août 1973) a ouvert une porte timide à la prise en compte des possibilités d'adaptation plastique dans les constructions hyperstatiques. Timide, et avec bon sens, dans le cas des ouvrages construits par phases successives, dont les joints qui les séparent risquent d'être des points faibles en service normal (risques de fissuration et de corrosion par exemple).

(2) Cf. par exemple : J.M. Demorieux et A. Ghali : Une méthode de calcul de perte de précontrainte et sa vérification expérimentale (Annales de l'ITBTP, octobre 1971).

# Influences respectives de la pâte et des granulats sur la mesure des caractéristiques rhéologiques du béton frais vibré<sup>(\*)</sup>

par M. BARRIOULET et C. LEGRAND

Département de Génie Civil  
de l'Institut national des Sciences appliquées de Toulouse

## RESUME

Le comportement exclusivement visqueux de la pâte pure de ciment sous vibration a pu être déterminé grâce à des mesures viscosimétriques classiques.

Dans cette communication, les auteurs ont cherché quelle était l'incidence de la présence de granulats de dimension supérieure à 100 microns sur de telles mesures.

Pour cela ils ont établi les lois relatives à l'influence de l'addition de granulats sur la viscosité d'une pâte pure. Ils ont notamment montré que la présence des granulats dans une pâte pure tend à donner un mélange satisfaisant de moins en moins aux conditions requises pour effectuer des mesures viscosimétriques, au fur et à mesure qu'augmentent la concentration en granulats et la dimension de ces derniers.

Par extension, il s'avère qu'on ne peut parler d'une éventuelle viscosité du béton et qu'il est par conséquent illusoire de vouloir opérer des mesures viscosimétriques sur ce matériau.

## 1. INTRODUCTION

Nous avons montré que les mélanges de sable ou de ciment et d'eau, soumis à des vibrations, présentaient un comportement exclusivement visqueux. Les courbes d'écoulement de tels corps se prêtant difficilement à une formulation mathématique, leur viscosité a été appréciée en mesurant la contrainte de cisaillement  $\tau$  existant dans ces mélanges lorsqu'on les soumet à une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  déterminée [1].\*\*

Nous avons ainsi pu établir la loi suivante :

$$\tau = B_0 e^{\beta(C-0,5)}$$

$C$  désignant la concentration en solide<sup>1</sup>,  $B_0$  et  $\beta$  étant des coefficients dépendant essentiellement de la granulométrie, de la forme des grains et de leur nature.

Afin d'étudier les influences respectives de la pâte et des granulats sur la mesure des caractéristiques rhéologiques du béton frais vibré, nous avons établi le rapport :

$$\phi = \frac{\tau}{\tau_1}$$

\* Conférence prononcée au Colloque sur la Rhéologie des Bétons, Paris, 10-11 décembre 1973.

\*\* Les chiffres mis entre crochets [ ] renvoient à la bibliographie, en fin d'article.

$$(1) C = \frac{V_s}{V_s + V_c} = \frac{\text{Volume de la phase solide}}{\text{Volume de la phase solide} + \text{Volume de la phase liquide}}$$

$\tau$  désignant la contrainte de cisaillement, pour une vitesse de déformation donnée, mesurée dans un béton,

$\tau_i$  désignant la contrainte de cisaillement pour la même valeur de  $\dot{\varepsilon}$  mesurée dans une pâte<sup>2</sup> présentant la même concentration en solide que le béton précédent.

L'étude de ce coefficient  $\phi$  permet ainsi de montrer dans quelle mesure la substitution d'un volume donné de granulats de dimension supérieure à  $100 \mu$ , au même volume de granulats de dimension inférieure à  $100 \mu$  modifie la viscosité d'un béton.

## 2. COMPOSITION DES MELANGES ETUDIES

La pâte d'un béton, telle que nous l'avons définie au paragraphe précédent, est essentiellement composée de ciment et d'eau. Il est montré [1] que, lorsqu'on étudie le matériau frais, on peut remplacer le ciment par un sable broyé de finesse comparable et éviter ainsi que le phénomène de prise ne vienne perturber les mesures.

Ainsi, dans les bétons que nous avons été amenés à réaliser, le ciment a été remplacé par un sable de calcite obtenu par broyage, présentant des grains de dimension comprise entre 0 et  $100 \mu$  et une surface spécifique Blaine égale à  $6800 \text{ cm}^2/\text{g}$  environ.

Nous avons fait varier la granulométrie des mélanges en substituant des grains de dimension supérieure à  $100 \mu$  à la phase solide de la pâte.

La proportion de grains fins contenus dans ces mélanges est caractérisée par le rapport :

$$R = \frac{V_f}{V_s}$$

$V_f$  désignant le volume des éléments fins et  $V_s$  le volume total de la phase solide du mélange.

Les gros granulats, de même nature minéralogique que les éléments fins, ont été obtenus par concassage et répartis suivant les classes granulométriques suivantes :

- Classe  $G_1 = 0,1 \text{ mm} - 0,2 \text{ mm}$
- Classe  $G_2 = 0,2 \text{ mm} - 0,4 \text{ mm}$
- Classe  $G_3 = 0,4 \text{ mm} - 0,8 \text{ mm}$
- Classe  $G_4 = 0,8 \text{ mm} - 1,6 \text{ mm}$
- Classe  $G_5 = 1,6 \text{ mm} - 3,15 \text{ mm}$

Pour chaque granulométrie, nous avons fait décroître le rapport  $R$  de 0,1 en 0,1 à partir de 1.

[2] Nous désignons ainsi le mélange constitué par l'eau et par la fraction fine de la phase solide d'un béton.

VARIATION DE  $\tau$  EN FONCTION DE C

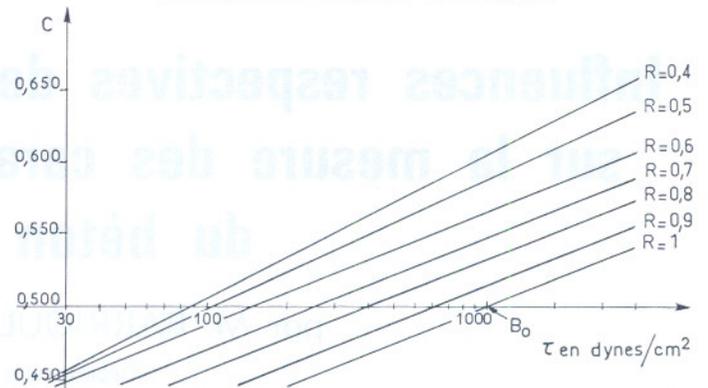


Fig. 1. — Classe granulométrique  $G_1$

## 3. METHODE EXPERIMENTALE ET RESULTATS

Nous avons tracé expérimentalement les courbes d'écoulement, sous vibration, des mélanges précédemment définis, en utilisant pour cela le viscosimètre mis au point par nos soins lors de travaux précédents [1].

Comme il a été précisé au paragraphe 1, la viscosité de ces mélanges a été appréciée en déterminant, d'après les courbes d'écoulement, la contrainte de cisaillement  $\tau$  correspondant à une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  arbitrairement fixée à  $10 \text{ s}^{-1}$ .

Pour chaque classe granulométrique nous avons ainsi pu tracer les courbes représentatives de la loi de variation de  $\tau$  en fonction de  $C$  suivant différentes valeurs de  $R$ .

A titre d'exemple, sont représentées, sur les figures 1 et 2, les courbes obtenues respectivement pour les classes granulométriques  $G_1$  et  $G_5$ .

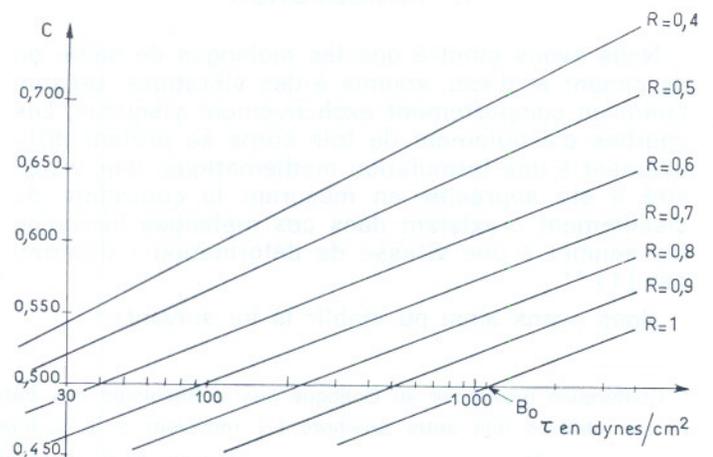


Fig. 2. — Classe granulométrique  $G_5$

On vérifie aisément sur ces courbes que, comme nous l'avons déjà montré, la loi de variation est toujours de la forme :

$$\tau = B e^{\beta(C-0,5)} \quad (\text{équation 1})$$

Pour la pâte seule, c'est-à-dire pour  $R = 1$ , nous écrivons :

$$\tau_1 = B_0 e^{\beta(C-0,5)} \quad (\text{équation 2})$$

#### 4. INFLUENCE DE LA GRANULOMETRIE SUR LES COEFFICIENTS $\beta'$ et B

Les courbes de la *figure 3* représentent la variation de  $\beta'$  en fonction de  $R$  suivant les 5 classes granulométriques étudiées. On constate que  $\beta'$  est constant et donc égal à  $\beta$  tant que  $R$  est supérieur à 0,6. Lorsque  $R$  est inférieur à cette valeur,  $\beta'$  décroît avec  $R$ , et cela d'autant plus que les granulats sont plus gros.

Il convient toutefois de noter que l'influence de la dimension des granulats sur la valeur de  $\beta'$  est faible par rapport à celle de  $R$ .

Les courbes de la *figure 4* représentent la variation de  $B$  en fonction de  $R$  suivant les 5 classes granulométriques étudiées. On peut estimer que la loi de variation est exponentielle tant que  $R$  est supérieur à 0,6, c'est-à-dire tant que  $\beta' = \beta$ .

On peut donc écrire :

$$\text{Log } B = \text{Log } B_0 - (1 - R) K_a, \quad (\text{équation 3})$$

$K_a$  étant un coefficient caractéristique de la classe granulométrique.

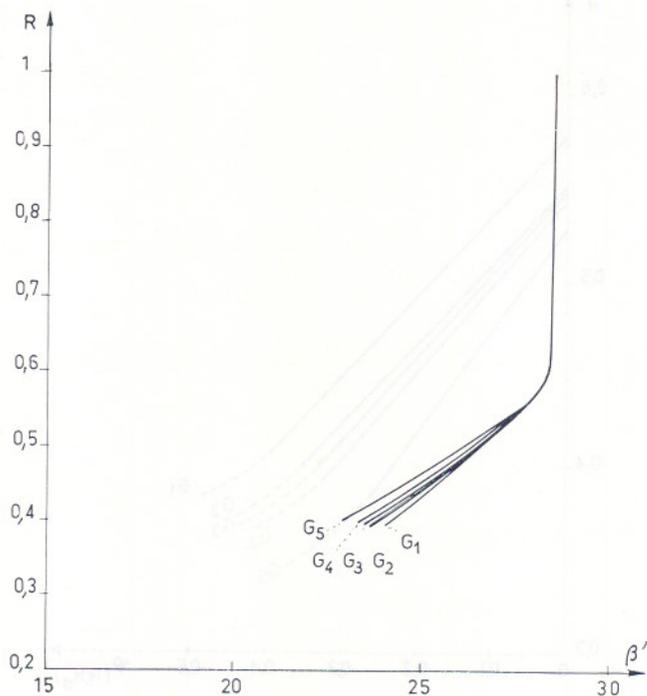


Fig. 3. — Variation de  $\beta'$  en fonction de  $R$

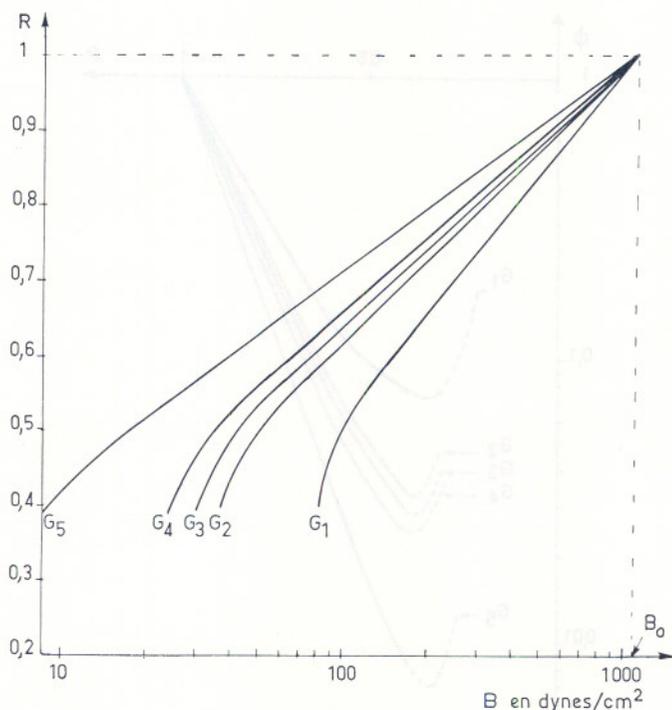


Fig. 4. — Variation du coefficient B en fonction de  $R$

#### 5. INFLUENCE DE LA GRANULOMETRIE SUR LE COEFFICIENT $\phi$

Nous avons défini le rapport  $\phi$  (cf. § 1) tel que  $\tau = \phi \tau_1$ .

$$\text{Soit } \text{Log } \phi = \text{Log } \tau - \text{Log } \tau_1.$$

D'après les équations 1 et 2, on peut écrire :

$$\text{Log } \phi = \text{Log } \frac{B}{B_0} - (\beta - \beta') (C - 0,5) \quad (\text{équation 4})$$

1° Lorsque  $R$  est supérieur à 0,6, l'équation 3 d'une part et le fait que  $\beta' = \beta$  d'autre part, permettent d'écrire l'équation 4 sous la forme :

$$\text{Log } \phi = - (1 - R) K_a \quad (\text{équation 5})$$

Ainsi, la substitution, à volume égal, de gros granulats aux granulats constituant la pâte, modifie la viscosité du mélange suivant un rapport variant exponentiellement avec  $R$  et  $K_a$  (*figure 5*).

Il est intéressant de noter que, lorsque  $R$  est supérieur à 0,6,  $\phi$  est indépendant de  $C$  et de  $\beta$ .

2° Lorsque  $R$  est inférieur à 0,6,  $\beta'$  est différent de  $\beta$  et  $\phi$  dépend donc de  $C$  (cf. équation 4).

Les courbes de la *figure 5*, représentatives de la loi de variation de  $\phi$  en fonction de  $R$  suivant la classe granulométrique, dépendent donc de  $C$  et de  $\beta$ .

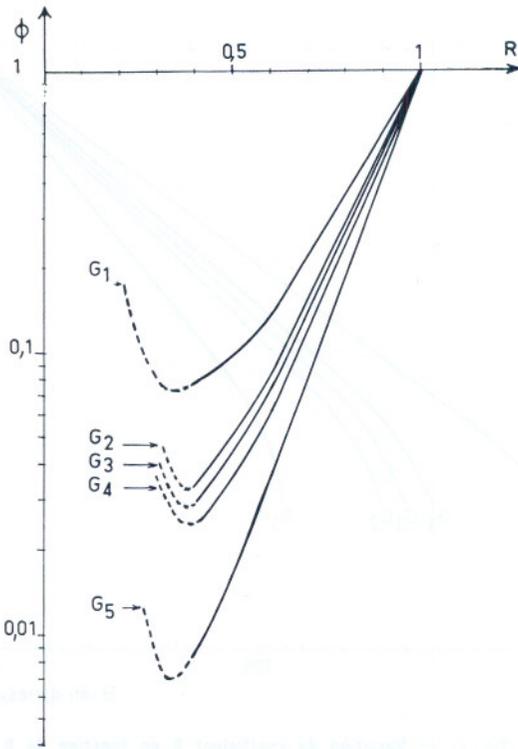


Fig. 5. — Variation de  $\phi$  en fonction de  $R$

Dans ce cas là, nous avons tracé ces courbes pour  $C = 0,5$ , ce qui a pour effet d'annuler le terme en  $(\beta - \beta')$  ( $C = 0,5$ ) de l'équation 4.

D'après les courbes de la figure 4, on peut écrire que, lorsque  $R$  est inférieur à 0,6, on a :

$$\text{Log } B = \text{Log } B_0 - (1 - R) K_d + \varphi(R, K_d)$$

L'équation 4 devient :

$$\text{Log } \phi = - (1 - R) K_d + \varphi(R, K_d) - (\beta - \beta')(C - 0,5) \quad (\text{équation 6})$$

Les courbes de la figure 5, ayant été tracées pour  $C = 0,5$ , permettent aisément de déterminer la fonction  $\varphi$ .

Les courbes de la figure 6, expriment la loi de variation de  $\varphi$  en fonction de  $R$  suivant les différentes classes granulométriques, c'est-à-dire suivant  $K_d$  dont la détermination ne présente pas d'intérêt dans le présent exposé.

3° Remarque : A l'aide des courbes de la figure 3, on peut déterminer l'influence de  $\beta'$  et de  $C$  sur  $\phi$ .

Dans la gamme des rapports  $R$  et des concentrations  $C$  étudiés, nous avons pu constater que cette influence est très faible et peut, dans la majorité des cas être négligée.

## 6. INTERPRETATION

Le comportement d'un mélange de particules solides et d'eau est exclusivement visqueux dans la mesure où existent, entre les particules, des forces de liaison électriques à l'exclusion de toute force de contact intergranulaire. Des mesures viscosimétriques effectuées dans un tel milieu, montrent que la viscosité augmente avec la concentration en solide ou la surface spécifique des grains, c'est-à-dire lorsque les forces de liaison croissent.

Ainsi, lorsque  $R$  diminue ou lorsque la dimension des granules augmente, les forces de liaison sont de plus en plus faibles ; l'expression de  $\phi$ , lorsque  $R$  est supérieur à 0,6 (cf. équation 5) en témoigne.

Il n'y a aucune raison a priori pour que la loi de variation des forces de liaison intergranulaires, d'origine électrique, en fonction de  $R$  soit différente suivant que  $R$  est supérieur ou inférieur à 0,6. Le terme  $\varphi(R, K_d)$  intervenant dans l'équation 6 n'est donc imputable qu'à l'apparition des forces de contact.

L'enchevêtrement et le frottement des grains les uns par rapport aux autres sont alors à l'origine d'une résistance au cisaillement que l'on peut mesurer à l'appareil Casagrande par exemple [2]. Cette résistance au cisaillement, bien que pouvant être modifiée par les propriétés visqueuses de la pâte interstitielle, est un phénomène essentiellement mécanique et non rhéologique. On ne peut donc plus dire que le comportement du mélange est exclusivement visqueux ; il est donc aberrant, à notre avis, de vouloir mesurer, par un processus rhéologique, la viscosité d'un corps qui n'est plus visqueux.

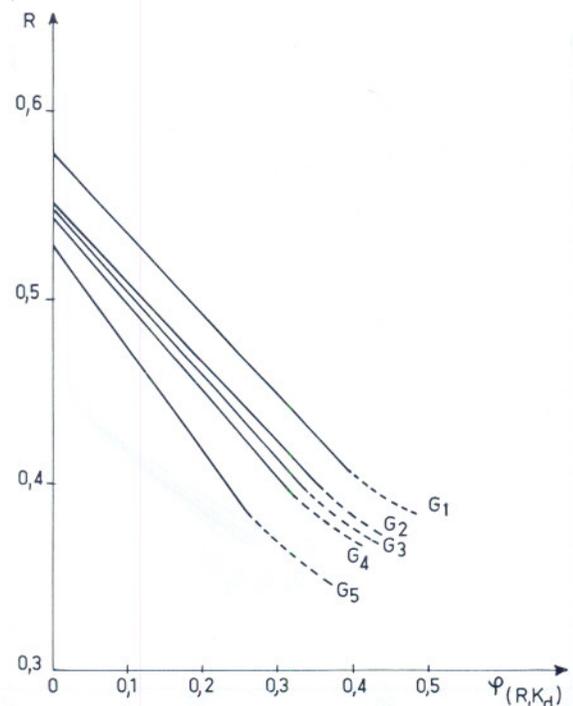


Fig. 6. — Variation de  $\varphi(R, K_d)$  en fonction de  $R$

$\varphi_{(R, \kappa_d)}$  ne doit pas être considéré comme un terme correctif; en fait dès que  $\varphi_{(R, \kappa_d)}$  est différent de zéro, on peut considérer la mesure comme aberrante. On peut d'ailleurs noter que lorsque  $R$  est inférieur à 0,4, l'enchevêtrement est tel que le mobile du viscosimètre travaille en scissomètre et rend toute mesure impossible.

## 7. CONCLUSION

Il faut considérer que le béton frais est composé de deux parties distinctes :

- une squelette granulaire résistant au cisaillement suivant un processus mécanique, faisant intervenir l'enchevêtrement et le frottement des grains les uns par rapport aux autres.
- une pâte interstitielle résistant au cisaillement suivant un processus exclusivement visqueux.

Le comportement du béton frais résulte non seulement du comportement propre des granulats et de

la pâte mais également de leur action mutuelle, la pâte pouvant jouer un rôle lubrifiant dans les frottements intergranulaires.

L'étude du comportement du béton frais doit donc faire intervenir simultanément les processus mécanique et rhéologique. Il est certain que dans cette voie l'approche des phénomènes est délicate et que dans l'état actuel de nos connaissances, la mesure subjective de « l'ouvrabilité » constitue le meilleur moyen d'apprécier le comportement d'un béton frais.

A notre avis, on doit considérer les « viscosimètres » à béton comme des ouvrabilimètres et non comme des appareils permettant de mesurer la viscosité d'un matériau qui n'est pas visqueux.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. LEGRAND : Contribution à l'étude de la rhéologie du béton frais. Thèse : Toulouse — 1971.
- [2] R. L'HERMITE : Idées actuelles sur la technologie du béton. I.T.B.T.P. — Paris — 1955.

# L'évaluation des effets du comportement à long terme du béton dans les structures en béton armé<sup>(\*)</sup>

par Mario Alberto CHIORINO <sup>(1)</sup>

## RESUME

Le Comité Européen du Béton a proposé récemment trois méthodes pour l'évaluation des effets structuraux des déformations différées du béton qui toutes trois se fondent sur une représentation du comportement rhéologique du béton en accord avec les hypothèses de linéarité et de superposition.

Deux de ces méthodes introduisent une schématisation ultérieure en ce qui concerne la loi de fluage (séparation de la partie réversible de la partie irréversible) afin de parvenir à des algorithmes simples. La troisième méthode, qui se base sur une solution numérique de l'équation intégrale fondamentale, a au contraire un caractère tout à fait général et permet de résoudre un grand nombre de problèmes en adoptant des fonctions mémoire quelconques.

Il est bien connu que le comportement rhéologique du béton a une large influence sur le régime des efforts et des déformations des constructions en béton armé.

Il est aisé de constater aussi que cette influence est de beaucoup plus importante en ce qui concerne le comportement sous les charges d'exploitation. En effet lorsque les charges croissent au-delà du domaine d'utilisation et se rapprochent des valeurs ultimes, le béton et l'acier donnent lieu à des déformations plastiques ayant un ordre de grandeur nettement supérieur à celui des déformations différées du béton : l'influence de ces dernières est donc fortement réduite (si l'on excepte le cas où l'état ultime fait intervenir des phénomènes du second ordre).

Il faut considérer par ailleurs que la vérification de la sécurité vis-à-vis des états limites d'utilisation des structures (charges d'exploitation) revêt aujourd'hui une importance certainement non inférieure, sinon supérieure, à la vérification de la sécurité par rapport à la rupture.

Qu'il suffise de penser à l'importance du contrôle de la déformabilité en service des structures élancées et à la nécessité de limiter l'ampleur des fissu-

## SUMMARY

The author gives an illustration of the criteria used by a group of the European Committee for Concrete (CEB), for estimation of time effects in reinforced concrete structures, due to rheological behavior of concrete.

res compte tenu des conditions d'utilisation des éléments structuraux et des caractéristiques de l'ambiance.

Il en découle donc que l'évaluation de l'influence des propriétés à long terme du béton sur le comportement des structures en béton armé revêt une importance non négligeable dans le processus global du contrôle de la sécurité.

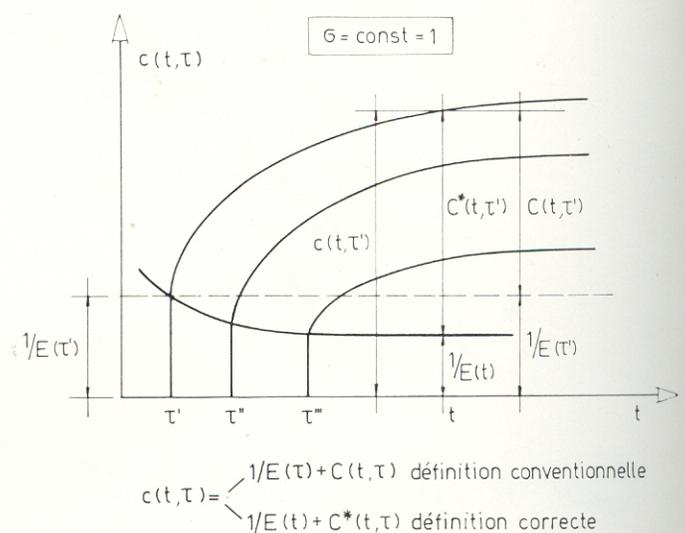


Fig. 1. — Définition de la fonction fluage

\* Conférence prononcée au Colloque sur la Rhéologie des Bétons, Paris, 10-11 décembre 1973.

1. Assistant à l'Ecole Polytechnique de Turin. Rapporteur de la Commission XV « Effets structuraux des déformations différées du béton » au sein du Comité Européen du Béton.

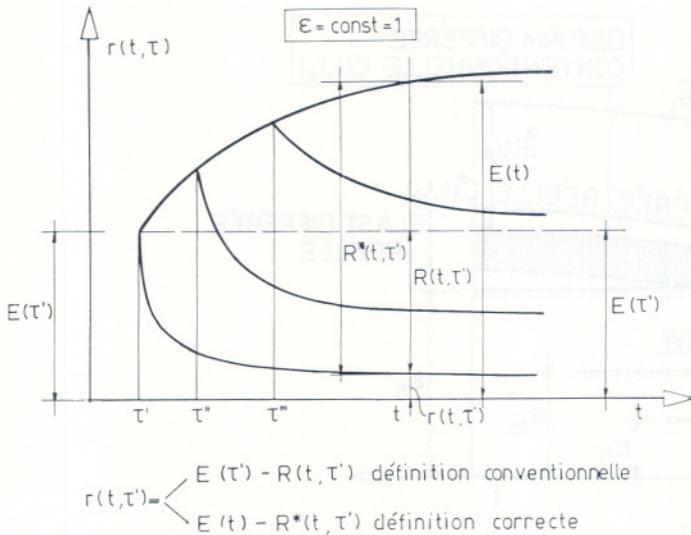


Fig. 2. — Définition de la fonction relaxation

Ce point de vue a toujours été retenu par le Comité Européen du Béton, qui déjà dans sa première édition des *Recommandations pratiques* en 1963 [1]\* et dans la successive édition de 1970 [2] s'est préoccupé de fournir aux projeteurs les moyens pour prévoir les valeurs de la déformabilité différée du béton.

En 1971, le CEB a créé un Groupe de travail<sup>2</sup> chargé de rédiger un document (*Manuel de calcul CEB-FIP*) pour l'évaluation des effets structuraux de cette déformabilité à long terme. Ce document [3] [4] vient d'être présenté dans sa rédaction définitive à la 16<sup>e</sup> Session plénière du CEB à Londres (octobre 1973) et sera prochainement diffusé.

Le but du présent mémoire est d'illustrer les critères sur lesquels s'est basée l'activité du Groupe de travail du CEB pour parvenir à la formulation de méthodes d'analyse adaptées aux exigences de l'application.

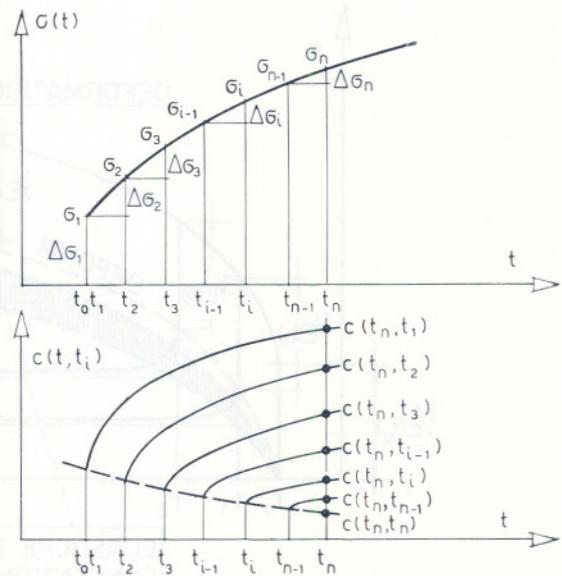
Dans le cadre du présent colloque il nous semble donc intéressant de discuter le problème du choix d'une loi rhéologique de base du béton qui réalise un compromis raisonnable entre les exigences d'une exactitude théorique, qui ne pourrait manquer d'avoir un caractère illusoire, et la tentation d'adopter une schématisation trop poussée susceptible de fausser certains aspects significatifs du problème.

### 1. HYPOTHESES DE BASE

Si l'on se contente d'examiner le cas des contraintes d'utilisation et si l'on suppose que les déformations conservent une allure monotone on convient aujourd'hui sur la possibilité d'admettre que les déformations de fluage du béton soient liées aux efforts par un rapport de linéarité et que soit respecté le principe de superposition.

2. Le Groupe de travail a été transformé à l'occasion de la 16<sup>e</sup> Session plénière du CEB à Londres dans la Commission XV « Effets structuraux des déformations différées du béton ».

\* Les chiffres entre crochets [ ] renvoient à la bibliographie, en fin d'article.



$$\epsilon(t) = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n c(t_n, t_i) \Delta \sigma(t_i)$$

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$$

Fig. 3. — Dérivation de la formule (1)

Ces deux hypothèses fondamentales apparaissent comme condition nécessaire pour l'organisation de méthodes d'analyse des effets structuraux des déformations différées dépourvues de complexités excessives.

Dans le cadre de ces hypothèses la relation efforts-déformations du béton peut être représentée par des intégrales héréditaires avec noyaux mémoire de la forme :

$$\epsilon(t) = \int_{t_0}^t c(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad (1)$$

(intégrales de Stieltjes)

$$\sigma(t) = \int_{t_0}^t r(t, \tau) d\epsilon(\tau) \quad (2)$$

où  $\epsilon$  et  $\sigma$  représentent respectivement les déformations et les efforts,  $t$  est le temps à partir du moment du bétonnage,  $t_0$  l'âge du matériau à l'instant de sa première manipulation,  $c(t, \tau)$  et  $r(t, \tau)$  sont les fonctions mémoires connues sous les noms de fonction fluage et fonction relaxation<sup>3</sup>. On sait que, dans le cas du béton,  $c$ ,  $r$ , dépendent fortement de l'âge du matériau.

3. Dans (1) et (2) on fait abstraction du phénomène du retrait. Dans le Manuel CEB-FIP, en accord avec un usage désormais répandu, on définit comme déformation de fluage l'excès de déformation (mesuré après la déformation initiale) sur un échantillon chargé qui se trouve dans les mêmes conditions qu'un échantillon identique de référence non chargé.

La séparation du fluage et du retrait est considérée donc comme une simple question de définition ; en effet on sait bien que les déformations différées du béton dans les échantillons chargés et non chargés doivent être considérées comme deux aspects d'un même phénomène.

Il faut encore remarquer que dans l'équation (1), avec référence à la terminologie courante, on entend par fonction fluage la somme de la déformation initiale et de la déformation différée (ou de fluage proprement dite) sous contrainte constante unitaire.

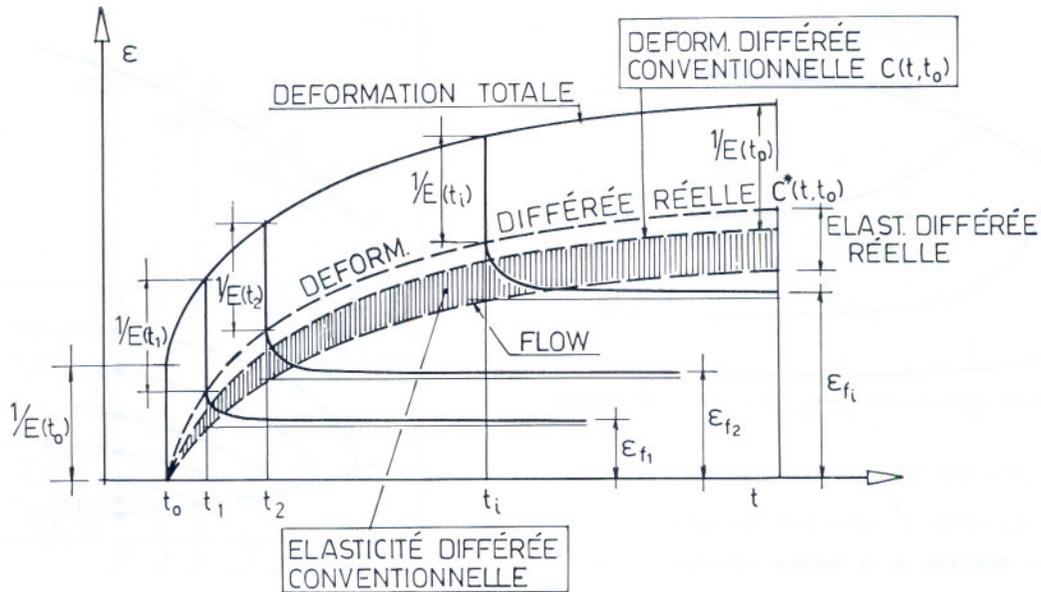


Fig. 4. — Procédé expérimental schématisé pour la mise en évidence de la partie irréversible (flow) et de celle réversible (élasticité différée) de la déformation différée. Remarquer la différence entre le cas où l'on se réfère à la définition correcte et le cas où l'on se réfère à la définition conventionnelle de la fonction fluage.

Il est important de souligner que cette représentation est acceptable pour des conditions de température et humidité constantes. Si cette condition n'est pas vérifiée les noyaux mémoires devraient dépendre de l'histoire de la température et du contenu en eau [5].

La résolution des problèmes d'analyse structurale en présence d'un comportement viscoélastique du matériau se réduit toujours à l'utilisation de relations du type (1) ou (2); lorsque l'inconnue est sous le signe d'intégrale ces relations doivent être considérées comme équations intégrales linéaires de Volterra.

Il est aisé de constater que si l'on adopte pour les noyaux mémoire des formes à peine un peu élaborées pour tâcher de représenter au mieux les propriétés du béton telles qu'on peut les déduire des observations expérimentales, la solution analytique des équations intégrales (1) et (2) devient très lourde et le plus souvent impossible.

Partant de cette constatation le CEB a décidé de proposer une forme assez simple pour la représentation de la fonction fluage et de suggérer trois méthodes pour la solution des problèmes, chacun représentant un degré d'approximation différent.

## 2. LA LOI DE FLUAGE

La forme proposée pour la loi de fluage est fondée sur la constatation qu'une partie des déformations différées est réversible. On écrit donc :

$$c(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + \frac{1}{E_{28}} \left\{ \varphi_{d\infty} \beta_d(t - t_0) + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] \right\} \quad (3)$$

Le terme  $1/E(t_0)$  représente la fraction élastique de la déformation qui est considérée fonction de l'âge à la mise en charge<sup>4</sup>.

Le terme  $\varphi_{d\infty} / E_{28} \beta_d(t - t_0)$  représente la partie réversible de la déformation différée (élasticité différée). Pour des raisons de simplicité la partie réversible est supposée indépendante de l'âge à la mise en charge; en effet les observations expérimentales montrent que, s'il y a une dépendance elle est certainement assez limitée et concerne essentiellement la rapidité d'évolution et non la valeur finale  $\varphi_{d\infty} / E_{28}$ . Les résultats expérimentaux dont on dispose actuellement ne permettent pas de juger s'il est plus raisonnable de lier, à travers un pourcentage fixe, la valeur finale de l'élasticité différée à la déformation élastique à un âge donné (comme il a été fait dans l'équation (3) par le coefficient  $\varphi_{d\infty}$ ) où bien de la mettre en relation avec la valeur de la déformation totale de fluage.

Le terme :

$$\frac{\varphi_{f\infty}}{E_{28}} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$$

représente la partie irréversible de la déformation (définie par le terme anglais « flow ») qui dépend fortement de l'âge à la mise en charge et que l'on admet se développer en accord avec la théorie du vieillissement.

Il faut noter que la structure de l'équation (3) correspond à une schématisation assez poussée du

4. Il est à noter que par ce choix on se réfère à la définition conventionnelle de fluage, suivant laquelle les déformations différées sont celles qui se développent après la déformation élastique initiale (voire la note 3). Une définition plus correcte devrait considérer qu'à cause de l'augmentation du module du béton avec l'âge, la déformation élastique diminue sous charge constante [6].

comportement rhéologique du béton. Il a été observé en effet que les procédés expérimentaux normalement adoptés pour la détermination pratique des deux composantes (réversible et irréversible) de la déformation différée ne sont pas exempts de critiques, surtout si l'on pense qu'ils se basent sur des cycles de charge et de décharge (avec inversion de déformation) — qui ne se produisent que rarement en pratique — pour lesquels le principe de superposition, qui a été introduit comme hypothèse de base, se révèle assez incorrect.

Certains doutes ont été soulevés aussi sur la possibilité que les déformations de fluage aient effectivement un caractère asymptotique et qu'une « valeur finale » de fluage puisse être établie à partir des observations expérimentales à très long terme.

Comme on pourra le constater par la suite, la schématisation représentée par l'équation (3) apparaît toutefois très avantageuse sur le plan pratique, puisqu'elle permet d'importantes simplifications dans la solution des problèmes.

### 3. METHODES DE CALCUL

La première méthode de calcul proposée par le Manuel CEB-FIP se base sur la théorie du vieillissement (connue en Europe sous le nom de théorie de Dischinger).

Ceci est possible si l'on introduit d'ultérieures simplifications dans la loi de fluage (3). On admet donc [7] que la déformation élastique ne dépende pas de l'âge à la mise en charge et que l'élasticité différée, que l'expérience montre se développer assez rapidement (on peut admettre que dans 100 jours elle atteint le 70 % de sa valeur finale), se développe instantanément. La fraction de fluage devient donc :

$$c(t, t_0) = \frac{I}{E_{28}} \left\{ 1 + \varphi_{d\infty} + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] \right\}. \quad (4)$$

Il est bien connu que en adoptant cette représentation de la fonction mémoire l'équation (1) se transforme en une simple équation différentielle linéaire du premier ordre (équation de Dischinger). L'application aux problèmes pratiques est immédiate.

En particulier dans le cas où la déformation imposée appliquée à l'instant  $t_0$  dans un solide homogène est constante et égale à l'unité (problème de relaxation), l'histoire de la contrainte  $\sigma$ , qui coïncide avec la fonction relaxation, est donnée par :

$$r(t, t_0) = \frac{E_{28}}{I + \varphi_{d\infty}} e^{-\frac{\varphi_{f\infty}}{I + \varphi_{d\infty}} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]}$$

Dans la deuxième méthode du Manuel la seule simplification qui est introduite dans la loi (3) de fluage est la constance de la déformation élastique par rapport à l'âge de mise en charge. Dans ce cas la solution de l'équation (1) doit être abordée d'une façon numérique.

L'idée fondamentale de cette deuxième méthode, qui permet d'éviter la solution numérique de l'équation dans les applications pratiques, consiste dans le choix distinct d'une fonction fluage et d'une fonction relaxation pour la représentation des propriétés rhéologiques du matériau. Pour la solution des problèmes soit à contraintes imposées, soit à déformations imposées dans le cas de solides homogènes il suffit donc d'accomplir de simples intégrations des relations (1) et (2), l'inconnue se trouvant toujours au premier membre.

La solution numérique de l'équation intégrale (1) ou (2) se rend nécessaire seulement pour contrôler, une fois pour toutes, la bonne correspondance<sup>5</sup> entre les deux fonctions (il faut naturellement prendre en considération un nombre assez ample de cas).

La fonction relaxation proposée dans le Manuel pour cette deuxième méthode a la forme :

$$r(t, t_0) = E_{28} \left\{ \frac{\varphi_{d\infty}}{1 + \varphi_{d\infty}} e^{-\gamma(t-t_0)} + \frac{1}{1 + \varphi_{d\infty}} \cdot e^{-\frac{\mu_{\infty}}{1 + \varphi_{d\infty}} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]} \right\}. \quad (6)$$

L'on peut observer que la (5) et la (6) coïncident si l'on pose dans la (6)  $\gamma = \infty$  et  $\mu_{\infty} = \varphi_{f\infty}$ .

La troisième méthode proposée par le CEB est un procédé tout à fait général pour la solution numérique des équations intégrales (1) et (2).

En remplaçant [9] les intégrales par des sommes tout en ayant subdivisé le temps  $t$  en intervalles  $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ), et en employant la règle des trapèzes l'équation (1) peut en effet être écrite :

$$\varepsilon(t_n) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} [c(t_n, t_i) + c(t_n, t_{i-1})] \Delta \sigma(t_i) \quad (7)$$

La (7) est valable aussi pour des changements instantanés de  $\varepsilon$  et  $\sigma$  ; si un changement instantané doit être envisagé à un certain instant, par exemple  $t_m$ , il suffit en effet de mettre :

$$t_{m+1} = 0, \text{ c.à d. } t_{m+1} = t_m.$$

Une formule algébrique récurrente peut être obtenue à partir de l'équation (7).

Il suffit d'écrire l'équation (7) deux fois, l'une pour  $t = t_n$  et l'autre pour  $t = t_{n-1}$  et les soustraire l'une de l'autre. L'on obtient alors :

— pour  $n > 1$  :

$$\Delta \sigma(t_n) = \left\{ \Delta \varepsilon(t_n) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\Delta \sigma(t_i)}{2} [c(t_n, t_i) + c(t_n, t_{i-1}) - c(t_{n-1}, t_i) - c(t_{n-1}, t_{i-1})] \right\} \times \frac{2}{c(t_n, t_n) + c(t_n, t_{n-1})} \quad (8)$$

5. Par correspondance on entend ici le fait que, considérée l'une des deux fonctions, fluage ou relaxation, on retrouve l'autre en résolvant respectivement l'équation (1) ou (2) dans laquelle le premier membre est pris égal à  $H(t - t_0)$ ,  $H(t)$  étant la fonction de Heaviside.

— pour  $n = 1$  :

$$\Delta \sigma(t_i) = \frac{2 \Delta \varepsilon(t_i)}{c(t_i, t_i) + c(t_i, t_0)}$$

La (8) est une formule tout à fait générale pour le calcul de l'histoire de la contrainte lorsque on connaît l'histoire de la déformation et la fonction fluage.

Il faut noter que cette fois la fonction fluage peut être quelconque : il suffit qu'elle soit linéaire et qu'elle obéisse au principe de superposition.

A cause de l'allure qui est typique des fonctions fluage généralement adoptées pour le béton (y compris la fonction (3)) caractérisée par une pente accentuée lors de la mise en charge et une pente très réduite, mais encore sensible, pour des temps très éloignés, il faut prendre des précautions dans la subdivision du temps en intervalles. Le premier incrément de temps doit être en effet de l'ordre de la fraction d'un jour ; si l'on désire calculer la réponse de l'effort à long terme, l'incrément de temps ne peut pas être maintenu constant mais doit être graduellement augmenté sous peine d'obtenir un nombre d'incréments excessifs pour la capacité des ordinateurs. Ceci naturellement à condition que la loi imposée pour la déformation  $\varepsilon$  suive aussi une allure asymptotique.

Une formule analogue peut être déduite de l'équation (2) pour le calcul de l'histoire de la déformation lorsqu'on connaît l'histoire de la contrainte et la fonction mémoire relaxation.

Avec l'aide d'un ordinateur la formule (8) permet de dresser rapidement une tabulation de la fonction relaxation correspondant à une fonction mémoire fluage donnée. Il est aussi possible, avec quelques artifices mathématiques, de préparer des tables donnant un facteur de correction du module élastique et permettant, pour la résolution des problèmes de fluage, d'employer encore des équations élastiques avec un module élastique fictif.

Ce dernier procédé [10], qui constitue une amélioration de la méthode due à Trost [11], a été introduit dans le Manuel CEB-FIP comme une alternative ultérieure pour la solution des problèmes.

#### 4. CONCLUSIONS

*A l'heure actuelle il semble que les hypothèses de linéarité et de superposition, qui représentent d'une façon satisfaisante le comportement du béton sous charges de longue durée, doivent nécessairement être introduites à la base de tout calcul des effets structuraux du fluage.*

*En ce qui concerne la fonction mémoire, la schématisation proposée par le CEB, tout en n'étant pas exempte de critiques, représente le phénomène d'une*

*façon simple et compréhensible par la majorité des ingénieurs et comporte un accord acceptable avec les résultats de l'expérience.*

*Les méthodes de calcul qui se fondent sur cette fonction mémoire ont l'avantage d'être dépourvues de complications analytiques excessives et de faire appel à des notions déjà connues par les projeteurs.*

*Le Manuel CEB-FIP indique en outre un procédé numérique pour la solution rigoureuse des équations intégrales.*

*L'auteur du présent mémoire exprime la conviction que la validité des méthodes proposées devrait être contrôlée dans un grand nombre de cas avant qu'il soit possible de porter un jugement définitif sur leur portée pratique. Ceci permettra également d'établir si des perfectionnements ultérieurs, qui pourraient en particulier concerner la forme de la fonction mémoire [6], [7], seraient à même de procurer des avantages sensibles dans le cadre de la vérification de la sécurité des structures en béton armé.*

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] CEB, Recommandations pratiques à l'usage des constructeurs, Bull. d'Inf. n. 39, Paris, mars 1963.
- [2] CEB, Recommandations internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton, Prague, juin 1970.
- [3] M. A. CHIORINO avec Z.P. BAZANT, J. FAUCHART, D. JUNGWIRTH, Manuel de calcul CEB-FIP, Effets structuraux des déformations différées du béton. Second, Draft, CEB, Bull. d'Inf. n. 80, Lenigrad et Paris, mai 1970.
- [4] M. A. CHIORINO avec S.V. ALESSANDROVSKY, Z.P. BAZANT, D. JUNGWIRTH, Manuel de calcul CEB-FIP, Effets structuraux des déformations différées du béton, Final Draft CEB, Bull. d'Inf. n. 94, Londres et Paris, août 1973.
- [5] Z.P. BAZANT, Constitutive equation for concrete creep and shrinkage based on thermodynamics of multiphase systems, Material and Structures, Rilem, n. 13, 1970.
- [6] S.V. ALESSANDROVSKY, Analyse des structures en béton ordinaire et béton armé pour les effets de température et d'humidité (avec considération du fluage), Stroyizdat, Moscow 1966 (en russe).
- [7] H. RUESCH, D. JUNGWIRTH, H. HILSDORF, Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke, Beton und Stahlbetonbau, 1973, n. 3, 4, 6.
- [8] M.A. CHIORINO, Rheological concepts applied to concrete, Notes distributed to the students of CEB International Course on Structural Concrete, Lisbon, April 1973, atti del' Istituto di Scienza delle Costruzioni n. 221, Torino 1974.
- [9] Z.P. BAZANT, Numerical determination of long-range stress history from strain history in concrete, Materials and structures, Rilem, n. 27, 1972.
- [10] Z.P. BAZANT, Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method — Journ. of ACI, April 1972.
- [11] H. TROST, Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton, Beton und Stahlbetonbau, n. 10, 11, 1967.