

APPLICATIONS DE LA RHEOLOGIE
AUX PROBLEMES
DE FABRICATION INDUSTRIELLE

*RHEOLOGY APPLIED TO
INDUSTRIAL PROCESSING*

Comptes rendus du 16ème Colloque annuel
du Groupe Français de Rhéologie

*Proceedings of the 16th annual Conference
of the Groupe Français de Rhéologie*

Paris - 1981

Presses de l'école nationale des
Ponts et chaussées

**APPLICATIONS DE LA RHEOLOGIE
AUX PROBLEMES
DE FABRICATION INDUSTRIELLE**

**RHEOLOGY APPLIED TO
INDUSTRIAL PROCESSING**

Autres ouvrages de mécanique

Cours de calcul des structures anélastiques :
Viscoélasticité (1983)

par J. Salençon, avec la collaboration de B. Halphen

Comportements rhéologiques et structure des matériaux (1981)

comptes rendus du 15ème Colloque Annuel
du Groupe Français de Rhéologie
textes réunis par C. Huet et A. Zaoui

La mécanique des nappes d'hydrocarbures (1981)

comptes rendus de symposium

Matériaux et structures sous chargement cyclique (1979)

comptes rendus de séminaire

Toute reproduction, même partielle, de cet ouvrage est interdite. Une copie ou reproduction par quelque procédé que ce soit, photographie, microfilm, bande magnétique, disque ou autre, constitue une contrefaçon passible des peines prévues par la loi du 11 mars 1957 sur la protection des droits d'auteur.

Presses de l'école nationale des
Ponts et chaussées

28 rue des Saints-Pères 75007 Paris

© 1983

Ouvrage paru en 1983

ISBN 2-85978-061-0

CAHIERS DU GROUPE FRANÇAIS DE RHEOLOGIE
Tome VI, numéros 1 et 2 – avril 1983
16ème Colloque Annuel du Groupe Français de Rhéologie
Paris – 9-10 décembre 1981

APPLICATIONS DE LA RHEOLOGIE AUX PROBLEMES DE FABRICATION INDUSTRIELLE

RHEOLOGY APPLIED TO INDUSTRIAL PROCESSING

textes réunis par

Christian HUET

Directeur du Centre d'Enseignement et de Recherches
en Matériaux de Construction
de l'École Nationale des Ponts et Chaussées
Président du Groupe Français de Rhéologie

et

Jean-Daniel WEBER

Professeur à l'Université de Metz
Membre du Conseil du Groupe Français de Rhéologie

Presses de l'école nationale des
Ponts et chaussées

SOMMAIRE

CONTENTS

Allocution d'ouverture C. HUET	9
CONFERENCE GENERALE	
Plasticité, viscoélasticité et asymétrie mécanique <i>Plasticity, viscoelasticity and asymmetry in mechanics</i> Z. SOBOTKA	11
1ère SESSION : MATERIAUX MINERAUX	
Effet de mémoire dans le comportement à chaud de l'aluminium déformé par torsion à vitesse variable <i>Memory effect in the behaviour of aluminium at high temperature during torsion tests under variable strain rate</i> G. REGAZZONI, C. PERDRIX, F. MONTHEILLET	45
Calcul des efforts et des couples pour le laminage des produits longs <i>Calculation of loads and torques during rolling processes</i> A. FAESSEL, B. MIGAUD, M. de VATHAIRE	59
Amélioration de la mise au mille slabbing par optimisation de la forme des lingots <i>Decrease of yield rate in slabbing mill by optimisation of ingots shapes sections</i> C. BAULER, J.P. FROMAGEOT, P. FROU, J. SALLE	75
Superplasticité à grande vitesse de déformation dans le cas du laiton <i>Super-plasticity at high strain rate for brass</i> C. HOMER, B. BAUDELET	85
Influence de la vitesse de sollicitation sur la loi de comportement et la ténacité d'un acier 35 NCDV 12 <i>Influence of the loading-rate on behaviour and toughness of 35 NCDV 12 steel</i> B. DAMBRINE, P. LIPINSKI, G. PLUVINAGE	95
Gonflement des brames dans la coulée continue de l'acier <i>Bulging of continuously cast slabs of steel</i> J.D. WEBER, S. SMARZYNSKI	109
Dépendance par rapport au temps du comportement des plâtres <i>Time-dependent behaviour of gypsum plasters</i> B. CAUFIN, R. LAPASIN, A. PAPO	125

2ème SESSION : MATERIAUX ORGANIQUES

Modélisation du filage textile <i>Modeling of draw spinning process</i> Y. DEMAY, J.F. AGASSANT	139
Caractérisation d'écoulements binghamiens lents dans diverses géométries et application à la filtration isotrope <i>Characterisation of slow bingham flows in various geometries, and applications to isotropic filtration</i> J.M. ARIBERT, A. DOUSTENS	147
Le rhéomoulage : un nouveau procédé pour le contrôle «sur mesure» des propriétés physiques des matériaux plastiques <i>Rheo-moulding : a new process for checking physical properties of plastics</i> I.P. IBAR	165
Détermination des propriétés plastiques et viscoélastiques des savons métalliques par mesure de dureté à chaud <i>Determination of viscoelastic and viscoplastic properties of plastic soaps by hardness measurements at elevated temperatures</i> P. MONTMITONNET, F. DELAMARRE	179
La vulcanisation et le contrôle rhéologique <i>Vulcanisation and rheological checking</i> M. FRIAS, R. MARVÃO	187
Transport de pétroles bruts lourds sous forme d'émulsion huile dans eau <i>Transport of heavy crude oil as oil in water emulsions</i> D. QUEMADA, J. BRIANT, D.H. FRUMANN, A. MAKRIA	199
Écoulement d'un liquide viscoélastique dans un convergent et application <i>Converging flow of a viscoelastic liquid and application</i> J.R. CLERMONT	213
Contrôle enregistrement, régulation de la viscosité à l'aide d'un capteur industriel SOFRASER <i>Control, record and regulation of the viscosity by use of an industrial SOFRASER sensor</i> J.P. DOUCET	223
Rhéométrie continue pour contrôle de processus <i>Continuous rheometry for process checking</i> A. KEPES	229

AVANT-PROPOS

C. HUET, J.D. WEBER

Le présent ouvrage contient les textes de 17 exposés faits au 16ème Colloque Annuel du Groupe Français de Rhéologie, qui s'est tenu à Paris, les 9 et 10 décembre 1981, dans les locaux de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Nous renouvelons nos remerciements à Monsieur Jacques TANZI, Directeur de cette école, d'avoir accepté d'accueillir ce colloque. Nous remercions également toutes les personnes qui ont prêté leur concours à l'organisation matérielle et au déroulement de ces journées.

L'établissement du programme et les contacts avec les auteurs ont été assurés par Monsieur Jean Daniel WEBER, membre du Bureau du Groupe.

Nous remercions les Présidents de séance et les auteurs de communication. Nous remercions particulièrement le Professeur SOBOTKA, de l'Université de Prague, d'avoir accepté de prononcer la Conférence générale introductive.

Ce colloque a réuni une centaine de participants qui ont apporté leur contribution au colloque, notamment au niveau des discussions, et nous tenons à les remercier.

Enfin, nous remercions les Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées d'avoir pris en charge l'édition des comptes-rendus de ce 16ème Colloque, poursuivant ainsi l'entreprise amorcée l'an dernier avec ceux du 15ème Colloque consacrés aux relations entre comportements rhéologiques des matériaux et leurs structures.

Le lecteur désireux d'obtenir des informations sur ce dernier ouvrage ou désireux de mieux connaître le Groupe ou de participer à son activité, est prié de prendre connaissance de la documentation succincte qu'il trouvera en fin de volume.

ALLOCUTION D'OUVERTURE

C. HUET

APPLICATIONS DE LA RHEOLOGIE AUX PROBLEMES DE FABRICATION INDUSTRIELLE, c'est le thème qui va nous réunir pendant les deux journées que nous consacrons à ce 16ème Colloque annuel du Groupe Français de Rhéologie.

Après quatre colloques successifs consacrés à des aspects particuliers du comportement rhéologique des matériaux, il nous a paru important de revenir, comme nous le faisons périodiquement, à un point de vue synthétique.

Le domaine d'application que nous avons choisi constitue un secteur privilégié, puisqu'il est certainement de ceux qui posent à la rhéologie ses problèmes les plus difficiles et les plus lourds de conséquences.

Dans la fabrication des matériaux et des produits, les phénomènes proprement mécaniques se trouvent fortement couplés aux phénomènes thermiques, physiques ou chimiques qui, en partant d'une matière première de consistance fluide, pâteuse ou granulaire, la feront évoluer rapidement vers un matériau solide ou semi-solide ou, encore, vers un produit relativement rigide et doté d'une forme propre.

Après la conférence générale qui sera prononcée par le Professeur SOBOTKA, de l'Université de Prague, une première session de ce colloque sera consacrée aux matériaux minéraux, sous la présidence de Monsieur Pierre HABIB, Directeur du Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique et ancien Président de notre Groupe.

Rappelons que ce Laboratoire, créé en 1961 par notre Président fondateur, le Professeur Jean MANDEL mondialement connu, vient juste de fêter son vingtième anniversaire par une journée scientifique de grande qualité.

La journée de demain sera consacrée à une session sur les matériaux organiques. Elle sera présidée par Monsieur Maurice JOLY, Directeur de recherche honoraire au Centre National de la Recherche Scientifique et, également, ancien Président du Groupe.

Les travaux et l'action de Monsieur JOLY dans le domaine de la bio-rhéologie, sont bien connus sur le plan international comme sur le plan national, et prennent un relief particulier vis-à-vis du thème de notre colloque au moment où se manifeste un puissant mouvement en faveur du développement d'une bio-industrie.

Je voudrais remercier Monsieur Jacques TANZI, Directeur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées d'avoir accepté de nous accueillir pour ces deux journées.

C'est une façon pour notre Groupe de renouer avec ses racines profondes, puisque cette Ecole peut s'honorer d'être à la source même de la Mécanique des Milieux Continus Déformables, plus de cent ans avant que le terme "rhéologie" soit forgé en 1925 par BINGHAM aux Etats-Unis. Il me suffira pour vous en convaincre de citer les noms de trois anciens élèves et professeurs qui vous sont familiers.

Le premier est celui de Claude NAVIER (1785-1836), bien connu des rhéologues comme l'un des auteurs des équations (dites de Navier-Stokes) régissant le mouvement des fluides visqueux. On sait peut-être moins que, lui-même constructeur de ponts, il jeta les bases du calcul des structures fléchies. En outre NAVIER, qui savait allier les préoccupations technologiques aux recherches scientifiques les plus fondamentales, porta une attention particulière à l'étude des machines et, sous le nom de quantité d'action, introduisit la notion de travail mécanique qu'il nommait la forme mécanique de la monnaie, expression particulièrement actuelle à notre époque d'économie d'énergie. On sait sans doute moins également qu'il fut l'un des pionniers de la micro-mécanique, en interprétant les propriétés de la matière condensée qu'il concevait comme un assemblage de particules liées entre elles par des forces d'attraction et de répulsion.

Le second des noms que nous citerons, est celui de Augustin CAUCHY (1789-1857), bien connu comme l'inventeur, dès 1822, des notions de tenseurs des contraintes et des déformations, de la notion de tenseur lui-même, ainsi que de l'ensemble des notions fondamentales de la mécanique des milieux continus. Il fut, en particulier, le fondateur de la théorie de l'élasticité telle que nous la connaissons actuellement. Ces résultats considérables ne constituent qu'une faible part de son oeuvre immense, notamment dans le domaine des équations aux dérivées partielles.

Le troisième nom sera celui de Louis VICAT (1786-1861), bien connu des milieux industriels comme l'inventeur du ciment hydraulique, dont il découvrit, dès 1817, les principes chimiques et dont il définit les règles de fabrication. Mais VICAT fut également, comme le signalait récemment notre collègue PERSOZ, dans le Bulletin n° 70 de notre Groupe, un rhéologue avant la lettre en étudiant, dès 1833, le fluage du fer à température ambiante et, également avant la lettre, le comportement "maxwellien" d'une résine naturelle.

Citer d'autres noms nous entraînerait trop loin, tant ils sont nombreux. La longue carrière d'Albert CAQUOT (1881-1976), auquel est dédié le présent amphithéâtre, et qui introduisit, au début du siècle, les notions d'adaptation plastique et de courbe intrinsèque, nous suffira à renouer le fil avec la rhéologie contemporaine que vont illustrer les exposés qui vont maintenant vous être faits, et je déclare ouvert le 16ème Colloque Annuel du Groupe Français de Rhéologie.

conférence générale

PLASTICITE, VISCOPLASTICITE ET ASYMETRIE MECANIQUE

Z. SOBOTKA

Université de Prague, Tchécoslovaquie

RÉSUMÉ

L'auteur dérive sur la base de développements tensoriels les lois et les critères d'écoulement des corps élastoplastiques et viscoélastoplastiques isotropes et anisotropes. L'asymétrie mécanique est caractérisée par le comportement mécanique différent sous les contraintes opposées. Elle se manifeste aussi par les types différents du cisaillement qui s'appellent le cisaillement positif et négatif. Les différences entre l'écoulement positif et négatif représentent un phénomène analogue.

ABSTRACT

The author derives on the basis of tensorial expansions the flow rules and yield criteria for isotropic and anisotropic elastoplastic and viscoplastic bodies. The mechanical asymmetry is characterized by different mechanical behaviour under opposite stresses. It is also manifested by different types of shear which are called the positive and negative shear. The differences between the positive and negative flow of liquids represent an analogous phenomenon.

1. INTRODUCTION

L'auteur présente les développements tensoriels comme la base commune des lois et des critères d'écoulement des corps élastoplastiques et viscoélastoplastiques isotropes et anisotropes. En introduisant les intégrales invariantes, il obtient les lois d'écoulement associées aux conditions de plasticité au moyen du potentiel plastique qui coïncide avec le critère d'écoulement.

L'asymétrie mécanique est caractérisée par les différentes propriétés mécaniques sous les contraintes opposées.

Des résultats de recherches théoriques et expérimentales, il s'ensuit qu'il y a non seulement deux types différents des contraintes normales, c'est-à-dire la traction et la compression mais qu'il y a aussi deux types opposés des contraintes du cisaillement positif et négatif. L'existence de ces deux types du cisaillement a été confirmée par les résultats d'essais des sols stratifiés, de l'acier doux, du zinc, de l'aluminium, du bois, des matières plastiques et des os humains.

Les relations du comportement des corps élastoplastiques et viscoélastoplastiques présentées dans cette communication expriment les effets du premier et du second ordre. Pour les effets du second ordre, les invariants nouveaux sont introduits, c'est-à-dire les valeurs moyennes et les intensités du second ordre des tenseurs des contraintes, des déformations et des vitesses de déformation.

L'asymétrie mécanique des fluides donne naissance aux tourbillons du sens privilégié au-dessus des orifices des bassins et des réservoirs. L'existence de l'écoulement positif et négatif et de la viscosité positive et négative a été confirmée par les résultats des essais des suspensions d'argile et de celles d'argile et de ciment dans l'eau.

2. ECOULEMENT PLASTIQUE DES MILIEUX ISOTROPES

2.1. Déformations et vitesses de déformation

Les grandes déformations peuvent être caractérisées par le tenseur lagrangien de déformations

$$E_{KL} = \frac{1}{2} / x_{k,K} x_{k,L} - \delta_{KL} / \quad /1/$$

et par un autre objectif tenseur de déformation

$$D_{kl} = \frac{1}{2} / x_{k,K} x_{l,K} - \delta_{kl} /, \quad /2/$$

où δ_{kl} et δ_{kl} sont les deltas de Kronecker et $x_{k,K}$ sont les dérivées des coordonnées x_k au temps t par rapport aux coordonnées de référence X_K .

Les vitesses de déformation correspondantes sont données par

$$\dot{E}_{KL} = \frac{DE_{KL}}{Dt} = \frac{1}{2} / \dot{x}_{k,K} x_{k,L} + x_{k,K} \dot{x}_{k,L} /,$$

$$\dot{D}_{kl} = \frac{DD_{kl}}{Dt} = \frac{1}{2} / \dot{x}_{k,K} x_{l,K} + x_{k,K} \dot{x}_{l,K} /,$$

/3/

D/Dt étant la dérivée matérielle.

Le tenseur \dot{D}_{kl} dépend du tenseur \dot{E}_{kl} au moyen de l'équation suivante

$$\dot{D}_{kl} = R_{kK} R_{lL} / \dot{E}_{KL} + W_{MK} E_{ML} + W_{ML} E_{KM} /, \quad /4/$$

où R_{kK} et R_{lL} sont les propres tenseurs orthogonaux et

$$W_{MK} = \frac{1}{2} / v_{M,K} - v_{K,M} / \quad /5/$$

est le tenseur vitesse de rotation, $v_M(t) = \dot{x}_M(t)$ étant les composantes de la vitesse au point X_M .

2.2. Critères d'écoulement

Pour exprimer l'effet de différents degrés de compressibilité sur le comportement plastique, l'auteur a introduit les tenseurs matériels des contraintes

$$\psi_{KL} = \pi_{KL} - \chi \delta_{KL} \delta_{MN} \pi_{MN}, \quad /6/$$

$$\psi_{kl} = \sigma_{kl} - \chi \delta_{kl} \delta_{mn} \sigma_{mn}, \quad /7/$$

où π_{KL} est le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff, σ_{kl} est le tenseur des contraintes de Cauchy et χ est le coefficient matériel. Pour $\chi = 1/3$ nous obtenons les déviateurs des contraintes tandis que pour $\chi = 0$ nous avons les tenseurs actuels des contraintes. De cette manière, nous pouvons obtenir un spectre continu des tenseurs matériels des contraintes qui dépendent des valeurs différentes du coefficient matériel χ .

Dans le domaine de la théorie incrémentale de plasticité des corps parfaitement plastiques, le tenseur vitesse de déformation peut être considéré comme une fonction tensorielle isotrope du tenseur matériel des contraintes. Pour les grandes déformations, nous pouvons faire usage de deux fonctions constitutives alternatives:

$$\dot{E}_{KL} = f_{KL} / \psi_{MN} /, \quad /8/$$

$$\dot{D}_{kl} = h_{kl} / \psi_{mn} /, \quad /9/$$

La fonction /9/ peut être développée suivant les règles de l'algèbre tensorielle sous la forme

$$E_{KL} = \phi_0 \delta_{KL} + \phi_1 \psi_{KL} + \phi_2 \psi_{KA} \psi_{AL}, \quad /10/$$

où ϕ_0 , ϕ_1 et ϕ_2 sont les fonctions scalaires d'invariants.

Admettant les valeurs constantes des quotients invariants et formulant l'équation intégrale invariante

$$\int_0^{\psi_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\Phi_1} d\psi_{KL} = c_0 \delta_{KL} \int_0^{\psi_{KL}} d\psi_{KL} + \int_0^{\psi_{KL}} \psi_{KL} d\psi_{KL} + c_2 \int_0^{\psi_{KL}} \psi_{KL} \psi_{KL} d\psi_{KL}, \quad /11/$$

$$\text{ou } c_0 = \frac{\Phi_0}{\Phi_1}, \quad c_2 = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \quad /12/$$

sont constantes et divisant l'équation /11/ par l'invariant intégral mixte

$\int_0^{\psi_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\Phi_1} d\psi_{KL}$, nous obtenons la forme générale du critère d'écoulement

$$F_0 \psi_{KL} \delta_{KL} + F_1 \psi_{KL} \psi_{KL} + F_2 \int_0^{\psi_{KL}} \psi_{KL} \psi_{KL} d\psi_{KL} = 1, \quad /13/$$

$$\text{ou } F_0 = c_0 / \int_0^{\psi_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\Phi_1} d\psi_{KL}, \quad F_1 = 1/2 \int_0^{\psi_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\Phi_1} d\psi_{KL}, \quad F_2 = c_2 / \int_0^{\psi_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\Phi_1} d\psi_{KL} \quad /14/$$

sont encore constantes conformément à la supposition admise.

La relation /11/ et le critère /13/ satisfont la condition d'homogénéité de degré zéro par rapport au temps.

Le critère d'écoulement exprimé en termes des composantes eulériennes a une forme analogue à celle du critère /13/ :

$$H_0 \psi_{kl} \delta_{kl} + H_1 \psi_{kl} \psi_{kl} + H_2 \int_0^{\psi_{kl}} \psi_{kl} \psi_{kl} d\psi_{kl} = 1, \quad /15/$$

$$\text{ou } H_0 = c_0 / \int_0^{\psi_{kl}} \frac{\dot{D}_{kl}}{\Phi_1} d\psi_{kl}, \quad H_1 = 1/2 \int_0^{\psi_{kl}} \frac{\dot{D}_{kl}}{\Phi_1} d\psi_{kl}, \quad H_2 = c_2 / \int_0^{\psi_{kl}} \frac{\dot{D}_{kl}}{\Phi_1} d\psi_{kl}, \quad /16/$$

les fonctions Φ_K et les constantes c_0 et c_2 étant différentes des celles dans les équations /10/, /11/, /12/, /13/ et /14/.

Le critère /15/ peut s'exprimer en termes des contraintes de Cauchy actuelles sous la forme suivante

$$\begin{aligned} & H_0 (1-3\chi) (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) + H_1 [(1-2\chi + 3\chi^2)(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - \\ & - 2\chi(2-3\chi)(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11}) + 2\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2] + \\ & + H_2 \left\{ \frac{1}{3} (1-3\chi + 3\chi^2 - 3\chi^3) (\sigma_{11}^3 + \sigma_{22}^3 + \sigma_{33}^3) - \right. \\ & - \chi(1-3\chi + 3\chi^2) (\sigma_{11}^2 \sigma_{22} + \sigma_{11} \sigma_{22}^2 + \sigma_{22}^2 \sigma_{33} + \sigma_{22} \sigma_{33}^2 + \\ & + \sigma_{33}^2 \sigma_{11} + \sigma_{33} \sigma_{11}^2) + 6\chi^2(1-\chi) \sigma_{11} \sigma_{22} \sigma_{33} + \\ & \left. + 2\sigma_{12}^2 [(1-2\chi)(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - 2\chi \sigma_{33}] + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + 2\sigma_{23}^2 [(1-2\chi)(\sigma_{22} + \sigma_{33}) - 2\chi \sigma_{11}] + \\ & \left. + 2\sigma_{31}^2 [(1-2\chi)(\sigma_{33} + \sigma_{11}) - 2\chi \sigma_{22}] + 6\sigma_{12} \sigma_{23} \sigma_{31} \right\} = 1. \quad /17/ \end{aligned}$$

Le même résultat peut être obtenu pour les déformations infinitésimales. Le critère contient quatre constantes H_0 , H_1 , H_2 et χ . Ces constantes peuvent être déterminées par les contraintes d'écoulement aux états spéciaux des contraintes. Posant pour l'état limite du cisaillement pur $\sigma_{12} = \tau_L$, nous obtenons

$$H_1 = \frac{1}{2\tau_L^2}, \quad /18/$$

où τ_L est la limite d'écoulement en cisaillement pur.

Pour l'état limite du cisaillement homogène dans les trois plans perpendiculaires, le critère /17/ donne la relation

$$H_2 = -\frac{1}{2\tau_L^2 \tau_{LLL}} \left(1 - \frac{\tau_L^2}{3\tau_{LLL}^2} \right), \quad /19/$$

où τ_{LLL} est la contrainte limite en cisaillement homogène dans trois plans.

$$\text{Pour } \tau_{LLL} = \frac{\tau_L}{\sqrt{3}} \quad /20/$$

la constante H_2 est égale à zéro. Cette relation exprime par conséquence la condition pour l'écoulement plastique du premier ordre.

Pour les états de la compression simple et de la traction simple, le critère /17/ donne le système de deux équations

$$H_0 (1-3\chi) \sigma_C + H_1 (1-2\chi + 3\chi^2) \sigma_C^2 + \frac{1}{3} H_2 (1-3\chi + 3\chi^2 - 3\chi^3) \sigma_C^3 = 1, \quad /21/$$

$$-H_0 (1-3\chi) \sigma_T + H_1 (1-2\chi + 3\chi^2) \sigma_T^2 - \frac{1}{3} H_2 (1-3\chi + 3\chi^2 - 3\chi^3) \sigma_T^3 = 1, \quad /22/$$

où σ_C est la contrainte limite en compression simple et σ_T est celle en traction simple. Les contraintes de compression sont caractérisées par le signe positif et celles de traction, par le signe négatif.

La constante H_0 est définie par l'expression

$$H_0 = \frac{1}{(1-3\chi) \sigma_C \left(\frac{\sigma_C}{\sigma_T} - 1 \right)} \left[(1-2\chi + \chi^2) \frac{\sigma_C^2}{2\tau_L^2} \left(1 + \frac{\sigma_C}{\sigma_T} \right) - \left(1 + \frac{\sigma_C^3}{\sigma_T^3} \right) \right] \quad /23/$$

et le coefficient matériel λ peut être déterminé de l'équation du troisième degré

$$3\lambda^3 A - 2\lambda^2 \left[A + \frac{\sigma_C^2}{2\tau_L^2} \left(1 + \frac{\sigma_C}{\sigma_T} \right) \right] + \lambda \left[3A + \frac{\sigma_C^2}{\sigma_T^2} \left(1 + \frac{\sigma_C}{\sigma_T} \right) \right] + \left(1 + \frac{\sigma_C}{\sigma_T} \right) \left(1 - \frac{\sigma_C^2}{2\tau_L^2} \right) - A = 0 \quad /24/$$

où

$$A = \frac{\sigma_C^3}{6\tau_L^2 \tau_{LLL}} \left(1 - \frac{\sigma_T^2}{\sigma_C^2} \right) \left(\frac{\tau_L^2}{3\tau_{LLL}^2} - 1 \right). \quad /25/$$

Les relations précédentes caractérisent le critère de l'écoulement plastique du second ordre.

Dans le cas de l'écoulement plastique du premier ordre, le critère /17/ devient

$$H_0(1-3\lambda)(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) + H_1[(1-2\lambda + 3\lambda^2)(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - 2\lambda(2-2\lambda)(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11}) + 2(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)] = 1. \quad /26/$$

La constante H_1 est définie par l'expression /18/. Le critère /26/ donne pour l'état limite de la compression simple et de la traction simple le système de deux équations

$$\frac{1}{2\tau_L^2} (1-2\lambda + 3\lambda^2) \sigma_C^2 + (1-3\lambda) H_0 \sigma_C = 1, \quad /27/$$

$$\frac{1}{2\tau_L^2} (1-2\lambda + 3\lambda^2) \sigma_T^2 - (1-3\lambda) H_0 \sigma_T = 1, \quad /28/$$

d'où on obtient

$$\lambda = \frac{1}{3} \left[1 \pm \sqrt{2 \left(\frac{3\tau_L^2}{\sigma_C \sigma_T} - 1 \right)} \right], \quad /29/$$

$$H_0 = \pm \frac{\sigma_C - \sigma_T}{\sigma_C \sigma_T \left(2 \frac{3\tau_L^2}{\sigma_C \sigma_T} - 1 \right)}. \quad /30/$$

En limitant nos considérations aux tenseurs matériels avec les composantes situées entre celles du tenseur et du déviateur des contraintes, nous retenons dans les expressions /29/ et /30/ les valeurs avec les signes négatifs devant les racines carrées.

Substituant les expressions /18/, /29/ et /30/ dans le critère /26/, nous obtenons

$$\frac{1}{\sigma_C \sigma_T} / \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 / - \frac{1}{\tau_L^2} - \frac{2}{\sigma_C \sigma_T} // \sigma_{11} \sigma_{22} + \sigma_{22} \sigma_{33} + \sigma_{33} \sigma_{11} / + \frac{1}{\tau_L^2} / \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 / - \frac{\sigma_C - \sigma_T}{\sigma_C \sigma_T} / \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} / = 1. \quad /31/$$

L'asymétrie mécanique dans les critères d'écoulement précédents est manifestée par les valeurs différentes des contraintes limites σ_C et σ_T en compression simple et en traction simple.

Pour les contraintes limites égales $\sigma_C = \sigma_T = \sigma_L$, le critère /31/ devient

$$\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - \frac{\sigma_L^2}{\tau_L^2} - 2 // \sigma_{11} \sigma_{22} + \sigma_{22} \sigma_{33} + \sigma_{33} \sigma_{11} / + \frac{\sigma_L^2}{\tau_L^2} / \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 / = \sigma_L^2. \quad /32/$$

Pour $\frac{\sigma_L^2}{\tau_L^2} = 3$, l'équation /32/ donne le critère de Huber-Hencky-Mises comme un cas spécial :

$$\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - \sigma_{11} \sigma_{22} - \sigma_{22} \sigma_{33} - \sigma_{33} \sigma_{11} + 3 / \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 / = \sigma_L^2. \quad /33/$$

2.3. Relations d'écoulement et le potentiel plastique

Les relations d'écoulement peuvent être exprimées en termes des variables lagrangiennes au moyen du potentiel plastique des contraintes matérielles de Piola-Kirchhoff :

$$\dot{\epsilon}_{KL} = \phi_1 \frac{\partial \Pi_{\psi(KL)}}{\partial \psi_{KL}} \quad /34/$$

où ϕ_1 est la fonction scalaire.

En tenant compte de la relation /11/, nous pouvons exprimer le potentiel plastique sous la forme

$$\Pi_{\psi(KL)} = c_0 / \psi_{11} + \psi_{22} + \psi_{33} / + \frac{1}{2} / \psi_{11}^2 + \psi_{22}^2 + \psi_{33}^2 / + \psi_{12}^2 + \psi_{21}^2 + \psi_{23}^2 + \psi_{32}^2 + \psi_{31}^2 + \psi_{13}^2 / +$$

$$\begin{aligned}
& + c_2 \left\{ \frac{1}{3} (\psi_{11}^3 + \psi_{22}^3 + \psi_{33}^3) + \psi_{11} \psi_{12} \psi_{21} + \psi_{13} \psi_{31} + \right. \\
& + \psi_{22} \psi_{21} \psi_{12} + \psi_{23} \psi_{32} + \psi_{33} \psi_{31} \psi_{13} + \psi_{32} \psi_{23} + \\
& + \frac{1}{2} [(\psi_{12}^2 + \psi_{21}^2) / (\psi_{11} + \psi_{22}) + (\psi_{23}^2 + \psi_{32}^2) / (\psi_{22} + \psi_{33}) + \\
& + (\psi_{31}^2 + \psi_{13}^2) / (\psi_{33} + \psi_{11})] + \psi_{12} \psi_{13} / \psi_{32} + \psi_{23} / + \\
& \left. + \psi_{23} \psi_{21} / \psi_{13} + \psi_{31} / + \psi_{31} \psi_{32} / \psi_{21} + \psi_{12} \right\} \quad /35/
\end{aligned}$$

qui coïncide à l'exception du multiplicateur $1/F_1$ avec le critère /13/ puisque

$$c_0 = \frac{\phi_0}{\phi_1} = \frac{F_0}{F_1}, \quad c_2 = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{F_2}{F_1} \quad /36/$$

De cette manière, nous avons obtenu, en faisant usage d'intégrales invariantes, la loi d'écoulement associée à la condition de plasticité générale.

La relation d'écoulement exprimée en termes des variables eulériennes est définie par

$$\dot{D}_{kl} = \phi_1 \frac{\partial \Pi_{\psi(kl)}}{\partial \psi_{kl}}, \quad /37/$$

où le potentiel plastique $\Pi_{\psi(kl)}$ des contraintes matérielles de Cauchy s'exprime sous une forme analogue à celle donnée par l'équation /35/.

Pour les vitesses des déformations infinitésimales nous pouvons écrire la relation tout à fait similaire

$$\dot{\epsilon}_{kl} = \phi_1 \frac{\partial \Pi_{\psi(kl)}}{\partial \psi_{kl}}, \quad /38/$$

où le potentiel plastique $\Pi_{\psi(kl)}$ a la même forme que dans la relation /37/.

Écrivant l'équation /37/ en termes des composantes et éliminant la fonction scalaire ϕ_1 , nous obtenons les relations suivantes

$$(\dot{D}_{11} - \dot{D}_{22}) / \{ \sigma_{11} - \sigma_{22} + c_2 [\sigma_{11}^2 - \sigma_{22}^2 + \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2 -$$

$$\begin{aligned}
& - 2\lambda (\sigma_{11} - \sigma_{22})(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \} = \\
& = (\dot{D}_{22} - \dot{D}_{33}) / \{ \sigma_{22} - \sigma_{33} + c_2 [\sigma_{22}^2 - \sigma_{33}^2 + \sigma_{12}^2 - \sigma_{13}^2 - \\
& - 2\lambda (\sigma_{22} - \sigma_{33})(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \} = \\
& = (\dot{D}_{33} - \dot{D}_{11}) / \{ \sigma_{33} - \sigma_{11} + c_2 [\sigma_{33}^2 - \sigma_{11}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2 - \\
& - 2\lambda (\sigma_{33} - \sigma_{11})(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \} = \\
& = \dot{D}_{12} / (\sigma_{12} + c_2 \{ \sigma_{12} [\sigma_{11} + \sigma_{22} - 2\lambda (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] + \\
& + \sigma_{13} \sigma_{32} \}) = \\
& = \dot{D}_{23} / (\sigma_{23} + c_2 \{ \sigma_{23} [\sigma_{22} + \sigma_{33} - 2\lambda (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] + \\
& + \sigma_{21} \sigma_{13} \}) = \\
& = \dot{D}_{31} / (\sigma_{31} + c_2 \{ \sigma_{31} [\sigma_{33} + \sigma_{11} - 2\lambda (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] + \sigma_{32} \sigma_{23} \}),
\end{aligned}$$

/39/

$$\text{où} \quad c_2 = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{H_2}{H_1} = - \frac{1}{\tau_{LLL}} \left(1 - \frac{\tau_L^2}{3\tau_{LLL}^2} \right)$$

/40/

et le coefficient matériel λ est défini par l'équation /24/.

En posant $c_2 = 0$ et en remplaçant les composantes du tenseur objectif \dot{D}_{ij} des vitesses des grandes déformations, par les vitesses $\dot{\epsilon}_{ij}$ des déformations infinitésimales, nous obtenons les relations de Lévy - Misès

$$\frac{\dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}} = \frac{\dot{\epsilon}_{22} - \dot{\epsilon}_{33}}{\sigma_{22} - \sigma_{33}} = \frac{\dot{\epsilon}_{33} - \dot{\epsilon}_{11}}{\sigma_{33} - \sigma_{11}} = \frac{\dot{\epsilon}_{12}}{\sigma_{12}} = \frac{\dot{\epsilon}_{23}}{\sigma_{23}} = \frac{\dot{\epsilon}_{31}}{\sigma_{31}}$$

/41/

La vitesse moyenne des grandes déformations \dot{D}_M est définie par

$$\dot{D}_M = \phi_1 \left\{ c_0 + (1 - 3\lambda) \sigma_M + c_2 \left[\frac{1}{3} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) + \right. \right.$$

$$+ \frac{2}{3} / \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 / - 3\lambda / 2 - 3\lambda / \sigma_M^2] \},$$

où /42/

$$\sigma_M = \frac{1}{3} / \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} / \quad /43/$$

est la contrainte moyenne.

3. PLASTICITÉ DES MILIEUX ANISOTROPES

3.1. Les tenseurs matériels transformés

Pour les déformations non-linéaires et plastiques l'auteur a introduit le tenseur matériel transformé de Piola-Kirchhoff

$$\omega_{KL} = A_{KLMN} \pi_{MN} - \chi_{KL}^A MNPQ \delta_{MN} \pi_{PQ} \quad /44/$$

et le tenseur matériel transformé de Cauchy

$$\omega_{kl} = A_{klmn} \sigma_{mn} - \chi_{kl}^A mnpq \delta_{mn} \sigma_{pq}, \quad /45/$$

où χ_{kl}^A et χ_{kl}^B sont les tenseurs matériels qui expriment les différents degrés de compressibilité des matériaux.

Les deux tenseurs transformés matériels ont les mêmes axes principales comme les tenseurs des déformations ou les tenseurs vitesse de déformation. Puisque les tenseurs actuels π_{MN} et σ_{mn} sont liés par les relations

$$\pi_{MN} = \frac{\rho_0}{\rho} X_{M,m} X_{N,n} \sigma_{mn}, \quad \sigma_{mn} = \frac{\rho}{\rho_0} x_{m,M} x_{n,N} \pi_{MN}, \quad /46/$$

où ρ_0 est la masse volumique du corps non-déformé et ρ celle du corps déformé, nous pouvons écrire pour les tenseurs transformés matériels les relations analogues

$$\omega_{MN} = \frac{\rho_0}{\rho} X_{M,m} X_{N,n} \omega_{mn}, \quad \omega_{mn} = \frac{\rho}{\rho_0} x_{m,M} x_{n,N} \omega_{MN}. \quad /47/$$

Pour les corps qui deviennent anisotropes en suite de la déformation plastique, nous pouvons écrire par analogie avec les résultats de Y. Yoshimura et Y. Takenaka /18/

$$A_{KLMN} = \frac{1}{2} [/ \delta_{KM} + S_{KM}^E / \delta_{LN} + S_{LN}^E /] [/ \delta_{KN} + S_{KN}^E / \delta_{LM} + S_{LM}^E /] = \delta_{KLMN} + S_{KLMN}^M + S_{KLMN}^2, \quad /48/$$

où S est une fonction scalaire des déformations lagrangiennes et

$$M_{KLMN} = \frac{1}{2} / \delta_{KM}^E \delta_{LN} + \delta_{LN}^E \delta_{KM} + \delta_{KN}^E \delta_{LM} + \delta_{LM}^E \delta_{KN} /, \quad /49/$$

$$N_{KLMN} = \frac{1}{2} / E_{KM}^E \delta_{LN} + E_{LM}^E \delta_{KN} /, \quad /50/$$

Le tenseur d'anisotropie pour les variables eulériennes peut être exprimé d'une manière analogue

$$A_{klmn} = \delta_{klmn} + S_{klmn}^M + S_{klmn}^2 N_{klmn}. \quad /51/$$

Les tenseurs d'anisotropie dépendent alors des signes des déformations.

3.2. Développements tensoriels pour les corps élastoplastiques avec l'écroutissage continu

Les relations constitutives pour les corps anisotropes, partiellement compressibles avec l'écroutissage continu expriment le tenseur lagrangien des déformations comme une fonction tensorielle isotrope du tenseur matériel transformé de Piola-Kirchhoff ou le tenseur eulérien des déformations comme une fonction isotrope du tenseur matériel transformé de Cauchy :

$$E_{KL} = f_{KL} / \omega_{MN}, \quad D_{kl} = h_{kl} / \omega_{mn}. \quad /52/$$

Suivant les règles de l'algèbre tensorielle, nous avons

$$E_{KL} = \phi_0 \delta_{KL} + \phi_1 \omega_{KL} + \phi_2 \omega_{KA} \omega_{AL}. \quad /53/$$

Décomposant cette équation en deux relations partielles

$${}^1 E_{KL} = {}^1 \phi_0 \delta_{KL} + {}^1 \phi_1 \omega_{KL}, \quad /54/$$

$${}^2 E_{KL} = {}^2 \phi_0 \delta_{KL} + {}^2 \phi_2 \omega_{KA} \omega_{AL} \quad /55/$$

et multipliant la première relation par les tenseurs δ_{KL} et ${}^1 E_{KL}$ et la seconde par δ_{KL} et ${}^2 E_{KL}$, l'auteur a obtenu les relations invariantes pour déterminer les fonctions scalaires

${}^1 \phi_0, {}^1 \phi_1, {}^2 \phi_0$ et ${}^2 \phi_2$:

$$I_{1E} = 3 {}^1 \phi_0 + I_{\omega} \phi_1, \quad /56/$$

$$II_{1E} = 3 {}^1 \phi_0^2 + 2 I_{\omega} {}^1 \phi_0 \phi_1 + II_{\omega} \phi_1^2, \quad /57/$$

$$I_{2E} = 3 {}^2 \phi_0 + II_{\omega} \phi_2, \quad /58/$$

$$II_{2E} = 3 {}^2 \phi_0^2 + 2 II_{\omega} {}^2 \phi_0 \phi_2 + IV_{\omega} \phi_2^2, \quad /59/$$

$$\text{où } I_{1E} = {}^1E_{KL} \delta_{KL}, \quad II_{1E} = {}^1E_{KL} {}^1E_{KL}, \quad /60/$$

$$I_{2E} = {}^2E_{KL} \delta_{KL}, \quad II_{2E} = {}^2E_{KL} {}^2E_{KL} \quad /61/$$

sont les invariants des tenseurs partiels ${}^1E_{KL}$ et ${}^2E_{KL}$ des déformations, et

$$I_{\omega} = \omega_{KL} \delta_{KL}, \quad II_{\omega} = \omega_{KL} \omega_{KL}, \quad IV_{\omega} = \omega_{KL} \omega_{LA} \omega_{AE} \omega_{EK} /62/$$

sont les invariants du tenseur matériel transformé des contraintes ω_{KL} .

Les équations /56/, /57/, /58/ et /59/ donnent les fonctions

$${}^1\phi_0 = \frac{1}{3} / I_{1E} - I_{\omega} \sqrt{\frac{3II_{1E} - I_{1E}^2}{3IV_{\omega} - I_{\omega}^2}} = {}^1E_{M/} - \frac{3 {}^1E_I}{2 \omega_I} \omega_{M/} \quad /63/$$

$$\phi_1 = \sqrt{\frac{3II_{1E} - I_{1E}^2}{3IV_{\omega} - I_{\omega}^2}} = \frac{3 {}^1E_I}{2 \omega_I} \omega_{M/}, \quad /64/$$

$${}^2\phi_0 = \frac{1}{3} / I_{2E} - II_{\omega} \sqrt{\frac{3II_{2E} - I_{2E}^2}{3IV_{\omega} - II_{\omega}^2}} = {}^2E_{M/} - \frac{9 {}^2E_I}{4 \omega_{II}^2} \omega_{(S)}^2 \quad /65/$$

$$\phi_2 = \sqrt{\frac{3II_{2E} - I_{2E}^2}{3IV_{\omega} - II_{\omega}^2}} = \frac{9 {}^2E_I}{4 \omega_{II}^2}, \quad /66/$$

$$\text{où } {}^1E_{M/} = \frac{1}{3} / {}^1E_{11} + {}^2E_{22} + {}^2E_{33} /, \quad {}^2E_{M/} = \frac{1}{3} / {}^2E_{11} + {}^2E_{22} + {}^2E_{33} / \quad /67/$$

sont les déformations moyennes partielles

$${}^1E_I = \frac{2}{3} \sqrt{[{}^1E_{11}^2 + {}^1E_{22}^2 + {}^1E_{33}^2 - {}^1E_{11} {}^1E_{22} - {}^1E_{22} {}^1E_{33} - {}^1E_{33} {}^1E_{11} + 3({}^1E_{12}^2 + {}^1E_{23}^2 + {}^1E_{31}^2)]} \quad /68/$$

$${}^2E_I = \frac{2}{3} \sqrt{[{}^2E_{11}^2 + {}^2E_{22}^2 + {}^2E_{33}^2 - {}^2E_{11} {}^2E_{22} - {}^2E_{22} {}^2E_{33} - {}^2E_{33} {}^2E_{11} + 3({}^2E_{12}^2 + {}^2E_{23}^2 + {}^2E_{31}^2)]} \quad /69/$$

sont les intensités des tenseurs partielles vitesse de déformation,

$$\omega_{M/} = \frac{1}{3} / \omega_{11} + \omega_{22} + \omega_{33} / \quad /70/$$

est la contrainte matérielle transformée moyenne,

$$\omega_I = \sqrt{[\omega_{11}^2 + \omega_{22}^2 + \omega_{33}^2 - \omega_{11} \omega_{22} - \omega_{22} \omega_{33} - \omega_{33} \omega_{11} + 3(\omega_{12}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{31}^2)]} \quad /71/$$

est l'intensité du tenseur ω_{KL} ,

$$\omega_{S/} = \sqrt{II_{\omega} / 3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\omega_{11}^2 + \omega_{22}^2 + \omega_{33}^2 + 2(\omega_{12}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{31}^2)} \quad /72/$$

est la valeur moyenne du second ordre et

$$\begin{aligned} \omega_{II} &= \frac{3}{2\sqrt{2}} \sqrt{3IV_{\omega} - II_{\omega}^2} = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{4\{[(\omega_{11}^2 - \omega_{22}^2)^2 + (\omega_{22}^2 - \omega_{33}^2)^2 + (\omega_{33}^2 - \omega_{11}^2)^2] + \\ &+ (\omega_{12}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{31}^2)^2 + 2\omega_{12}^2 [2(\omega_{11} + \omega_{22})^2 - \omega_{11}\omega_{22} - \omega_{33}^2] + \\ &+ 2\omega_{23}^2 [2(\omega_{22} + \omega_{33})^2 - \omega_{22}\omega_{33} - \omega_{11}^2] + \\ &+ 2\omega_{31}^2 [2(\omega_{33} + \omega_{11})^2 - \omega_{33}\omega_{11} - \omega_{22}^2] + 12\omega_{12}\omega_{23}\omega_{31}(\omega_{11} + \\ &+ \omega_{22} + \omega_{33})\}} \quad /73/ \end{aligned}$$

est l'intensité du second ordre du tenseur ω_{KL} .

En substituant les relations /63/ et /64/ dans l'équation /54/ et /55/, nous obtenons la relation constitutive générale

$$E_{KL-E/M/} \delta_{kl} = \frac{1}{2} \tilde{J} / \omega_I // \omega_{KL} - \omega_{(M)kl} / + \frac{1}{4} \tilde{K} / \omega_{II} // \omega_{KL} \omega_{KL} - \omega_{(S)}^2 \delta_{KL} /, \quad /74/$$

où

$$\tilde{J} / \omega_I / = \frac{3 {}^1E_I}{\omega_I}, \quad \tilde{K} / \omega_{II} / = \frac{9 {}^2E_I}{\omega_{II}^2} \quad /75/$$

sont les fonctions des complaisances.

Par analogie avec la relation précédente nous pouvons écrire la relation constitutive pour les variables eulériennes

$$D_{kl-D/m/} \delta_{kl} = \frac{1}{2} \tilde{J} / \omega_{(i)} // \omega_{kl} - \omega_{(m)kl} / + \frac{1}{4} \tilde{K} / \omega_{(ii)} // \omega_{kl} \omega_{kl} - \omega_{(s)}^2 \delta_{kl} /, \quad /76/$$

où $\omega_{M/}$ et $\omega_{S/}$ sont les valeurs moyennes du premier et

et du second ordre et $\omega_{(i)}$ et $\omega_{(ii)}$ les intensités du premier et du second ordre du tenseur matériel transformé des contraintes de Cauchy.

3.3. Les relations constitutives volumiques

Les équations /74/ et /76/ expriment les relations entre les dévaleurs du premier et du second ordre quoique la déformation volumétrique soit en quelque sens comprise dans les tenseurs transformés des contraintes. Pour obtenir les relations entre les valeurs moyennes, les expressions en termes des valeurs principales seront appliquées.

Posant

$$E_1 = f/\omega_1, \quad E_2 = f/\omega_2, \quad E_3 = f/\omega_3, \quad /77/$$

où E_1, E_2, E_3 et $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ sont les valeurs principales des tenseurs E_{KL} et ω_{KL} et écrivant l'équation /53/ pour tous les trois déformations lagrangiennes principales, nous obtenons le système de trois équations algébriques

$$f/\omega_1 = \phi_0 + \phi_1 \omega_1 + \phi_2 \omega_1^2, \quad /78/$$

$$f/\omega_2 = \phi_0 + \phi_1 \omega_2 + \phi_2 \omega_2^2, \quad /79/$$

$$f/\omega_3 = \phi_0 + \phi_1 \omega_3 + \phi_2 \omega_3^2, \quad /80/$$

pour déterminer les fonctions

$$\phi_0 = \frac{\omega_2 \omega_3 f(\omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)} - \frac{\omega_1 \omega_3 f(\omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)} - \frac{\omega_1 \omega_2 f(\omega_3)}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)}, \quad /81/$$

$$\phi_1 = -\frac{(\omega_2 + \omega_3) f(\omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)} - \frac{(\omega_1 + \omega_3) f(\omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)} - \frac{(\omega_1 + \omega_2) f(\omega_3)}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)}, \quad /82/$$

$$\phi_2 = \frac{f(\omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)} + \frac{f(\omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)} + \frac{f(\omega_3)}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)}. \quad /83/$$

En substituant ces expressions dans l'équation /53/, nous obtenons

$$E_{KL} = \left[\frac{\omega_2 \omega_3 f(\omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)} + \frac{\omega_1 \omega_3 f(\omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)} + \frac{\omega_1 \omega_2 f(\omega_3)}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)} \right] \delta_{KL} - \left[\frac{(\omega_2 + \omega_3) f(\omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)} + \frac{(\omega_1 + \omega_3) f(\omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)} + \frac{(\omega_1 + \omega_2) f(\omega_3)}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)} \right] E_{KL} +$$

$$+ \left[\frac{f(\omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)} + \frac{f(\omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)} + \frac{f(\omega_3)}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)} \right] \omega_{KL} \omega_{KL} \quad /84/$$

En multipliant cette relation par le delta de Kronecker δ_{KL} nous avons la relation entre les déformations et contraintes moyennes

$$E/M = \frac{1}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_2 - \omega_3)(\omega_3 - \omega_1)} \left\{ \omega_2 \omega_3 (\omega_3 - \omega_2) f(\omega_1) + \omega_1 \omega_3 (\omega_1 - \omega_3) f(\omega_2) + \omega_1 \omega_2 (\omega_2 - \omega_1) f(\omega_3) + [(\omega_2^2 - \omega_3^2) f(\omega_1) + (\omega_3^2 - \omega_1^2) f(\omega_2) + (\omega_1^2 - \omega_2^2) f(\omega_3)] \omega_{(M)} + [(\omega_3 - \omega_2) f(\omega_1) + (\omega_1 - \omega_3) f(\omega_2) + (\omega_2 - \omega_1) f(\omega_3)] \omega_{(S)}^2 \right\}. \quad /85/$$

Les relations entre les valeurs moyennes des variables eulériennes et celles pour la déformation infinitésimale ont une forme tout à fait analogue.

3.4. Conditions de plasticité des corps élastiques -parfaitement plastiques

Les corps élastiques-parfaitement plastiques déforment sans écrouissage. Dans ces corps, il y a deux régions pour lesquelles les relations constitutives différentes doivent être appliquées c'est-à-dire la région élastique linéaire ou non-linéaire pour laquelle les relations déformations-contraintes sont valables et la région plastique dont la déformation est caractérisée par les relations entre les vitesses de déformation et contraintes.

En développant la fonction constitutive

$$\dot{E}_{KL} = h_{KL}(\omega_{MN}) \quad /86/$$

suivant les règles de l'algèbre tensorielle, nous obtenons

$$\dot{E}_{KL} = \phi_0 \delta_{KL} + \phi_1 \omega_{KL} + \phi_2 \omega_{KL} \omega_{KL}. \quad /87/$$

Par analogie avec la relation /11/, nous pouvons écrire

$$\Pi_{\omega(KL)} \equiv \int_0^{\omega_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\phi_1} d\omega_{KL} = c_0 \delta_{KL} \quad /88/$$

et par suite

$$F_0 \omega_{KL} \delta_{KL} + F_1 \omega_{KL} \omega_{KL} + F_2 \int_0^{\omega_{KL}} \omega_{KL} \omega_{KL} d\omega_{KL} = 1, \quad /89/$$

$$\text{ou } F_0 = c_0 / \int_0^{\omega_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\phi_1} d\omega_{KL}, \quad F_1 = 1/2 \int_0^{\omega_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\phi_1} d\omega_{KL}, \quad F_2 = c_2 / \int_0^{\omega_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\phi_1} d\omega_{KL} \quad /90/$$

sont constantes à la limite d'écoulement.

En termes des contraintes actuelles de Piola-Kirchhoff, nous pouvons écrire le critère de plasticité /89/ sous la forme suivante

$$P_{MN} \pi_{MN} + P_{MNPQ} \pi_{MN} \pi_{PQ} + P_{MNPQRS} \pi_{MN} \pi_{PQ} \pi_{RS} = 1. \quad /91/$$

Supposant la symétrie des tenseurs des contraintes et l'existence du potentiel, nous avons $\binom{6+1-1}{1} = 6$ coefficients tensoriels

$$P_{MN} \binom{6+2-1}{1} = 21 \text{ coefficients tensoriels } P_{MNPQ} \text{ et } \binom{6+3-1}{1} = 56 \text{ coefficients tensoriels } P_{MNPQRS}.$$

En termes des contraintes matérielles transformées de Cauchy, la condition de plasticité est exprimée par

$$H_0 \omega_{kl} \delta_{kl} + H_1 \omega_{kl} \omega_{kl} + H_2 \int_0^{\omega_{kl}} \omega_{kl} d\omega_{kl} = 1 \quad /92/$$

et par analogie avec le critère /92/ nous pouvons écrire

$$R_{mn} \delta_{mn} + R_{mnpq} \delta_{mn} \delta_{pq} + R_{mnpqrs} \delta_{mn} \delta_{pq} \delta_{rs} = 1. \quad /93/$$

Les coefficients tensoriels dans les équations /91/ et /93/ peuvent être exprimés par 83 contraintes d'écoulement aux états limites spéciaux des contraintes.

En bornant nos considérations à l'écoulement plastique du premier ordre, nous obtenons du critère /93/

$$R_{mn} \delta_{mn} + R_{mnpq} \delta_{mn} \delta_{pq} = 1. \quad /94/$$

27 coefficients tensoriels de ce critère peuvent être exprimés par 27 contraintes limites d'écoulement ce qui donne la relation

$$\sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \frac{\delta_{mn}^2}{\delta_{(P)mn} \delta_{(N)mn}} - \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \left(\frac{1}{\delta_{(P)mn} \delta_{(N)mn}} + \frac{1}{\delta_{(P)pq} \delta_{(N)pq}} \right) - \frac{1}{\delta_{(PP)mnpq}^2} - \frac{\delta_{(P)mn} - \delta_{(N)mn}}{\delta_{(P)mn} \delta_{(N)mn} \delta_{(PP)mnpq}} - \frac{\delta_{(P)pq} - \delta_{(N)pq}}{\delta_{(P)pq} \delta_{(N)pq} \delta_{(PP)mnpq}} \delta_{mn} \delta_{pq} - \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \frac{\delta_{(P)mn} - \delta_{(N)mn}}{\delta_{(P)mn} \delta_{(N)mn}} \delta_{mn} = 1, \quad /95/$$

où $\delta_{(P)/mn}$ désigne six contraintes limites positives, $\delta_{(N)/mn}$ six contraintes limites négatives et $\delta_{(PP)/mnpq}$ 15 contraintes limites positives à l'état homogène biaxial des contraintes.

Il faut accentuer que dans ce cas la règle de sommation d'Einstein ne peut pas être appliquée pour les raisons formelles.

La nécessité d'un nombre suffisant des constantes matérielles a mené l'auteur à la découverte du cisaillement positif et négatif.

En faisant usage de la notation indicielle classique rapportée aux coordonnées cartésiennes, nous pouvons écrire le critère /95/ pour l'état plan des contraintes sous la forme suivante

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{cx} \sigma_{tx}} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{cy} \sigma_{ty}} + \frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{pxy} \tau_{nxy}} - \left(\frac{1}{\sigma_{cx} \sigma_{tx}} + \frac{1}{\sigma_{cy} \sigma_{ty}} - \frac{1}{\sigma_{ccxy}^2} - \frac{\sigma_{cx} - \sigma_{tx}}{\sigma_{cx} \sigma_{tx} \sigma_{ccxy}} - \frac{\sigma_{cy} - \sigma_{ty}}{\sigma_{cy} \sigma_{ty} \sigma_{ccxy}} \right) \sigma_x \sigma_y - \left(\frac{1}{\sigma_{cx} \sigma_{tx}} + \frac{1}{\tau_{pxy} \tau_{nxy}} - \frac{1}{\sigma_{cpxy}^2} - \frac{\sigma_{cx} - \sigma_{tx}}{\sigma_{cx} \sigma_{tx} \sigma_{cpxy}} - \frac{\tau_{pxy} - \tau_{nxy}}{\tau_{pxy} \tau_{nxy} \sigma_{cpxy}} \right) \sigma_x \tau_{xy} - \left(\frac{1}{\sigma_{cy} \sigma_{ty}} + \frac{1}{\tau_{pxy} \tau_{nxy}} - \frac{1}{\sigma_{cpyx}^2} - \frac{\sigma_{cy} - \sigma_{ty}}{\sigma_{cy} \sigma_{ty} \sigma_{cpyx}} - \frac{\tau_{pxy} - \tau_{nxy}}{\tau_{pxy} \tau_{nxy} \sigma_{cpyx}} \right) \sigma_y \tau_{xy} - \frac{\sigma_{cx} - \sigma_{tx}}{\sigma_{cx} \sigma_{tx}} \sigma_x - \frac{\sigma_{cy} - \sigma_{ty}}{\sigma_{cy} \sigma_{ty}} \sigma_y - \frac{\tau_{pxy} - \tau_{nxy}}{\tau_{pxy} \tau_{nxy}} \tau_{xy} = 1, \quad /96/$$

où σ_{cx} , σ_{cy} sont les contraintes limites en compression simple dans les directions des axes x et y, σ_{tx} , σ_{ty} sont les contraintes limites en traction simple, σ_{ccxy} est la contrainte limite en compression homogène biaxiale, τ_{pxy} est celle en cisaillement simple positif, τ_{nxy} est celle en cisaillement simple négatif, σ_{cpxy} , σ_{cpyx} sont les contraintes limites en compression combinée avec le cisaillement positif aux mêmes valeurs des contraintes de la compression et du cisaillement.

3.5. Lois d'écoulement et le potentiel plastique

En faisant usage des intégrales invariantes, nous pouvons obtenir les lois d'écoulement associées aux conditions de plasticité au moyen des potentiels plastiques. La relation d'écoulement pour le tenseur lagrangien vitesse de déformation a la forme suivante

$$\dot{E}_{KL} = \Phi_1 \frac{\partial \Pi_{\omega(KL)}}{\partial \omega_{KL}}, \quad /97/$$

où

$$\begin{aligned} \Pi_{\omega(KL)} = & c_0 (\omega_{11} + \omega_{22} + \omega_{33}) + \frac{1}{2} (\omega_{11}^2 + \omega_{22}^2 + \omega_{33}^2 + \\ & + \omega_{12}^2 + \omega_{21}^2 + \omega_{23}^2 + \omega_{32}^2 + \omega_{31}^2 + \omega_{13}^2) + \\ & + c_2 \left[\frac{1}{3} (\omega_{11}^3 + \omega_{22}^3 + \omega_{33}^3) + \omega_{11} (\omega_{12} \omega_{21} + \omega_{13} \omega_{31}) + \right. \\ & + \omega_{22} (\omega_{21} \omega_{12} + \omega_{23} \omega_{32}) + \omega_{33} (\omega_{31} \omega_{13} + \omega_{32} \omega_{23}) + \\ & + \frac{1}{2} [(\omega_{12}^2 + \omega_{21}^2) (\omega_{11} + \omega_{22}) + (\omega_{23}^2 + \omega_{32}^2) (\omega_{22} + \omega_{33}) + \\ & + (\omega_{31}^2 + \omega_{13}^2) (\omega_{33} + \omega_{11})] + \omega_{12} \omega_{13} (\omega_{32} + \omega_{23}) + \\ & \left. + \omega_{23} \omega_{21} (\omega_{13} + \omega_{31}) + \omega_{31} \omega_{32} (\omega_{21} + \omega_{12}) \right] \end{aligned} \quad /98/$$

est le potentiel plastique des contraintes matérielles transformées de Piola-Kirchhoff.

En termes des variables eulériennes, nous avons une relation analogue

$$\dot{D}_{kl} = \phi_1 \frac{\partial \Pi_{\omega(kl)}}{\partial \omega_{kl}}, \quad /99/$$

où $\Pi_{\omega(kl)}$ est le potentiel plastique des contraintes de Cauchy ayant la forme toute à fait analogue à celle définie par l'expression /98/.

Par analogie avec la relation /99/ nous pouvons écrire pour les déformations infinitésimales

$$\dot{E}_{kl} = \phi_1 \frac{\partial \Pi_{\omega(kl)}}{\partial \omega_{kl}}. \quad /100/$$

3.6. Les lois du comportement plastique composées

Le tenseur vitesse de déformation des corps parfaitement plastiques peut être exprimé par analogie avec les relations de J. Mandel /6/ comme une fonction des contraintes et des déformations

$$\dot{E}_{KL} = f_{KL} / \omega_{MN}, E_{MN} / . \quad /101/$$

En développant cette fonction suivant les règles de l'algèbre tensorielle, nous obtenons

$$\dot{E}_{KL} = \phi_0 \delta_{KL} + \phi_1 \omega_{KL} + \phi_2 \omega_{KL} \omega_{NL} + \phi_3 E_{KL} + \phi_4 E_{KL} E_{NL} + \phi_5 (\omega_{KL} E_{NL} + E_{KL} \omega_{NL}), \quad /102/$$

d'où vient la relation

$$\Pi_{\omega(kl)} = \int_0^{\omega_{kl}} \frac{\dot{E}_{kl}}{\phi_1} d\omega_{kl} = c_0 \omega_{KL} \delta_{KL} + \frac{1}{2} \omega_{KL} \omega_{KL} + c_2 \int_0^{\omega_{KL}} \omega_{KL} \omega_{NL} d\omega_{KL} + c_3 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KL} d\omega_{KL} + c_4 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KL} E_{NL} d\omega_{KL} + c_5 \int_0^{\omega_{KL}} (\omega_{KL} E_{NL} + E_{KL} \omega_{NL}) d\omega_{KL}, \quad /103/$$

qui donne le critère composé de plasticité

$$F_0 \omega_{KL} \delta_{KL} + F_1 \omega_{KL} \omega_{KL} + F_2 \int_0^{\omega_{KL}} \omega_{KL} \omega_{NL} d\omega_{KL} + F_3 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KL} d\omega_{KL} + F_4 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KL} E_{NL} d\omega_{KL} + F_5 \int_0^{\omega_{KL}} (\omega_{KL} E_{NL} + E_{KL} \omega_{NL}) d\omega_{KL} = 1, \quad /104/$$

où

$$F_0 = \frac{\phi_0}{\phi_1 \Pi_{\omega(kl)}}, \quad F_1 = \frac{1}{2 \Pi_{\omega(kl)}}, \quad F_2 = \frac{\phi_2}{\phi_1 \Pi_{\omega(kl)}}, \quad /105/$$

$$F_3 = \frac{\phi_3}{\phi_1 \Pi_{\omega(kl)}}, \quad F_4 = \frac{\phi_4}{\phi_1 \Pi_{\omega(kl)}}, \quad F_5 = \frac{\phi_5}{\phi_1 \Pi_{\omega(kl)}}, \quad /106/$$

les quotients des fonctions d'invariants

$$c_{/K/} = \frac{\phi_{(K)}}{\phi_1} \quad /107/$$

étant constants à la limite d'écoulement.
Le potentiel plastique

$$\Pi_{\omega(kl)} = \int_0^{\omega_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\phi_1} d\omega_{KL} \quad /108/$$

est défini par l'équation /103/ et les vitesses de déformation peuvent être exprimées par

$$\dot{E}_{KL} = \phi_1 \frac{\partial \Pi_{\omega(kl)}}{\partial \omega_{KL}}$$

Le potentiel plastique /103/ et le critère d'écoulement /104/ dépendent aussi des invariants du tenseur des déformations ce qui représente l'effet des déformations antérieures.

En tenant compte des effets des déformations élastiques, on peut décomposer le tenseur vitesse de déformation \dot{E}_{KL} en partie élastique \dot{E}_{KL}^e et en partie plastique \dot{E}_{KL}^p comme il suit

$$\dot{E}_{KL} = \dot{E}_{KL}^e + \dot{E}_{KL}^p. \quad /109/$$

La partie plastique \dot{E}_{KL}^p suit les relations /102/, /103/, ainsi que plus simples équations précédentes /87/, /88/ et /97/. La partie élastique peut s'exprimer comme une fonction tensorielle de la dérivée matérielle du tenseur des contraintes

$$\dot{E}_{KL}^e = h_{KL}(\hat{\omega}_{MN}), \quad /110/$$

$$\hat{\omega}_{MN} = \frac{D \omega_{MN}}{Dt} = \frac{\partial \omega_{MN}}{\partial t} + \omega_{MP} \omega_{PN} + \omega_{NP} \omega_{MP}. \quad /111/$$

En développant la fonction tensorielle /110/ et en additionnant le développement de la fonction pour \dot{E}_{KL}^e , nous obtenons

$$\dot{E}_{KL} = \phi_0 \delta_{KL} + \phi_1 \omega_{KL} + \phi_2 \omega_{KL} \omega_{NL} + \phi_3 E_{KL} + \phi_4 E_{KL} E_{NL} + \phi_5 (\omega_{KL} E_{NL} + E_{KL} \omega_{NL}) + \phi_6 \hat{\omega}_{KL} + \phi_7 \omega_{KL} \omega_{NL} + \phi_8 (\omega_{KL} \hat{\omega}_{NL} + \hat{\omega}_{KL} \omega_{NL}), \quad /112/$$

d'où

$$\Pi_{\omega(kl)} \equiv \int_0^{\omega_{KL}} \frac{\dot{E}_{KL}}{\phi_1} d\omega_{KL} = c_0 \omega_{KL} \delta_{KL} + \frac{1}{2} \omega_{KL} \omega_{KL} + c_2 \int_0^{\omega_{KL}} \omega_{KL} \omega_{NL} d\omega_{KL} + c_3 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KL} d\omega_{KL} + c_4 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KL} E_{NL} d\omega_{KL} + c_5 \int_0^{\omega_{KL}} (\omega_{KL} E_{NL} + E_{KL} \omega_{NL}) d\omega_{KL}$$

$$+c_6 \int_0^{\omega_{KL}} \hat{\omega}_{KL} d\omega_{KL} + c_7 \int_0^{\omega_{KL}} \hat{\omega}_{KA} \hat{\omega}_{AL} d\omega_{KL} + c_8 \int_0^{\omega_{KL}} (\omega_{KA} \hat{\omega}_{AL} + \hat{\omega}_{KA} \omega_{AL}) d\omega_{KL} \quad /113/$$

et par suite la condition de plasticité

$$F_0 \omega_{KL} \delta_{KL} + F_1 \omega_{KL} \omega_{KL} + F_2 \int_0^{\omega_{KL}} \omega_{KA} \omega_{AL} d\omega_{KL} + F_3 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KL} d\omega_{KL} + F_4 \int_0^{\omega_{KL}} E_{KA} E_{AL} d\omega_{KL} + F_5 \int_0^{\omega_{KL}} (\omega_{KA} E_{AL} + E_{KA} \omega_{AL}) d\omega_{KL} + F_6 \int_0^{\omega_{KL}} \hat{\omega}_{KL} d\omega_{KL} + F_7 \int_0^{\omega_{KL}} \hat{\omega}_{KA} \hat{\omega}_{AL} d\omega_{KL} + F_8 \int_0^{\omega_{KL}} (\omega_{KA} \hat{\omega}_{AL} + \hat{\omega}_{KA} \omega_{AL}) d\omega_{KL} \quad /114/$$

L'équation /112/ donne les relations généralisées de Prandtl-Reuss comme un cas spécial

$$\dot{E}_{KL} = \phi_0 \delta_{KL} + \phi_1 \omega_{KL} + \phi_2 \hat{\omega}_{KL} \quad /115/$$

Par analogie avec l'équation /74/, nous pouvons écrire

$$\dot{E}_{KL} - \dot{E}_{KL} / M / \delta_{KL} = \frac{1}{2} \tilde{J}(\hat{\omega}) (\hat{\omega}_{KL} - \hat{\omega}_{(M)}) \delta_{KL} + \frac{1}{2} \tilde{P}(\omega) (\omega_{KL} - \omega_{(M)}) \delta_{KL} \quad /116/$$

Il faut remarquer que les deux invariants mixtes des sommes dans les équations /103/, /104/, /112/, /113/ et /114/ peuvent être remplacés par les termes uniques suivant les règles de l'algèbre tensorielle.

Une décomposition plus rationnelle de la déformation entre la partie élastique et plastique comme l'a fait M. Piau /10/ commence du gradient de la déformation en exprimant le produit

$$\gamma_{kK} = x_{k,K} = (\overset{E}{\gamma}_{kK} + \overset{P}{\gamma}_{kK}) \quad /117/$$

Le comportement plastique non visqueux est caractérisé par la mémoire du matériau qui porte sur l'ordre de succession des événements passés mais non sur la vitesse à laquelle ces événements ont eu lieu. C'est pourquoi les relations entre les contraintes et les vitesses de déformation doivent être indépendantes de l'échelle de temps. De là, il s'ensuit la condition de degré d'homogénéité zéro par rapport au temps. Le temps dans la théorie de plasticité a un caractère fictif et il peut être remplacé par un paramètre d'évolution jouant le rôle d'un temps intérieur comme l'a fait J. Lanier /57/ et qui peut s'exprimer par

$$ds = \sqrt{\dot{E}_{KL} \dot{E}_{KL}} dt \quad /118/$$

Par suite, la loi de comportement peut être exprimée sous la forme intégrale

$$\omega_{KL} = \int_{u_0}^u \Omega(u-s) f_{KL}[\omega_{MN}(s), \dot{E}_{PQ}(s)] ds, \quad /119/$$

où $\Omega(u-s)$ est une fonction mémoire décroissante et tendant vers zéro quand $(u-s) \rightarrow \infty$.

4. EFFETS PHYSICO-MÉCANIQUES DU CISAILEMENT POSITIF ET NÉGATIF

4.1. Caractères du cisaillement positif et négatif

Les différences entre le cisaillement positif et négatif dépendent des angles entre la direction du cisaillement et des directions caractéristiques de la structure du matériau. Il y a une direction neutre dans laquelle les différences entre les deux types opposés du cisaillement disparaissent et dans laquelle nous avons le cisaillement neutre ou le cisaillement dans le sens classique. Le cisaillement positif, caractérisé par les valeurs des modules de déformation et des contraintes limites plus élevées, est d'ordinaire accompagné par un accroissement de volume tandis que le volume pour la plupart diminue au cours du cisaillement négatif. Les différences entre les contraintes limites des deux types opposés du cisaillement sont la cause de l'asymétrie des enveloppes limites des cercles de Mohr qui correspond aux angles différents du frottement interne positif et négatif, qui dépend aussi des rudesses orientées sur les surfaces de glissement. D'autre part, les rudesses orientées sur les surfaces de contact produisent le frottement extérieur positif et négatif. C'est pourquoi le cône de frottement est en général asymétrique.

4.2. Cisaillement positif et négatif des sols stratifiés

Pour vérifier le comportement différent des sols au cisaillement positif et négatif, l'auteur a effectué les essais des sols stratifiés aux couches inclinées dans l'appareil de cisaillement.

Fig. 1. représente les courbes contraintes-déplacements et hauteur-déplacements des éprouvettes composées des couches d'argile et de sable inclinées sous l'angle de 45° . Les éprouvettes avaient été consolidées sous la pression verticale $\sigma = 212$ kPa et puis elles ont été essayées en cisaillement positif ou négatif horizontal sous la pression verticale $\sigma = 112$ kPa. Puisqu'il s'agit de la consolidation moyenne, la courbe représentant le cisaillement positif a un sommet tandis que la courbe du cisaillement négatif n'a aucun sommet. Les deux éprouvettes avaient la dilatance positive. C'est pourquoi l'accroissement de la hauteur de l'éprouvette No. 7 est la somme de l'effet du premier ordre du cisaillement positif et de l'effet du second ordre de la dilatance positive. La diminution de la hauteur est la différence entre l'effet du cisaillement négatif et de la dilatance positive.

Fig. 3 représente les diagrammes d'une éprouvette qui a été essayée en cisaillement négatif /les courbes No. 5/ et puis en cisaillement positif /courbes No. 6/. Les valeurs du cisaillement positif représentées par la courbe No. 6 sont moins élevées en suite de la détérioration de la structure produite par le cisaillement négatif antérieur.

Fig. 4 représente les courbes de déformation des éprouvettes

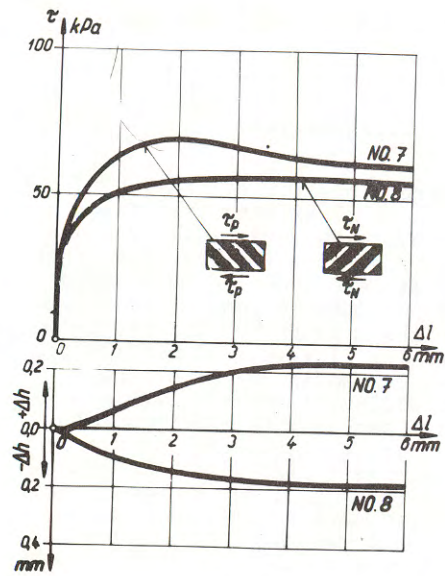


Fig. 1. Effets du cisaillement positif et négatif combinés avec la dilata- tance positive.

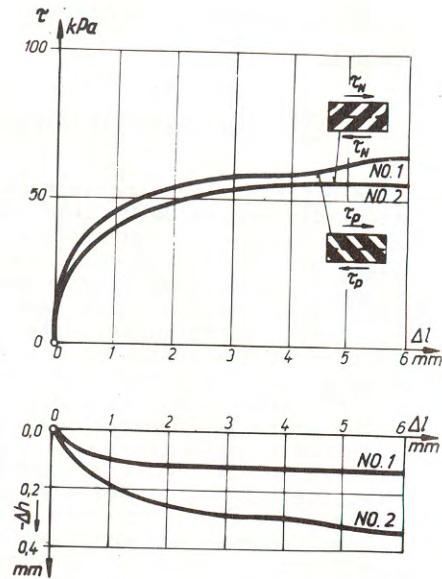


Fig. 2. Cisaillement positif et négatif combiné avec la dilata- tance positive

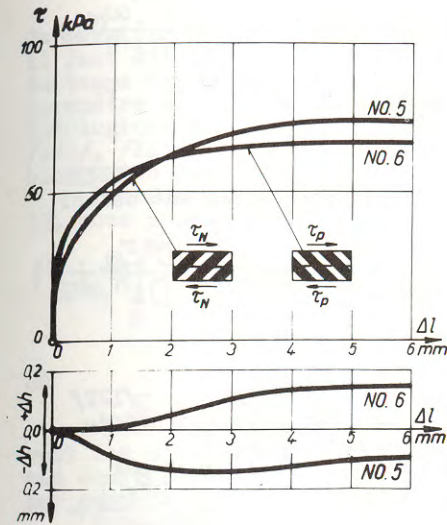


Fig. 3. Diagrammes d'une éprou- vette essayée en cisai- llement négatif, puis en cisaillement positif

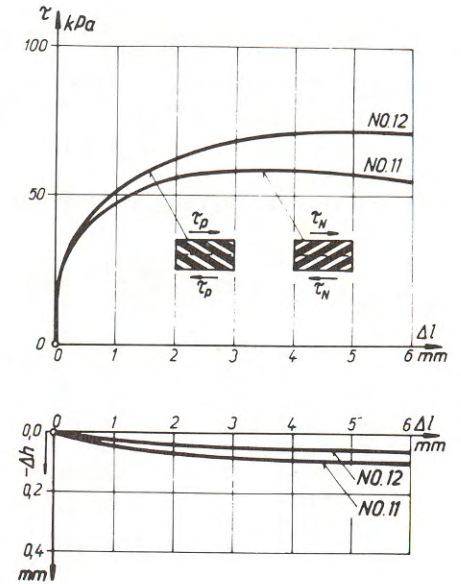


Fig. 4. Diagrammes des éprou- vettes aux couches incli- nées sous l'angle 30°

5. ECOULEMENT DES CORPS VISCOPLASTIQUES

5.1. Contraintes et déformations équivalentes

Pour simplifier les relations de la viscoplasticité en les réduisant aux formes de celles de la théorie de plasticité, l'auteur a introduit les contraintes, les déformations et les vitesses de déformation équivalentes qui ont les mêmes dimensions physiques comme les variables réelles.

Le tenseur des contraintes équivalentes de Piola-Kirchhoff est défini par

$$\bar{\pi}_{KL} = a_0(t)\pi_{KL} + a_1(t)\frac{D\pi_{KL}}{Dt} + a_2(t)\frac{D^2\pi_{KL}}{Dt^2} + \dots + a_m(t)\frac{D^m\pi_{KL}}{Dt^m} + a_{-1}(t)\int_0^t K(t-\tau)\frac{D\pi_{KL}}{D\tau}d\tau, \quad /120/$$

ou D/Dt désigne la dérivée matérielle, définie d'une manière analogue comme celle dans l'équation /111/.

Par analogie, nous pouvons écrire pour le tenseur matériel transformé équivalent la relation suivante

$$\bar{\omega}_{KL} = a_0(t)\omega_{KL} + a_1(t)\frac{D\omega_{KL}}{Dt} + a_2(t)\frac{D^2\omega_{KL}}{Dt^2} + \dots + a_m(t)\frac{D^m\omega_{KL}}{Dt^m} + a_{-1}(t)\int_{t_0}^t K(t-\tau)\frac{D\omega_{KL}(\tau)}{D\tau}d\tau.$$

Le tenseur lagrangien des déformations équivalentes est défini par /121/

$$\bar{E}_{KL} = b_0(t)E_{KL} + b_1(t)\frac{DE_{KL}}{Dt} + b_2(t)\frac{D^2E_{KL}}{Dt^2} + \dots + b_n(t)\frac{D^nE_{KL}}{Dt^n} + b_{-1}(t)\int_{t_0}^t L(t-\tau)\frac{DE_{KL}}{D\tau}d\tau.$$

Les coefficients $a_k(t)$ et $b_k(t)$ dans les relations précédentes peuvent être fonctions du temps ou constantes. /122/

Les variables eulériennes équivalentes sont définies par

$$\bar{\delta}_{kl} = a_0(t)\delta_{kl} + a_1(t)\frac{D\delta_{kl}}{Dt} + a_2(t)\frac{D^2\delta_{kl}}{Dt^2} + \dots + a_m(t)\frac{D^m\delta_{kl}}{Dt^m} + a_{-1}(t)\int_{t_0}^t K(t-\tau)\frac{D\delta_{kl}}{D\tau}d\tau, /123/$$

Le tenseur équivalent des déformations infinitésimales s'exprime sous une forme tout à fait analogue /124/

$$\bar{\varepsilon}_{kl} = b_0(t)\varepsilon_{kl} + b_1(t)\frac{\partial\varepsilon_{kl}}{\partial t} + b_2(t)\frac{\partial^2\varepsilon_{kl}}{\partial t^2} + \dots + b_n(t)\frac{\partial^n\varepsilon_{kl}}{\partial t^n} + b_{-1}(t)\int_{t_0}^t L(t-\tau)\frac{\partial\varepsilon_{kl}}{\partial\tau}d\tau,$$

où $\partial/\partial t$ désigne la simple dérivée partielle. Le correspondant tenseur des contraintes équivalentes et défini par une expression analogue qui contient aussi des simples dérivées partielles. /125/

5.2. Critère de viscoplasticité et lois de comportement

Reliant les expressions /121/ et /122/, nous pouvons formuler l'hypothèse fondamentale de la viscoplasticité incrémentale des corps anisotropes qui exprime le tenseur équivalent vitesse de déformation comme une fonction tensorielle isotrope du tenseur matériel transformé des contraintes équivalentes

$$\dot{\bar{E}}_{KL} = f_{KL}(\bar{\omega}_{MN}). /126/$$

Dans cette relation qui représente une généralisation de

la première équation /52/ pour les corps parfaitement plastiques, il faut distinguer deux catégories du temps. En premier lieu, c'est le temps fictif ou plastique qui peut être remplacé par un autre paramètre d'évolution et en second lieu c'est le temps réel ou rhéologique qui intervient dans les relations /120/, /121/, /122/, /123/, /124/ et /125/. L'équation /126/ correspond à l'écoulement binghamien généralisé.

Procédant d'une manière analogue comme dans le paragraphe 32, nous pouvons définir le potentiel viscoplastique

$$\Pi_{\bar{\omega}_{KL}} \equiv \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \frac{\dot{\bar{E}}_{KL}}{\Phi_1} d\bar{\omega}_{KL} = \bar{c}_0 \bar{\omega}_{KL} \delta_{KL} + \frac{1}{2} \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{KL} + \bar{c}_2 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{KL} d\bar{\omega}_{KL},$$

$$\text{où } \bar{c}_0 = \frac{\bar{\Phi}_0}{\Phi_1}, \quad \bar{c}_2 = \frac{\bar{\Phi}_2}{\Phi_1} /127/$$

sont les quotients de fonctions scalaires des variables lagrangiennes équivalentes qui sont constants au seul de viscoplasticité par rapport aux contraintes mais qui dépendent du temps réel. /128/

En divisant l'équation /127/ par le potentiel $\Pi_{\bar{\omega}_{KL}}$ on obtient la condition de viscoplasticité sous la forme

$$\bar{F}_0 \bar{\omega}_{KL} \delta_{KL} + \bar{F}_1 \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{KL} + \bar{F}_2 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{KL} d\bar{\omega}_{KL} = 1, /129/$$

où les coefficients

$$\bar{F}_0 = \frac{\bar{c}_0}{\Pi_{\bar{\omega}_{KL}}}, \quad \bar{F}_1 = \frac{1}{2\Pi_{\bar{\omega}_{KL}}}, \quad \bar{F}_2 = \frac{\bar{c}_2}{\Pi_{\bar{\omega}_{KL}}} /130/$$

dépendent aussi du temps réel.

L'écoulement viscoplastique peut s'exprimer au moyen du potentiel viscoplastique par la relation

$$\dot{\bar{E}}_{KL} = \Phi_1 \frac{\partial \Pi_{\bar{\omega}_{KL}}}{\partial \bar{\omega}_{KL}}. /131/$$

Par analogie avec la relation /91/, nous pouvons exprimer la condition de viscoplasticité sous la forme

$$P_{MN} \bar{\pi}_{MN} + P_{MNPQ} \bar{\pi}_{MN} \bar{\pi}_{PQ} + P_{MNPQRS} \bar{\pi}_{MN} \bar{\pi}_{PQ} \bar{\pi}_{RS} = 1 /132/$$

et par analogie avec l'équation /93/ on obtient cette condition en variables eulériennes

$$R_{mn} \bar{\sigma}_{mn} + R_{mnpq} \bar{\sigma}_{mn} \bar{\sigma}_{pq} + R_{mnpqrs} \bar{\sigma}_{mn} \bar{\sigma}_{pq} \bar{\sigma}_{rs} = 1. /133/$$

Le critère de viscoplasticité pour l'écoulement du premier ordre correspondant au critère de plasticité /96/ a la forme suivante

$$\frac{\bar{\sigma}_x^2}{\bar{\sigma}_{cx}\bar{\sigma}_{tx}} + \frac{\bar{\sigma}_y^2}{\bar{\sigma}_{cy}\bar{\sigma}_{ty}} + \frac{\bar{\tau}_{xy}^2}{\bar{\tau}_{pxy}\bar{\tau}_{nxy}} -$$

$$-\left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{cx}\bar{\sigma}_{tx}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{cy}\bar{\sigma}_{ty}} - \frac{1}{\bar{\sigma}_{ccxy}^2} - \frac{\bar{\sigma}_{cx} - \bar{\sigma}_{tx}}{\bar{\sigma}_{cx}\bar{\sigma}_{tx}\bar{\sigma}_{ccxy}} - \frac{\bar{\sigma}_{cy} - \bar{\sigma}_{ty}}{\bar{\sigma}_{cy}\bar{\sigma}_{ty}\bar{\sigma}_{ccxy}}\right) \bar{\sigma}_x \bar{\sigma}_y -$$

$$-\left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{cx}\bar{\sigma}_{tx}} + \frac{1}{\bar{\tau}_{pxy}\bar{\tau}_{nxy}} - \frac{1}{\bar{\sigma}_{cpxy}^2} - \frac{\bar{\sigma}_{cx} - \bar{\sigma}_{tx}}{\bar{\sigma}_{cx}\bar{\sigma}_{tx}\bar{\sigma}_{cpxy}} - \frac{\bar{\tau}_{pxy} - \bar{\tau}_{nxy}}{\bar{\tau}_{pxy}\bar{\tau}_{nxy}\bar{\sigma}_{cpxy}}\right) \bar{\sigma}_x \bar{\tau}_{xy} -$$

$$-\left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{cy}\bar{\sigma}_{ty}} + \frac{1}{\bar{\tau}_{pxy}\bar{\tau}_{nxy}} - \frac{1}{\bar{\sigma}_{cpyxy}^2} - \frac{\bar{\sigma}_{cy} - \bar{\sigma}_{ty}}{\bar{\sigma}_{cy}\bar{\sigma}_{ty}\bar{\sigma}_{cpyxy}} - \frac{\bar{\tau}_{pxy} - \bar{\tau}_{nxy}}{\bar{\tau}_{pxy}\bar{\tau}_{nxy}\bar{\sigma}_{cpyxy}}\right) \bar{\sigma}_y \bar{\tau}_{xy} -$$

$$-\frac{\bar{\sigma}_{cx} - \bar{\sigma}_{tx}}{\bar{\sigma}_{cx}\bar{\sigma}_{tx}} \bar{\sigma}_x - \frac{\bar{\sigma}_{cy} - \bar{\sigma}_{ty}}{\bar{\sigma}_{cy}\bar{\sigma}_{ty}} \bar{\sigma}_y - \frac{\bar{\tau}_{pxy} - \bar{\tau}_{nxy}}{\bar{\tau}_{pxy}\bar{\tau}_{nxy}} \bar{\tau}_{xy} = 1. \quad /134/$$

Le critère de viscoplasticité pour l'écoulement du premier ordre des corps isotropes peut être obtenu par analogie avec l'équation /31/ :

$$\frac{1}{\bar{\sigma}_c \bar{\sigma}_t} (\bar{\sigma}_{11}^2 + \bar{\sigma}_{22}^2 + \bar{\sigma}_{33}^2) - \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_c \bar{\sigma}_t} - \frac{2}{\bar{\tau}_L^2}\right) (\bar{\sigma}_{11} \bar{\sigma}_{22} + \bar{\sigma}_{22} \bar{\sigma}_{33} + \bar{\sigma}_{33} \bar{\sigma}_{11}) +$$

$$+ \frac{1}{\bar{\tau}_L^2} (\bar{\sigma}_{12}^2 + \bar{\sigma}_{23}^2 + \bar{\sigma}_{31}^2) = 1. \quad /135/$$

Dans tous les critères de viscoplasticité, les contraintes limites sont fonctions de temps qui sont définies par les relations analogues aux expressions /120/, /121/, /122/, /123/, /124/ et /125/. La contrainte viscoplastique limite en simple compression dans la direction de l'axe x est définie par

$$\bar{\sigma}_{cx} = a_0(t) \bar{\sigma}_{cx} + a_1(t) \frac{D\bar{\sigma}_{cx}}{Dt} + a_2(t) \frac{D^2\bar{\sigma}_{cx}}{Dt^2} + \dots + a_m(t) \frac{D^m\bar{\sigma}_{cx}}{Dt^m} +$$

$$+ a_{-1}(t) \int_{t_0}^t K(t-\tau) \frac{D\bar{\sigma}_{cx}}{D\tau} d\tau, \quad /136/$$

Les milieux viscoplastiques avec la structure sont encore caractérisés par l'asymétrie du cisaillement qui donne naissance aux différences entre l'écoulement positif et négatif et entre la viscosité positive et négative.

En tenant compte de l'équation /112/, nous pouvons écrire pour les corps élastoviscoplastiques la relation suivante

$$\dot{\bar{E}}_{KL} = \bar{\Phi}_0 \delta_{KL} + \bar{\Phi}_1 \bar{\omega}_{KL} + \bar{\Phi}_2 \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{NL} + \bar{\Phi}_3 \bar{E}_{KL} + \bar{\Phi}_4 \bar{E}_{KL} \bar{E}_{NL} +$$

$$+ \bar{\Phi}_5 (\bar{\omega}_{KL} \bar{E}_{NL} + \bar{E}_{KL} \bar{\omega}_{NL}) + \bar{\Phi}_6 \hat{\omega}_{KL} + \bar{\Phi}_7 \hat{\omega}_{KL} \hat{\omega}_{NL} +$$

$$+ \bar{\Phi}_8 (\bar{\omega}_{KL} \hat{\omega}_{NL} + \hat{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{NL}), \quad /137/$$

d'où on peut obtenir le potentiel élastoviscoplastique $\bar{\omega}_{KL}$

$$\bar{\Pi}_{\bar{\omega}(KL)} \equiv \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \frac{\bar{E}_{KL}}{\bar{\Phi}_1} d\bar{\omega}_{KL} = \bar{c}_0 \bar{\omega}_{KL} \delta_{KL} + \frac{1}{2} \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{KL} + \bar{c}_2 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{NL} d\bar{\omega}_{KL} +$$

$$+ \bar{c}_3 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{E}_{KL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{c}_4 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{E}_{KL} \bar{E}_{NL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{c}_5 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} (\bar{\omega}_{KL} \bar{E}_{NL} + \bar{E}_{KL} \bar{\omega}_{NL}) d\bar{\omega}_{KL} +$$

$$+ \bar{c}_6 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \hat{\omega}_{KL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{c}_7 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \hat{\omega}_{KL} \hat{\omega}_{NL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{c}_8 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} (\bar{\omega}_{KL} \hat{\omega}_{NL} + \hat{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{NL}) d\bar{\omega}_{KL}$$

/138/

et par suite la condition de viscoplasticité

$$\bar{F}_0 \bar{\omega}_{KL} \delta_{KL} + \bar{F}_1 \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{KL} + \bar{F}_2 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{NL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{F}_3 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{E}_{KL} d\bar{\omega}_{KL} +$$

$$+ \bar{F}_4 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \bar{E}_{KL} \bar{E}_{NL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{F}_5 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} (\bar{\omega}_{KL} \bar{E}_{NL} + \bar{E}_{KL} \bar{\omega}_{NL}) d\bar{\omega}_{KL} +$$

$$+ \bar{F}_6 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \hat{\omega}_{KL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{F}_7 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} \hat{\omega}_{KL} \hat{\omega}_{NL} d\bar{\omega}_{KL} + \bar{F}_8 \int_0^{\bar{\omega}_{KL}} (\bar{\omega}_{KL} \hat{\omega}_{NL} + \hat{\omega}_{KL} \bar{\omega}_{NL}) d\bar{\omega}_{KL}$$

/139/

où $\hat{\omega}_{KL}$ est la dérivée matérielle du tenseur matériel transformé de Piola-Kirchhoff par rapport au temps fictif, définie par

$$\hat{\omega}_{KL} \equiv \frac{D\bar{\omega}_{KL}}{Dt} = \frac{\partial \bar{\omega}_{KL}}{\partial t} + \bar{W}_{KM} \bar{\omega}_{ML} + \bar{W}_{LM} \bar{\omega}_{KM}. \quad /140/$$

5.3. Caractères de l'écoulement positif et négatif

Par analogie avec les cisaillement positif et négatif, l'auteur a introduit la notion de l'écoulement positif et négatif des fluides. A l'écoulement positif, les fluides avec structure font une plus grande résistance au mouvement qu'à l'écoulement négatif. La viscosité positive est alors plus grande que la viscosité négative. Ces phénomènes sont en quelque sens en relations avec la viscosité structurale et avec l'orientation des particules dispersées.

La résistance différente à l'écoulement par le tuyau est causée par la rudesse orientée de la surface intérieure.

La rudesse orientée donne naissance aux tourbillons du sens privilégié au-dessus des orifices des bassins et des réservoirs. Sans certaines différences entre le cisaillement positif et négatif, le fluide s'écoulerait par l'orifice d'une manière symétrique ce qui a lieu aussi aux petites vitesses d'écoulement ou dans les fluides très visqueux. La naissance des tourbillons peut être considérée aussi comme une marque d'instabilité.

L'auteur a confirmé l'existence de la viscosité positive et

négative par les essais des suspensions d'argile ainsi que de celles d'argile et de ciment dans l'eau. Ces suspensions étaient malaxées dans un malaxeur à rotation et puis essayées dans le viscosimètre rotatoire. Si le sens de rotation du viscosimètre est opposé à celui de malaxeur, la suspension a manifesté les valeurs de viscosité plus élevées qu'au cas du sens de rotation coïncidant. Les résultats illustratifs sont présentés dans le tableau 1.

Tab. 1. Viscosités positives et négatives des suspensions d'argile

Argile eau	1,50				1,75			
	Contrainte du cisaillement		Viscosité		Contrainté du cisaillement		Viscosité	
	Pa		Pa.s		Pa		Pa.s	
	Positi- ve	Négati- ve	Positi- ve	Négati- ve	Positi- ve	Négati- ve	Positive	Négative
1	-	-	-	-	166	104	502,4	316,3
2	98	-	189,0	-	169	117	284,3	196,4
3	117	86	129,6	95,5	175	126	176,8	127,1
4	141	98	87,2	60,7	209	141	117,2	79,3
5	190	117	70,5	43,2	239	160	80,6	53,7
6	221	154	45,5	31,6	295	190	55,1	35,6
7	233	166	28,8	20,5	375	221	42,0	24,8
8	245	175	16,8	12,0	461	252	28,7	15,7
9	258	178	10,6	7,3	479	270	17,9	10,1
10	276	184	6,3	4,2	534	282	11,1	5,9
11	289	190	4,0	2,6	571	301	7,1	3,8
12	307	209	2,3	1,6	596	332	4,1	2,3

Les différences entre les viscosités positives et négatives ont été produites par la structure orientée qui avait été formée au cours du malaxage. Elle s'accroît avec la densité des suspensions.

BIBLIOGRAPHIE

- / 1 / J.-P. BOEHLER, Contributions théoriques et expérimentales à l'étude des milieux plastiques continus. Thèse de Doctorat ès Sciences. L'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, Grenoble 1975.
- / 2 / J.-P. BOEHLER et A. SAWCZUK, Equilibre limite des sols anisotropes, Journal de Mécanique, Vol. 9, No. 1, Mars 1970.
- / 3 / P. GERMAN, Cours de Mécanique des Milieux Continus, Mason, Paris 1973.
- / 4 / J. KRAVTCHEKO, Cours Mathématiques appliquées à la mécanique des sols, Grenoble 1974
- / 5 / J. LANIER, Etude d'une loi de comportement pour les matériaux pulvérulents, Problèmes non-linéaires de mécanique, Symposium Franco-Polonais, Cracovie 1977, PWN-Editions Scientifiques de Pologne, Varsovie 1980, p. 349-357

- / 6 / J. MANDEL, Problèmes de déformation plane et de contrainte plane pour les corps parfaitement plastiques. Séminaire de plasticité. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, No. N.T. 116, Ecole Polytechnique 1961, p. 67-103.
- / 7 / J. MANDEL, Cours de mécanique des milieux continus, Gauthier-Villars, Paris 1966.
- / 8 / J. MANDEL, Introduction à la mécanique des milieux continus déformables, PWN-Editions Scientifiques de Pologne, Varsovie 1974.
- / 9 / W. OLSZAK, Z. MRÓZ and P. PERZYNA, Recent Developments in the Theory of Plasticity, Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1963
- / 10 / M. PIAU, Comportement asymptotiques des matériaux isotropes élastiques, viscoplastiques en chargement complexe, Problèmes non-linéaires de mécanique, Symposium Franco-Polonais, Cracovie 1977, PWN-Editions Scientifiques de Pologne, Varsovie 1980.
- / 11 / Z. SOBOTKA, Some Problems of Non-Linear Rheology, Second-Order Effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics, ed. by M. Reiner and D. Abir, Jerusalem Academic Press, Jerusalem, Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris 1964, p. 362-380.
- / 12 / Z. SOBOTKA, Slip Lines and Slip Surfaces in the Theory of Plasticity and Soil Mechanics, Applied Mechanics Surveys, Spartan Books, Washington 1966, p. 557-572.
- / 13 / Z. SOBOTKA, Théorie des plastischen Fließens von anisotropen Körpern, ZAMM 49, Heft 1/49, p. 25-32.
- / 14 / Z. SOBOTKA, Plastic Flow of Anisotropic Materials with Positive and Negative Shear. 12th Yugoslav Congress of Rational and Applied Mechanics, Section C 1, Beograd 1974, p. 1-10.
- / 15 / Z. SOBOTKA, Positive and Negative Shear in Anisotropic Soils, Istanbul Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Istanbul 1975, p. 67-74.
- / 16 / Z. SOBOTKA, Positive and Negative Shear in Geotechnical Engineering, Design Parameters in Geotechnical Engineering, British Geotechnical Society, London 1977, p. 269-272.
- / 17 / Z. SOBOTKA, Non-Linear Functional Relations and Superposition Principles in Viscoelasticity, Journal of the Franklin Institute, Vol. 308, No. 4, Philadelphia 1979, p. 423-446.
- / 18 / Y. YOSHIMURA and Y. TAKENAKA, Strain History Effects in Plastic Deformation, Second-Order Effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics, ed. by M. Reiner and D. Abir, Jerusalem Academic Press, Jerusalem, Pergamon Press, Oxford-London-New York-London-New York-Paris, 1964, p. 729-750
- / 19 / J.-D. WEBER, Remarques sur les équations de l'élastoplasticité de Prandtl-Reuss, Cahiers du Groupe Français de Rhéologie, Tome V, numéro 1, 1978, p. 5-12.

SESSION 1

matériaux minéraux

EFFET DE MEMOIRE DANS LE COMPORTEMENT A CHAUD DE L'ALUMINIUM DEFORME PAR TORSION A VITESSE VARIABLE

F. MONTHEILLET, C. PERDRIX et G. REGAZZONI

Centre de Mise en forme des matériaux de l'Ecole des Mines de Paris, France

RESUME

Des essais de torsion ont été effectués à chaud et à vitesse de rotation variable sur des échantillons d'aluminium commercial. Il apparaît que la contrainte d'écoulement ne dépend pas seulement de la vitesse de déformation actuelle, mais aussi de l'histoire antérieure de celle-ci. Cet effet de mémoire n'est pas pris en compte par les lois de comportement habituellement utilisées en mise en forme. Une loi semi-empirique, dépendant d'un paramètre unique, donne après ajustement une bonne description des résultats expérimentaux.

ABSTRACT

High temperature torsion tests were performed at variable rotation velocity on commercial purity aluminium specimens. The measured flow stress depends not only on the present strain-rate, but also on its previous history. This memory effect is not taken into account by the classical flow rules used in metal forming. A semi-empirical law depending on only one parameter is proposed. A good agreement with the experimental results is obtained after adjustment of the parameter.

1. INTRODUCTION

Les lois de comportement macroscopiques qui lient la contrainte appliquée σ à la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ et à la température T dépendent de la structure du matériau considéré. Il convient donc d'écrire celles-ci sous la forme $\sigma = \sigma(\dot{\epsilon}, T, s)$

où s désigne un paramètre caractérisant la structure. L'influence de la structure sur la contrainte appliquée est évident dans le cas d'un essai effectué à la température ambiante où la contrainte augmente avec la déformation, ce qui correspond à une modification de la structure par écrouissage.

Au laboratoire, les lois de comportement sont déterminées à partir d'essais classiques (fluage, traction, compression, torsion), dans lesquels la vitesse de déformation reste constante. Dans le cas de la déformation à chaud ($T > 0,5 T_F$), ces essais conduisent à des régimes stationnaires, où pour une température T et une vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ constantes, la contrainte ne varie plus lorsque la quantité de déformation augmente : la structure est alors stationnaire. On l'appelle structure d'équilibre à la température T et à la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$: $s = s(\dot{\epsilon}, T)$. Le paramètre structural peut alors être éliminé des équations et il ne reste que les deux variables $\dot{\epsilon}$ et T . Des relations semi-empiriques bien connues donnent les valeurs $\sigma = \sigma(\dot{\epsilon}, T)$ pour $\dot{\epsilon}$ et T constantes.

En pratique, dans les procédés de mise en forme, la vitesse de déformation n'est pas constante : chaque élément de matière subit une histoire de vitesse de déformation, comme dans le cas du laminage [1] (figure 1) ou du filage [2]. Au cours de cette histoire de vitesse de déformation, la structure évolue et tend évidemment vers la structure d'équilibre correspondant à la vitesse de déformation imposée. Mais cette évolution n'est pas instantanée comme on peut le vérifier lors d'un essai de relaxation ou lors d'un saut de vitesse. En effet, la structure est caractérisée par des grandeurs (taille de grains, de sous-grains, de cellules, densité de dislocations) dont les variations ne sont pas instantanées lorsque la sollicitation change. Par conséquent si les variations de la vitesse de déformation sont trop rapides, on pourra observer une "hystérésis" de la structure et par suite une "hystérésis" de la contrainte appliquée : lorsque la vitesse sera égale à $\dot{\epsilon}$, la contrainte ne sera pas égale à la contrainte stationnaire obtenue pour cette même vitesse puisque la structure ne sera pas la structure d'équilibre.

Ce travail a pour objet l'étude expérimentale d'un tel phénomène à partir d'essais de torsion à vitesse variable et la recherche d'une loi de comportement à mémoire semi-empirique permettant de décrire les variations observées.

2. ETUDE EXPERIMENTALE

2.1. Technique expérimentale

Afin de mettre en évidence une hystérésis de la contrainte appliquée, nous avons effectué des *essais de torsion à vitesse variable*. Le choix de l'essai de torsion est motivé par deux raisons principales :

- d'une part, il permet d'imposer facilement à l'éprouvette une vitesse de déformation variable :
- d'autre part, d'importantes quantités de déformation peuvent être atteintes sans qu'aucune instabilité d'origine mécanique apparaisse.

La machine de torsion utilisée a été réalisée par INSTRUMENTS S.A. Elle permet d'effectuer des essais à chaud (jusqu'à 1250°C) et le couple disponible est de 50 Nm. La vitesse du moteur peut varier de façon continue de 0 à 1000 tr/mn. Elle est soit sélectionnée à l'aide d'un potentiomètre (essais à vitesse constante), soit programmée à l'aide d'un programmeur à suivi de courbe. L'accélération maximale (réponse en vitesse moteur embrayé) est de 33,5 tr/s², ce qui correspond à une montée en vitesse de 0 à 400 t/mn en 0,20 s. Le capteur enregistre fidèlement le couple tant que sa variation n'excède pas 1,25 Nm par milliseconde.

Les éprouvettes de torsion ont une longueur utile de 35 mm et un diamètre de 6 mm. La déformation totale et la vitesse de déformation subies par un élé-

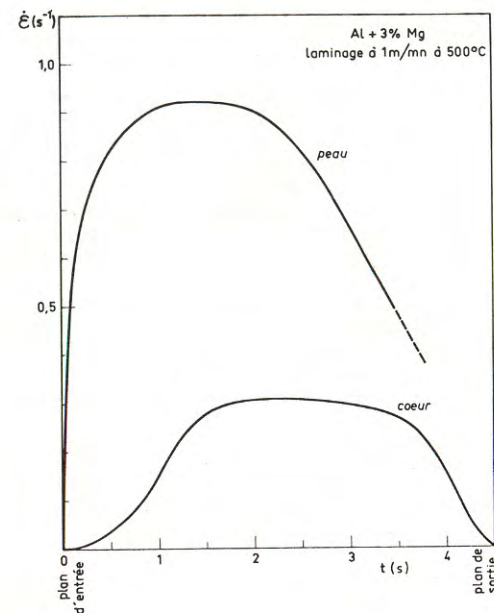


Figure 1 : Variations de la vitesse de déformation au cours d'une passe de laminage, pour deux éléments de matière situés en peau et à coeur du produit.

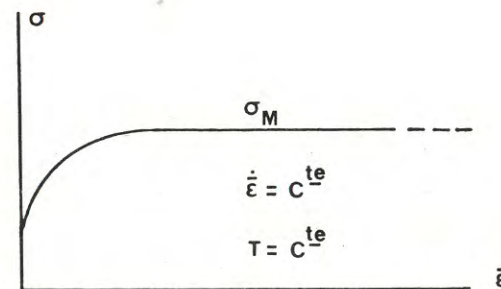


Figure 2 : Relation schématique entre la contrainte d'écoulement et la déformation dans le cas du processus de restauration dynamique.

ment de matière situé à la surface de l'éprouvette se déduisent du nombre de tours N et de la vitesse de rotation \dot{N} (tr/s) à l'aide des formules $\bar{\epsilon} = 0,31 N$ et $\dot{\bar{\epsilon}} = 0,31 \dot{N}$.

2.2. Le matériau étudié et les essais réalisés

Le matériau utilisé pour cette étude est un aluminium commercial A5(1100). C'est un matériau à forte énergie de défaut d'empilement qui donne lieu à un processus de restauration dynamique lorsqu'il est déformé à chaud ($T > 0,5 T_F$) (figure 2)[3]. La structure obtenue lorsque le palier stationnaire est atteint ne varie plus lorsque la déformation augmente. Il nous a donc paru intéressant de mettre en évidence l'hystérésis de la contrainte dans le cas de cette structure d'équilibre, particulièrement stable, de restauration dynamique.

Les éprouvettes de torsion sont usinées dans des barres filées à chaud de 16 mm de diamètre. Elles subissent ensuite un recuit de 6 heures à 550°C, qui conduit à une taille de grains moyenne de 80 μm .

Tous les essais ont été réalisés à la température de 400°C et conduits de la façon suivante :

- l'éprouvette est tout d'abord déformée à vitesse de rotation constante (≈ 6 tr/mn) pendant quatre tours, ce qui permet d'obtenir la structure d'équilibre.
- lorsque ces quatre tours sont effectués, le programme de variation de vitesse est déclenché.

Le programme de variation de vitesse est un créneau triangulaire de vitesse de rotation ou un saut de vitesse de rotation. Les caractéristiques des différents programmes utilisés au cours de cette étude sont rassemblées sur les figures 3 et 4 et le tableau I. Le saut de vitesse de rotation étudié est un saut de $\dot{N}_1 = 10$ t/mn à 100 t/mn.

2.3. Résultats

Des essais effectués à vitesse de déformation constante ont permis de montrer que la contrainte σ_M du régime stationnaire est reliée à la vitesse de déformation $\dot{\bar{\epsilon}}$ par une relation puissance du type [5] :

$$\sigma_M = A \dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (1)$$

où A et m sont des constantes à température constante. L'exposant de la vitesse de déformation m est appelé coefficient de sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation.

L'analyse des contraintes dans l'éprouvette montre que le couple de torsion Γ est proportionnel à la contrainte d'écoulement σ à la périphérie de l'éprouvette, en supposant que cette dernière ne dépend que de $\bar{\epsilon}$ et $\dot{\bar{\epsilon}}$ [4]. Cependant, la présente étude va précisément montrer que le couple Γ ne dépend pas seulement de $\bar{\epsilon}$ et $\dot{\bar{\epsilon}}$ mais également de l'histoire de la vitesse de déformation. Ainsi l'hypothèse de l'analyse classique n'est pas vérifiée. Toutefois nous admettons qu'en première approximation la relation :

$$\sigma = \alpha \Gamma \quad (2)$$

où α est une constante, est toujours valable.

Sur les figures 5a-d nous avons reproduit pour les créneaux A, B, C et D l'évolution en fonction du temps du couple mesuré en régime variable $\Gamma_V(t)$ et du couple $\Gamma_M(t)$ que l'on observerait si la relation (1) était vérifiée à chaque instant de l'histoire de vitesse imposée à l'éprouvette. Dans le cas des créneaux de vitesse A et B, on observe une très nette dissymétrie de la courbe $\Gamma_V(t)$ qui atteint son maximum alors que la vitesse de déformation a déjà commen-

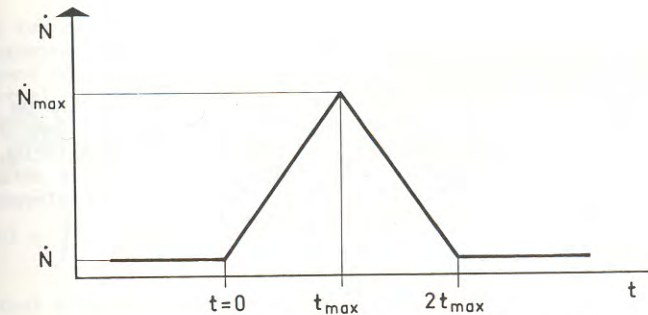


Figure 3 : Représentation schématique des histoires de vitesse de rotation en créneau utilisées

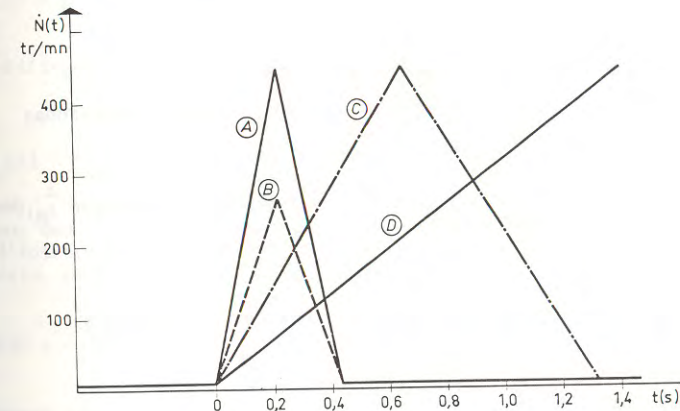


Figure 4 : Caractéristiques des créneaux de vitesse utilisés

Créneau	\dot{N}_0 (tr/mn)	\dot{N}_{max} (tr/mn)	t_{max} (s)
A	6	450	0,22
B	6	320	0,20
C	6	450	0,75
D	6	450	1,45
E	10	100	0,04

TABLEAU I

cé à décroître.

3. MODELISATION DU COMPORTEMENT A MEMOIRE

3.1. Recherche d'une loi de comportement à mémoire semi-empirique

A température constante, la contrainte appliquée est une fonction de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ et de la structure actuelle s . Il convient donc d'écrire $\sigma = \sigma(\dot{\epsilon}, s)$. Comme l'a suggéré KOCKS [6], la structure s d'un matériau peut être caractérisée par la contrainte qu'il faut appliquer pour le déformer à une vitesse de déformation de référence $\dot{\epsilon}_R$ et une température de référence T_R . Nous noterons τ cette contrainte et nous écrivons :

$$\sigma = \sigma(\dot{\epsilon}, \tau) \quad (3)$$

Nous disposons de renseignements sur la forme de cette relation. Des sauts de vitesse d'amplitudes décroissantes ont permis de montrer [7] que le coefficient de sensibilité à la vitesse à structure constante m_s est approximativement constant :

$$\frac{\partial \text{Log } \sigma}{\partial \text{Log } \dot{\epsilon}} = m_s \quad (4)$$

On peut donc écrire $\sigma(\tau, \dot{\epsilon})$ sous la forme d'un produit de deux fonctions :

$$\sigma = \sigma(\tau) \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_R}\right)^{m_s} \quad (5)$$

En particulier, cette relation appliquée à la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}_R$, donne par définition de la contrainte τ :

$$\tau = \sigma(\tau) \left(\frac{\dot{\epsilon}_R}{\dot{\epsilon}_R}\right)^{m_s} \quad (T=T_R) \quad (6)$$

En éliminant $\sigma(\tau)$ entre les relations (5) et (6), on obtient :

$$\sigma = \tau \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_R}\right)^{m_s} \quad (7)$$

Cette expression décrit le comportement du métal pour des conditions de déformation quelconques.

La relation (1) peut se mettre sous la forme :

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_R}\right)^m \quad (8)$$

Lors d'un essai à vitesse de déformation constante, les relations (7) et (8) sont identiques. L'élimination de $\sigma = \sigma_M$ entre ces deux relations fournit la relation qui lie la contrainte τ à la vitesse de déformation imposée :

$$\tau = \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_R}\right)^{m-m_s} \quad (9)$$

Cette relation montre que la constante σ_0 représente la contrainte τ pour la structure correspondant à la vitesse de référence $\dot{\epsilon}_R$.

En régime non stationnaire, la structure n'est pas la structure d'équilibre correspondant aux conditions de déformation actuelles, mais une structure qui dépend des sollicitations passées. Pour exprimer la valeur de la contrainte τ actuelle, on peut choisir la valeur de τ correspondant à l'équilibre pour les conditions antérieures, pondérée par une fonction g , donnant au passé proche un poids plus important qu'au passé lointain. Nous écrivons $\tau(t)$, où t représente l'instant actuel, sous la forme générale :

$$\tau(t) = \int_{-\infty}^t \tau(u) g(t, u) du \quad (10)$$

où $g(t, u)$ est appelée fonction mémoire.

Soit, en remplaçant $\tau(u)$ par sa valeur :

$$\tau(t) = \int_{-\infty}^t \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}(u)}{\dot{\epsilon}_R}\right)^{m-m_s} g(t, u) du \quad (11)$$

et en utilisant (7) on obtient l'expression générale de $\sigma_v(t)$ en régime variable :

$$\sigma_v(t) = \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}(t)}{\dot{\epsilon}_R}\right)^{m_s} \int_{-\infty}^t \left(\frac{\dot{\epsilon}(u)}{\dot{\epsilon}_R}\right)^{m-m_s} g(t, u) du \quad (12)$$

Pour des raisons de commodité d'exploitation des résultats, il est préférable d'introduire une nouvelle fonction $H(t)$ que nous appellerons fonction hystérésis, définie par :

$$H(t) = \frac{\sigma_v(t)}{\sigma_c(t)} \quad (13)$$

Compte tenu des relations (12) et (8), $H(t)$ s'exprime sous la forme :

$$H(t) = \int_{-\infty}^t \left(\frac{\dot{\epsilon}(u)}{\dot{\epsilon}(t)}\right)^{m-m_s} g(t, u) du \quad (14)$$

Pour un essai à vitesse de déformation constante :

$$\forall u < t \quad \frac{\dot{\epsilon}(u)}{\dot{\epsilon}(t)} = \frac{\dot{\epsilon}(t)}{\dot{\epsilon}(t)} = \text{cte}, H(t) = 1$$

La fonction mémoire doit donc vérifier la condition :

$$\forall t \int_{-\infty}^t g(t, u) du = 1 \quad (15)$$

Il est clair qu'il existe une infinité de fonctions $g(t, u)$ réalisant cette relation. Mais cette fonction doit tenir compte du fait que le passé a d'autant plus d'importance qu'il est plus proche. Nous avons choisi d'écrire la fonction mémoire sous la forme :

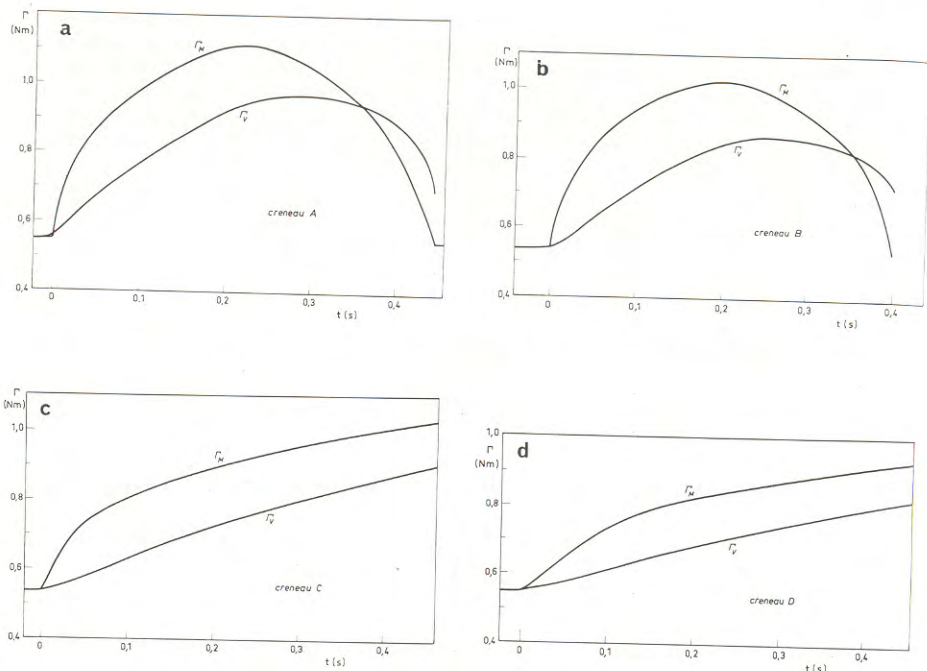


Figure 5 : Evolutions comparées des couples Γ_V enregistrés au cours des essais à vitesse de déformation variable et des couples Γ_M calculés à partir d'essais à vitesse de déformation constante.

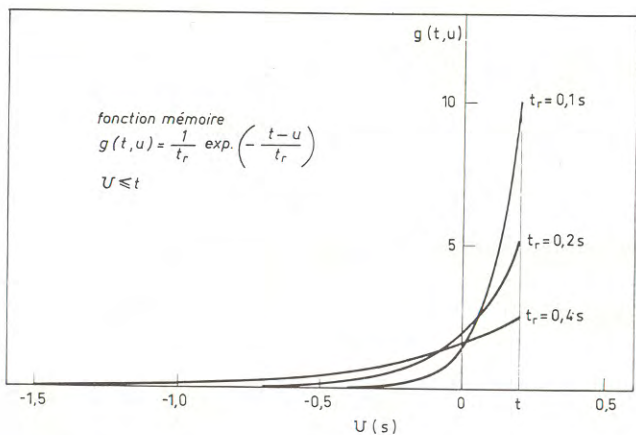


Figure 6 : Variations de la fonction mémoire à l'instant $t = 0,2$ s pour différentes valeurs du temps de réponse t_r .

$$g(t, u) = \frac{1}{t_r} \exp\left(-\frac{t-u}{t_r}\right) \quad u \leq t \quad (16)$$

où t_r désigne un temps de réponse. On vérifie facilement que cette expression satisfait à l'équation (15).

La figure 6 décrit l'allure de la fonction mémoire $g(t, u)$ pour $t = 0,2$ s et pour différentes valeurs du temps de réponse t_r . On remarque que le passé est d'autant plus sensible que le temps t_r est plus grand ; et que le "souvenir du passé" s'étend sur une période de l'ordre de 4 à 5 fois le temps t_r .

En résumé, nous proposons de décrire le comportement dynamique de l'aluminium à l'aide d'une loi semi-empirique de la forme :

$$\sigma_V(t) = \sigma_M \int_{-\infty}^t \left(\frac{\dot{\epsilon}(u)}{\dot{\epsilon}(t)}\right)^{m-m_s} \frac{1}{t_r} \exp\left(-\frac{t-u}{t_r}\right) du \quad (17)$$

Dans cette expression, la valeur du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation m est obtenue à partir des essais à vitesse de déformation constante [5]. Pour l'A5 à 400°C, m est égal à 0,16. La valeur de m_s est déduite d'essais de saut de vitesse de déformation [5,7] ; à 400°C et pour l'A5, m_s est égal à 0,055. Le temps de réponse t_r est un paramètre de la fonction mémoire qui permettra d'ajuster les courbes calculées aux courbes expérimentales et qui donnera une indication sur la vitesse d'évolution de la structure en fonction des conditions de déformation.

3.2. Comparaison des courbes théoriques et expérimentales

Comme nous l'avons écrit en 2.3., nous admettons qu'il y a proportionnalité entre σ et Γ . La fonction $H(t)$ expérimentale est donc calculée à l'aide du rapport des couples $\Gamma_V(t)$ et $\Gamma_M(t)$.

$$H(t) = \frac{\Gamma_V(t)}{\Gamma_M(t)}$$

L'expression de $H(t)$ théorique est déduite de la relation (7).

a) Cas des créneaux de vitesse de déformation

La comparaison des courbes $H(t)$ expérimentales et théoriques est présentée sur les figures 7a-d. Il a été possible de trouver pour chaque créneau un temps de réponse t_r donnant un accord satisfaisant entre les courbes. Dans le cas des créneaux A et B, la fonction mémoire rend bien compte de la dissymétrie de la courbe $H(t)$ due à l'effet mémoire. On constate également que le temps de réponse t_r augmente quand l'accélération diminue.

b) Cas du saut de vitesse

Le saut s'effectue en une durée de 40 ms qui correspond à l'accélération maximale de la machine lorsque le moteur change de vitesse. La comparaison des courbes $H(t)$ théorique et expérimentale et des courbes $\Gamma_M(t)$ et $\Gamma_V(t)$ est effectuée sur les figures 8 a et b où Γ_M est calculé en supposant que la vitesse varie linéairement pendant le saut. On peut constater le très bon ajustement

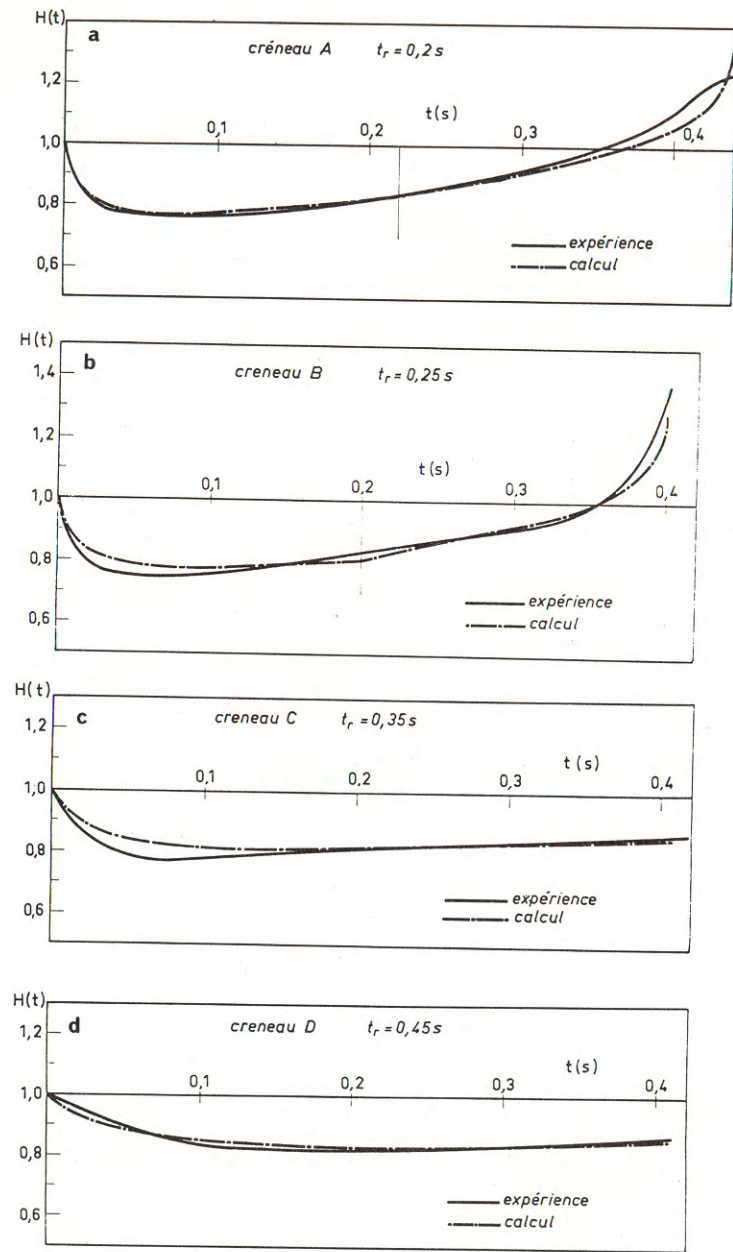


Figure 7 : Comparaison des fonctions hystérésis expérimentales et calculées, correspondant aux créneaux de vitesse A,B,C et D.

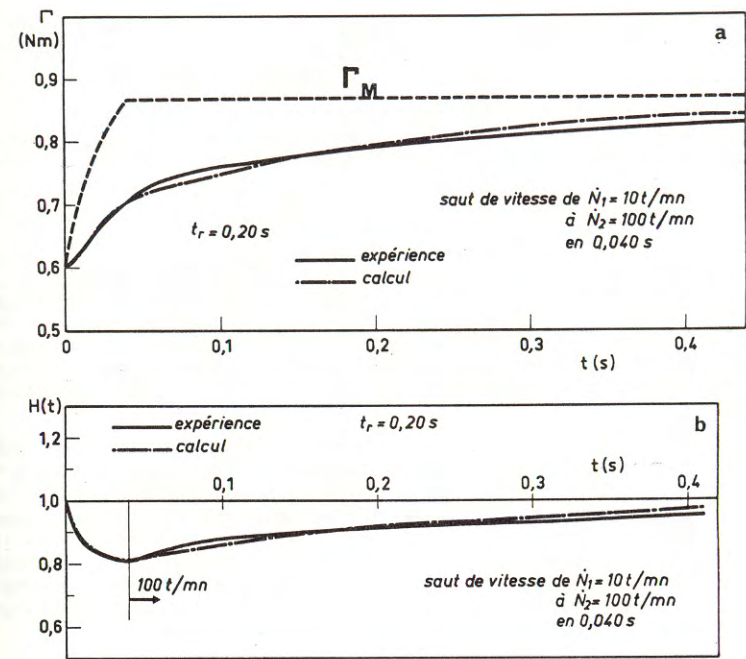


Figure 8 : a) Comparaison, dans le cas du saut de vitesse, du couple déterminé expérimentalement, du couple calculé à partir d'essais à vitesse de déformation constante (Γ_M) et du couple calculé donné par la loi de comportement à mémoire.
b) Comparaison des fonctions hystérésis expérimentale et calculée dans le cas du saut de vitesse.

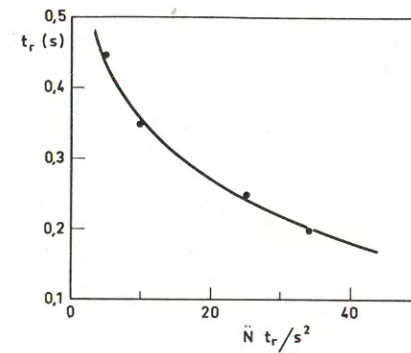


Figure 9 : Variations du temps de réponse ajusté aux résultats expérimentaux, en fonction de l'accélération \dot{N} .

de la courbe calculée, notamment pendant le transitoire de mise en vitesse. Il est intéressant de noter que cet ajustement a été obtenu pour un temps de réponse $t_r = 0,2$ s identique à celui obtenu pour le créneau A.

L'ensemble de ces résultats montre que la relation (7) est bien adaptée à la description du comportement de l'aluminium pendant une histoire de déformation à chaud quelconque. L'effet mémoire est pris en compte par la fonction:

$$g(t,u) = \frac{1}{t_r} \exp\left(-\frac{t-u}{t_r}\right)$$

Le temps de réponse t_r augmente lorsque l'accélération diminue (figure 9). La valeur identique de t_r obtenue pour le saut de vitesse et pour le créneau A est due au fait que l'accélération maximale que peut imposer la machine est atteinte dans les deux cas. Cette variation de t_r indique qu'une structure donnée évolue d'autant plus rapidement que l'accélération est plus importante.

4. CONCLUSION

Les essais de torsion à vitesse variable ont montré l'existence d'une hystérésis importante de la contrainte appliquée. Ce phénomène est dû à "l'inertie" de la structure qui ne peut pas évoluer instantanément vers la structure d'équilibre correspondant aux sollicitations actuelles. Un tel comportement peut être très correctement décrit en supposant que la contrainte $\tau(t)$ caractérisant la structure actuelle est égale à la contrainte correspondant à la structure en équilibre avec les sollicitations antérieures pondérée par une fonction mémoire accordant un poids plus important au passé proche qu'au passé lointain : la contrainte $\sigma(t)$ appliquée s'écrit alors :

$$\sigma_V(t) = \sigma_M(t) \int_{-\infty}^t \left(\frac{\dot{\epsilon}(u)}{\dot{\epsilon}(t)} \right)^{m-m_s} \frac{1}{t_r} \exp\left(-\frac{t-u}{t_r}\right) du$$

Le temps de réponse t_r est un paramètre de la fonction mémoire caractérisant l'aptitude du matériau à s'adapter à la sollicitation imposée.

Cet effet mémoire est relativement important parce que la structure de départ sollicitée est une structure très stable. D'autres essais effectués au préalable par WURST-VERGARA [8] sur une structure recuite avaient montré un effet de mémoire beaucoup plus faible.

Dans la pratique industrielle, la structure du matériau au début d'une opération de mise en forme ne sera pas une structure d'équilibre stable. Les effets de mémoire devraient être plus faibles que ceux observés dans cette étude.

5. BIBLIOGRAPHIE

- [1] L. FELGERES, F.R. BOUTIN, C. MASIA et L. BRUGERE
Etude par viscoplasticité des écoulements en laminage de tôles
Rapport de contrat DGRST n° 77.7.0708 (mars 1979)
- [2] D. FENOT
Analyse mécanique et simulation thermomécanique du filage à chaud
Thèse de Docteur Ingénieur, Université de Paris VI (1979)
- [3] C. PERDRIX, M.Y. PERRIN, et F. MONTHEILLET
Mém. Et. Sci. Rev. Métall., 78, 309 (1981)

[4] P. BAQUE, E. FELDER, J. HYAFIL, et Y. D'ESCATHA
Mise en forme des métaux. Calculs par la plasticité.
Dunod, Paris (1973)

[5] C. PERDRIX
Etude du comportement mécanique et de l'évolution structurale de l'aluminium au cours d'une déformation à chaud.
Thèse de Docteur Ingénieur, Ecole des Mines de Paris (à paraître)

[6] U.F. KOCKS, A.S. ARGON et M.F. ASHBY
Thermodynamics and Kinetics of Slip.
Pergamon Press, Oxford (1975)

[7] C. PERDRIX, et F. MONTHEILLET
in Strength of Metals and Alloys, Proceedings ICSMA 5,
ed. by P. HAASEN et al., p. 571, Pergamon Press (1979)

[8] A. WURST-VERGARA
Laminage à chaud de l'acier : effets rhéologiques des hétérogénéités de température et de l'histoire des déformations.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole des Mines de Paris (1977).

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient Monsieur S. RENARD, qui s'est chargé de la réalisation des essais de torsion.

CALCUL DES EFFORTS ET DES COUPLES POUR LE LAMINAGE DES PRODUITS LONGS

A. FAESSEL, B. MIGAUD et M. de VATHAIRE
Laboratoire de recherche SACILOR-SOLLAC, Florange, France

RESUME

La modélisation mécanique du laminage à chaud est un élément indispensable pour le contrôle du procédé. Afin de tenir compte du comportement mécanique du métal laminé, des essais de torsion sont réalisés, reproduisant le cycle thermomécanique suivi par le produit et fournissant la contrainte d'écoulement pour chaque passe.

Dans le cas des produits longs, le calcul des efforts et des couples s'appuie sur une méthode de rectangles équivalents prenant en compte la rhéologie du matériau. Les résultats sont appliqués à quelques cas industriels.

ABSTRACT

In order to have a good control of the hot rolling process, it is important to build a theoretical model which describes at the same time the mechanical behavior of the product as well as that of the rolling mill.

Hot torsion tests have been made, reproducing the whole thermomechanical story followed by the product in the mill and giving its yield stress for each pass.

When rolling shapes and bars, calculations of load and torque are made with a mathematical model using the "equivalent rectangles" method and taking into account the mechanical behavior of the rolled product.

Results are given for several industrial cases.

1 - INTRODUCTION

Quel que soit le type de produits à laminier, il existe des modèles capables de prévoir les couples et les efforts de laminage : modèles mécaniques s'appuyant sur la méthode de borne supérieure [4, 5, 6], ou modèles s'appuyant sur la méthode des éléments finis [7]. Ces modèles

passent par le calcul des écoulements (élargissement, carte des déformations ...).

Dans le cas des produits plats, ils se réduisent à des modèles mécaniques simples qui fournissent avec une bonne précision les grandeurs technologiques (efforts, couples et puissances). Dans le cas des produits longs où l'écoulement est tridimensionnel, les modèles sont parfois difficiles à mettre en oeuvre. Aussi est-il intéressant pour l'industriel de disposer pour ces produits d'une méthode plus simple moyennant quelques hypothèses simplificatrices cohérentes. Tel est le but de la méthode des rectangles équivalents que nous exposons dans ce texte.

2 - PRINCIPE DE LA METHODE

Possédant pour le laminage de produits rectangulaires des modèles mécaniques capables de fournir avec une précision acceptable les couples et les efforts, on cherche à étendre le domaine d'application de ces modèles au laminage de produits de forme simple (ovale, rond, losange ...) ou de forme plus complexe (poutrelle, rail ...). Pour cela, sans toucher aux modèles eux-mêmes, on ramène les formes d'entrée et de sortie du produit à des rectangles dont les sections sont en liaison avec les sections d'entrée et de sortie. Au-delà de la simple définition de rectangles équivalents, on définit la géométrie équivalente et les caractéristiques de l'écoulement équivalent qui en découlent.

Les modèles mécaniques en déformation plane, pour un corps rigide parfaitement plastique obéissant au critère de VON MISES, s'appliquent ensuite sans difficulté. Les modèles font intervenir directement la limite d'écoulement moyenne $\bar{\sigma}_0$ au travers des expressions :

$$F = F' \bar{\sigma}_0 \text{ pour l'effort de laminage (voir [8])}$$

$$C = C' \bar{\sigma}_0 \text{ pour le couple de laminage (voir [2])}$$

Les modèles fournissent l'effort et le couple réduit F' et C' . La limite d'écoulement $\bar{\sigma}_0$ doit être déterminée par simulation par torsion du cycle thermomécanique équivalent à l'installation étudiée.

3 - GEOMETRIE EQUIVALENTE

Pour alléger l'exposé, nous nous limiterons à une forme simple que l'on rencontre dans la fabrication des billettes, de fils ou de fers marchands (figure 1) sachant que, pour chaque passe de laminage, nous aurons à définir successivement les rectangles équivalents aux formes d'entrée et de sortie, la surface de contact et l'éclatement de l'emprise.

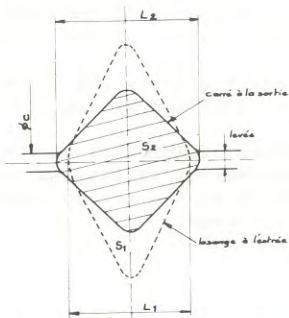


Figure 1 - Séquence losange-carré pour le laminage de billettes

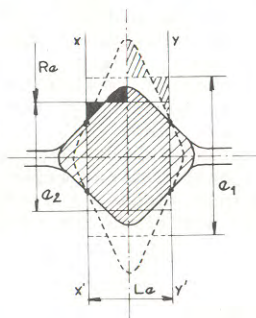


Figure 2 - Définition des dimensions équivalentes

3.1 - Définition des rectangles équivalents

Pour une séquence du type de celle définie à la figure 1, LANDL [1], le premier, a défini une largeur équivalente L_e qui se conserve entre l'entrée et la sortie ; il la prend égale à la distance séparant les axes xx' et yy' passant par les points d'intersection du produit d'entrée et de la cannelure (figure 2).

Pour le calcul des épaisseurs équivalentes, on ne prend en compte que les sections S'_1 et S'_2 comprises entre les axes xx' et yy' ; d'où :

$$e_1 = \frac{S'_1}{L_e} \quad ; \quad e_2 = \frac{S'_2}{L_e} \quad (2) \quad (\text{figure 2})$$

L'élimination de la matière située en dehors des axes xx' et yy' revient à dire qu'elle ne participe pas réellement à la déformation de l'ensemble, à la manière d'une zone morte dans un écoulement plastique. Il s'agit d'une approximation légitime dans le cas d'une séquence carré-losange-carré pour laquelle l'élargissement est faible ($\frac{S'_2}{S_2} \sim 0.95$).

Il est cependant nécessaire d'y apporter une correction pour des séquences où l'élargissement est important (carré-ovale, rond-ovale) ; on applique pour cela à la séquence équivalente déjà définie une loi d'élargissement qui conduit à une largeur de sortie L'_2 et à une nouvelle section de sortie équivalente S''_2 ($S''_2 = e_2 \times L'_2$) voisine de la section réelle de sortie ($0.95 < \frac{S''_2}{S_2} < 1.05$). On arrive ainsi à conserver la

réduction réelle de section pour la séquence considérée.

Pour établir une bonne cohérence dans la géométrie équivalente, on définit le rayon du cylindre équivalent R_e par la relation

$$R_e = \frac{\phi_c + levée - e_2}{2} \quad (3)$$

ϕ_c diamètre au cordon des cylindres

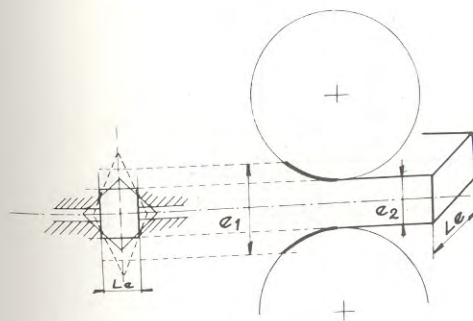


Figure 3
Schématisation de la cannelure box-pass équivalente

Lorsqu'aucune correction n'est apportée à la définition des rectangles équivalents (séquence à élargissement faible), le choix d'une largeur équivalente qui se conserve entre l'entrée et la sortie impose un mode de déformation plane que l'on obtiendra en laminant dans une cannelure box-pass équivalente (figure 3) de profondeur E définie par la relation (cannelure à flancs)

$$E = \frac{\phi_c}{2} - R_e \quad (4)$$

Il faudra donc tenir compte du frottement sur les flancs de cannelure lorsqu'on calculera les efforts et les couples.

Pour les séquences où l'élargissement est important on prendra simplement : $E = 0$: (cylindres à table lisse).

3.2 - Surface de contact produit-cylindre

La projection de la surface de contact équivalente entre le produit et les cylindres est donnée par la relation

$$S_c \approx L \sqrt{R_e (e_1 - e_2)} \quad (5)$$

où $L = L_e$ en l'absence d'élargissement

$$L = \frac{L_e + 2L_2}{3} \quad \text{quand on fait une correction d'élargissement}$$

La figure 4 permet de comparer cette surface de contact équivalente avec la surface réelle de contact S_r ; elle rend compte en même temps de l'intérêt de faire une correction d'élargissement pour la plupart des séquences envisagées à la fois pour mieux respecter la réduction de section et la surface de contact produit-cylindre.

Séquence	Sans Elargissement	Avec correction d'élargissement
carré-losange	+	*
losange-carré	x	λ
carré-ovale	○	●
ovale-carré	□	■
ovale-rond	△	▲
rond-ovale	▽	▼

TABEAU 1 : repères des séquences étudiées (figures 4, 5 et 6)

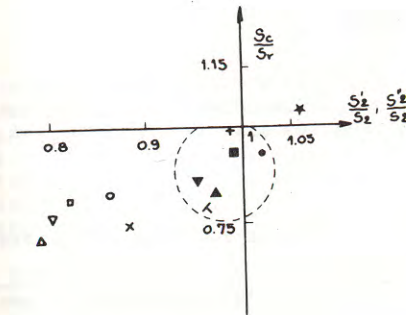


FIGURE 4 :

Influence de la correction d'élargissement sur la surface de contact produit-cylindre

3.3 - Elancement de l'emprise

Dans les modèles mécaniques de laminage en déformation plane, le paramètre géométrique fondamental découle de l'analogie bipoinçonnement plan-laminage et représente l'élancement de l'emprise $\frac{e_m}{l}$ (cf figure 13)

où $e_m = \frac{e_1 + e_2}{2}$ est l'épaisseur moyenne du produit dans l'emprise

et $l = \sqrt{R_e (e_1 - e_2)}$ est la longueur de l'arc de contact

La figure 5 permet de comparer l'élancement de la séquence équivalente $\left(\frac{e_m}{l}\right)_e$ à l'élancement de la séquence réelle en milieu de produit $\left(\frac{e_m}{l}\right)_r$ représentative de l'ensemble du produit.

Hormis la séquence carré-losange pour laquelle l'élargissement est très faible, la séquence équivalente respecte l'élancement de l'emprise.

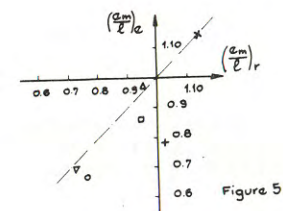


FIGURE 5 :

Elancements comparés de l'emprise réelle et de l'emprise équivalente.

Séquence	Sans élargissement	Avec correction d'élargissement
carré-losange	+	*
losange-carré	x	λ
carré-ovale	○	●
ovale-carré	□	■
ovale-rond	△	▲
rond-ovale	▽	▼

Légende

4 - CARACTERISTIQUES DE L'ÉCOULEMENT

4.1 - Déformation

La quantité de déformation $(\bar{\epsilon})_e$, liée à l'écoulement équivalent considéré comme homogène et pour lequel les directions principales des déformations sont confondues avec les axes de symétrie, est donnée par la relation

$$(\bar{\epsilon})_e^2 = \frac{2}{3} (\epsilon_e^2 + \epsilon_L^2 + \epsilon_1^2)$$

où $\epsilon_e = \text{Log} \frac{e_2}{e_1}$ est la déformation liée à la réduction d'épaisseur

$\epsilon_L = \text{Log} \frac{L_2}{L_1}$ est la déformation liée à l'élargissement du produit ($\epsilon_L = 0$ lorsqu'il n'y a pas correction d'élargissement)

La déformation dans la longueur ϵ_1 s'en déduit par la loi de conservation du volume

$$\epsilon_1 = -(\epsilon_e + \epsilon_L)$$

d'où
$$(\bar{\epsilon})_e = \frac{2}{\sqrt{3}} (\epsilon_e^2 + \epsilon_L^2 + \epsilon_e \epsilon_L)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

La figure 6 montre que, pour l'ensemble des séquences étudiées, la déformation équivalente $(\bar{\epsilon})_e$ est supérieure à la déformation liée à la réduction de section $\bar{\epsilon}_s$ ($\bar{\epsilon}_s = \text{Log} \frac{S_1}{S_2}$; méthode de l'énergie uniforme [11]); il existe un facteur compris entre 1,5 et 2 entre les deux déformations pour les séquences où l'élargissement est important.

La déformation $\bar{\epsilon}_s$ étant un minorant de la déformation réelle, le résultat de la figure 6 n'est pas surprenant.

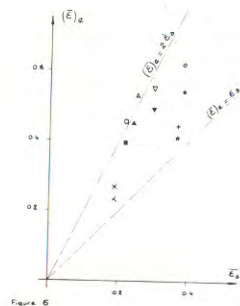


Figure 6

Comparaison de la déformation équivalente $(\bar{\epsilon})_e$ et de la déformation liée à la réduction de section $\bar{\epsilon}_s$

4.2 - Vitesse de déformation

Connaissant la vitesse de sortie V_2 du produit à la sortie de chaque séquence, on évalue la vitesse de déformation moyenne dans l'emprise par la relation suivante

$$\dot{\bar{\epsilon}}_m = \frac{(\bar{\epsilon})_e}{t} = \frac{(\bar{\epsilon})_e}{l} \times V_2 \quad (7)$$

(l étant la longueur de l'emprise)

En appliquant la méthode des rectangles équivalents à toutes les cages d'un train, on obtient les grandeurs liées à l'écoulement $(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}})$ pour l'ensemble du train. Ces grandeurs associées au profil thermique du train déterminé à l'aide d'un modèle [3] définissent le cycle thermomécanique complet (figure 8) qui est simulé par torsion à chaud pour déterminer la limite d'écoulement moyenne $\bar{\sigma}_0$.

5 - DETERMINATION DE LA LIMITE D'ÉCOULEMENT

La limite d'écoulement moyenne $\bar{\sigma}_0$ qui intervient dans les expressions de l'effort et du couple de laminage (1) résulte d'une intégration sous l'emprise de la limite d'écoulement que, par opposition, on qualifierait d'instantanée [10] (figure 7).

Cette dernière, σ_0 , est une fonction de la déformation $\bar{\epsilon}$, de la vitesse de déformation $\dot{\bar{\epsilon}}$ et de la température. Un modèle simple traduit l'influence de ces paramètres :

$$\sigma_0 = A (\bar{\epsilon})^n \dot{\bar{\epsilon}}^m \quad (8)$$

Dans cette expression, l'influence du métal apparaît dans le terme $A(T)$ et aussi dans les exposants n (coefficient d'écroutissage) et m (coefficient de sensibilité à la vitesse), l'exposant n étant tout particulièrement sensible à l'histoire thermomécanique.

C'est l'intérêt de la torsion à chaud de déterminer tous ces paramètres - $A(T)$, n , m - de la limite d'écoulement instantanée dans les conditions de la déformation du métal sur un train industriel. La torsion à chaud permet la simulation de tous les traitements thermomécaniques industriels.

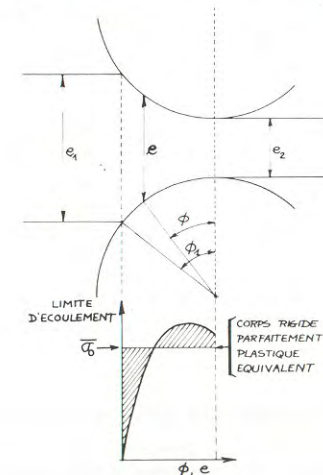


Figure 7

Contrainte d'écoulement moyenne $\bar{\sigma}_0$ sous l'emprise

Le train à billettes de SACILOR a ainsi été simulé pour quelques aciers dont les compositions chimiques sont données à la figure 12. Le cycle thermomécanique effectivement suivi par les éprouvettes de torsion est celui donné à la figure 8. Il correspond au laminage de billettes de section 105^2 à partir d'un bloom de section 330^2 et à l'aide d'une séquence de calibrage du type losange-carré.

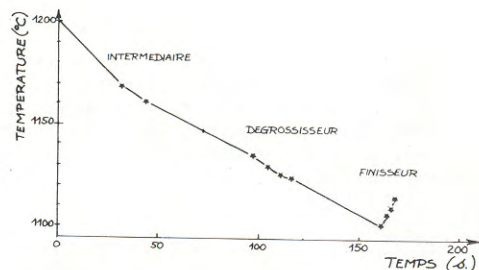


FIGURE 8 :
Cycle thermomécanique
simulé par torsion

CAGE	n° cage	Loi (T, t)		Loi ($\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}$)	
		• C	Durée entre cages (S)	$\bar{\epsilon}$	$\dot{\bar{\epsilon}}$ (S ⁻¹)
Train Intermédiaire	11	1168	12,6	0.23	0.48
	12	1161	53,5	.20	.50
Train Dégrossisseur	1	1135	8	0.31	1.00
	2	1129	6,3	0.28	1.20
	3	1125	4,7	.33	2.00
	4	1124	45,8	.25	2.10
Train Finisseur	5	1101	2,6	0.35	4.70
	6	1106	1,8	.23	4.30
	7	1109	1,5	.29	8.00
	8	1115		.24	8.00

5.1 - Exploitation des courbes de torsion

La figure 9 résume l'ensemble des courbes de torsion disponibles ; sur ces courbes sont reportées quelques grandeurs brutes fournies par la torsion.

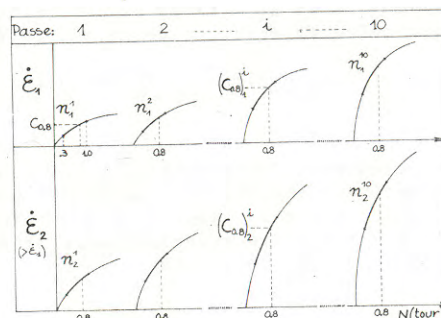


FIGURE 9 :
Exploitation des courbes
de torsion.
Exemple pour 2 vitesses
d'essai.

- 1° La première grandeur lue sur une courbe de torsion est le couple $C_{0,8}$ pour la déformation de 0,8 tour choisie pour être située au milieu du domaine de déformation homogène, bien au-delà de l'origine et bien en deça des phénomènes parasites de recristallisation dynamique.
- 2° Sur chaque courbe est mesuré ensuite un coefficient d'écroutissage n , de part et d'autre de 0,8 tour :

$$n = \frac{\log C_{1,0} - \log C_{0,3}}{\log 1,0 - \log 0,3} = \frac{\log (C_{1,0}/C_{0,3})}{0,52288}$$

- 3° Le calcul du coefficient de viscoplasticité, m , repose sur la comparaison, passe par passe, des courbes de torsion obtenues aux trois vitesses. Pour la passe i , en s'en tenant à deux essais effectués aux vitesses $\dot{\epsilon}_1$, et $\dot{\epsilon}_2$ (fig. 9), le coefficient m_i est :

$$m_i = \frac{\log (C_{0,8})_2^i - \log (C_{0,8})_1^i}{\log \dot{\epsilon}_2 - \log \dot{\epsilon}_1}$$

Pratiquement, m_i est déterminé à partir des trois couples de valeurs ($C_{0,8}$; $\dot{\epsilon}$), par la méthode des moindres carrés.

Le coefficient de viscoplasticité, m , est indépendant de l'écroutissage ; il est mesuré pour la torsion moyenne : 0,8 tour.

- 4° La dernière grandeur $A(T)$ du modèle $\sigma_0 = A(T) \bar{\epsilon}^{-n} \dot{\bar{\epsilon}}^m$ se déduit d'un calcul à partir des valeurs de $C_{0,8}$, n et m :

$$A(T) = \frac{\sqrt{3} (3+n)}{2 \pi R^3} \frac{C (\bar{\epsilon}_0, \dot{\bar{\epsilon}}_0)}{\bar{\epsilon}_0^n \dot{\bar{\epsilon}}_0^m}$$

$\bar{\varepsilon}_0$ et $\dot{\bar{\varepsilon}}_0$ représentent la déformation et la vitesse de déformation correspondant au couple retenu pour calculer $A(T)$. En règle générale :

$$\bar{\varepsilon}_0 = 0.174 \quad (0.8 \text{ tour}) ; \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_0 = 3.77 \quad (1040 \text{ tours/mn})$$

5.2 - Résultats bruts

Un exemple de variation des 3 grandeurs fondamentales $C_{0,8}$, n et m , ainsi que du terme $A(T)$ est représenté sur les figures 10a et 10b pour l'ensemble du cycle thermomécanique. Pour chaque cage, il y a 3 pointés, un pour chacune des vitesses essayées ; aux erreurs expérimentales près, ces points sont confondus ; le but recherché avec le modèle :

$$\sigma_0 = A(T) \bar{\varepsilon}^n \dot{\bar{\varepsilon}}^m$$

est donc atteint : $A(T)$ est indépendant de la vitesse

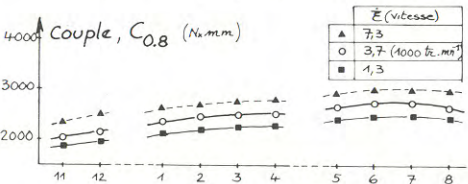
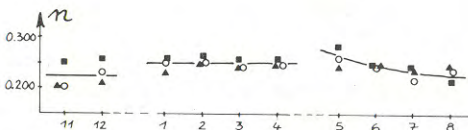
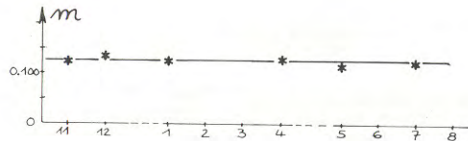
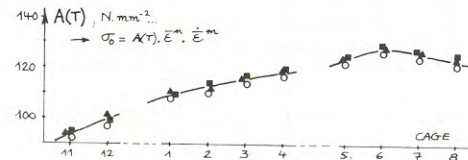


FIGURE 10 :

Exemple de variation des quatre grandeurs fondamentales de la torsion au cours du cycle thermomécanique de la figure 8 (acier n° 2 de la figure 1^{er})

5.3 - Conclusion : limites d'écoulement moyennes

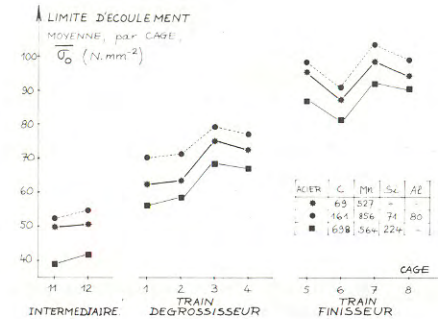
La limite d'écoulement moyenne implique une extrapolation des résultats de laboratoire aux vitesses réelles sur le train. Ce calcul suppose également une intégration (voir figure 7).

La valeur de la limite d'écoulement moyenne pour une passe dépend évidemment de la déformation totale de cette passe.

Pour le cas des déformations évaluées par la méthode des rectangles équivalents les résultats des calculs sont présentés dans la figure 11. Elle retrace l'évolution de la limite d'écoulement moyenne de trois aciers appelés à suivre le cycle thermomécanique de la figure 8 établi par la méthode des rectangles équivalents. On notera qu'à chaud, l'acier à forte teneur en carbone n'est pas le plus "dur".

FIGURE 11 :

Evolution de la limite d'écoulement moyenne pour trois aciers



6 - CALCUL DES EFFORTS ET DES COUPLES DE LAMINAGE

Ayant défini la géométrie équivalente de l'emprise ainsi que les grandeurs liées à l'écoulement équivalent, on possède toutes les données pour utiliser les modèles mécaniques de calcul de l'effort et du couple de laminage.

6.1 - Calcul de l'effort

Pour l'effort le modèle choisi est fondé sur l'analogie bipoinçonnement-laminage (déformation plane) figure 12. Il donne la pression moyenne de laminage p_m rapportée à la contrainte d'écoulement moyenne σ_0 en fonction de l'éclatement de l'emprise e_m (figure 13)

e_m : épaisseur moyenne du produit

l : longueur de l'arc de contact

Les expressions approchées sont :

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(0.75 + 0.25 \frac{l}{e_m} \right) \quad \text{pour } \frac{e_m}{l} \leq 1$$

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(0.8 + 0.2 \frac{e_m}{l} \right) \quad \text{pour } 1 \leq \frac{e_m}{l} \leq 8.73$$

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{\Pi}{2} \right) \quad \text{pour } \frac{e_m}{l} \geq 8.73$$

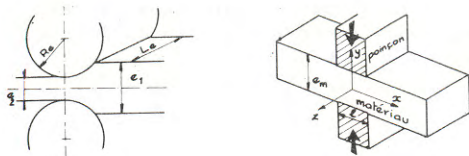


Figure 12 - Analogie bipoinçonnement-laminage

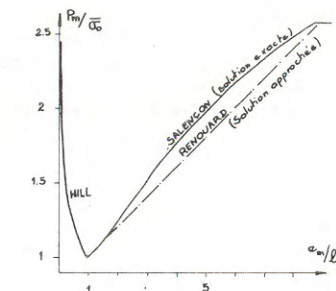


Figure 13 - Evolution de la pression moyenne d'écrasement $\frac{P_m}{\sigma_0}$

L'expression donnant l'effort de laminage est alors :

$$F = \bar{\sigma}_0 \times k \times \left(\frac{P_m}{\sigma_0} \right) \times S_c$$

où k est un facteur de pondération et S_c est la surface de contact produit-cylindre.

Pour un laminage dans une cannelure "box-pass" équivalente :

$$S_c = L_e \times l \quad \text{et} \quad k > 1 \quad (\text{on prend en compte le frottement sur les flancs de cannelure})$$

Pour un laminage équivalent sur des cylindres à table lisse :

$$S_c = \frac{L_e + 2L_2}{3} \times l \quad \text{et} \quad k < 1 \quad (\text{on prend en compte l'élargissement du produit})$$

La figure 14 donne la valeur de l'effort ainsi calculé, cage par cage pour le train à billettes de SACILOR (laminage dans des cannelures "box-pass" équivalentes) pour le cycle thermomécanique de la figure 8 et en supposant qu'il n'existe aucune interaction entre cages.

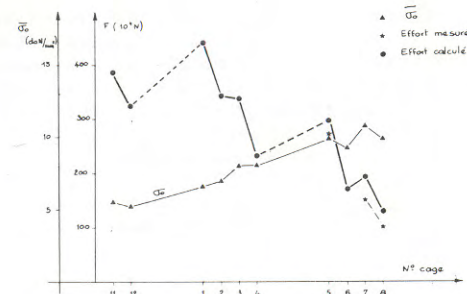
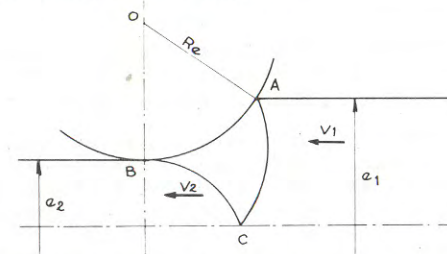


Figure 14 - Evolution de l'effort de laminage cage par cage pour le train à billettes de SACILOR.

6.2 - Calcul du couple

Pour le couple, le modèle choisi est du type borne supérieure en déformation plane. Ce modèle est dû à PIISPANEN [9] et s'appuie sur l'observation de l'écoulement plastique du métal dans l'emprise. Il se traduit par un triangle curviligne rigide dont tous les points ont la même vitesse angulaire que les cylindres. La déformation se fait par cisaillement aux frontières du triangle rigide (figure 15).

Figure 15 - Schématisation de l'écoulement en laminage par un triangle curviligne rigide [9]



Dans le cas où le laminage s'effectue dans une cannelure box-pass équivalente, la minimisation de la puissance dissipée dans l'écoulement plastique tient compte du frottement sur les flancs de cannelure. Le couple s'écrit alors :

$$C = \bar{\sigma}_0 \times L_e \times C'_p$$

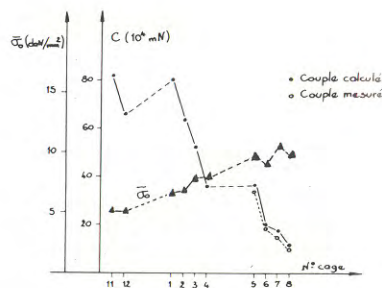
où L_e est la largeur équivalente

et C'_p est le couple réduit par unité de largeur.

Dans le cas où on effectue une correction d'élargissement, il faudrait utiliser un modèle de couple adapté au cas où la déformation ne peut plus être considérée comme plane. Un tel modèle existe, mais le degré de précision qu'il permet d'atteindre est un peu illusoire dans le cadre de la méthode des rectangles équivalents. Aussi pour conserver un réel degré de simplicité dans les calculs, on conserve le modèle de PIISPANEN et on l'applique directement en l'absence de cannelures.

La figure 16 donne la valeur du couple ainsi calculé, cage par cage, pour le train à billettes de SACILOR dans les mêmes conditions que pour le calcul de l'effort.

Figure 16 - Evolution du couple cage par cage pour le train à billettes de SACILOR.



7 - COMPARAISON CALCUL-MESURES

7.1 - Effort de laminage

Le train à billettes de SACILOR est équipé de jauges KELK au niveau du groupe finisseur. Le calculateur de process du train convertit en effort le signal électrique émis par les jauges.

La comparaison de cet effort mesuré par les jauges avec l'effort calculé montre que l'estimation faite par la méthode des rectangles équivalents est bonne ; elle tend à majorer l'effort réel mais l'écart entre le calcul et la mesure reste en deçà de 15 % (figure 14).

Le calcul montre également que les cages verticales portant des numéros impairs et qui correspondent à des séquences carré-losange sont nettement plus sollicitées que les cages horizontales qui les suivent (séquence losange-carré). La cage 1 est la plus chargée, l'effort atteint 440 tonnes.

7.2 - Couple de laminage

Le calculateur de process du train à billettes de SACILOR fournit le couple moteur à partir des grandeurs électriques (intensité-tension). Pour obtenir le couple de laminage on a appliqué la relation suivante :

$$C_{\text{laminage}} = k\rho C_{\text{moteur}}$$

où ρ est le coefficient de réduction de la cage à pignons qui distribue le mouvement aux cylindres

et k est le rendement de la chaîne cinématique.

Il apparaît sur la figure 16 que le modèle de borne supérieure appliqué à la séquence équivalente en "box-pass" prévoit bien le couple de laminage pour le train finisseur, l'écart entre le calcul et la mesure reste voisin de 10 %.

CONCLUSION

La méthode des rectangles équivalents associée à la simulation du cycle thermomécanique par torsion à chaud permet de calculer simplement les efforts et les couples pour le laminage des produits longs dans de nombreux cas. Même si les simplifications opérées au départ des calculs peuvent sembler grossières, la méthode possède une bonne cohérence physique et conduit à des valeurs d'efforts et de couples très voisines des valeurs réelles.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] The United Steel Companies Limited - Roll Pass Design SHEFFIELD - ENGLAND - 1960
- [2] E. LIEGEON - Calcul des forces, couples et puissances de laminage dans le cas des produits plats à chaud - Séminaire CESSID 1977
- [3] F. BERTOLOTTI - Distribution de la température dans la section d'une barre au cours de son laminage à chaud - Rapport IRSID - 1977
- [4] S. J. OH - S. KOBAYASHI - An approximate method for a three-dimensional analysis of rolling - Int. J. Mech. Sci (1975), 17, p. 293-305
- [5] P. FROU - F. BERTOLOTTI - Détermination des couples et puissances de laminage - Méthode de la borne supérieure appliquée aux produits longs - Rapport IRSID, RFP 297, Novembre 1980
- [6] J. J. PEROUZE - Modélisation théorique et expérimentale du calibrage Détermination du couple - Rapport DGRST - CEMEF - Juillet 1980
- [7] H. KOZONO - CAD/CAM system for roll pass design
- [8] A. FAESSEL - Application de la théorie du bipoinçonnement au calcul de l'effort de laminage - Ecole d'été de VILLARS SUR OLLON - Septembre 1975 - C N R S
- [9] V. PIISPANEN - Plastic deformation of metal : theory of simulated sliding - WEAR 38 (1976) 43-72
- [10] B. MIGAUD - Limite d'écoulement moyenne, $\bar{\sigma}_0$ sous l'emprise d'une cage de train à bandes - Rapport SOLLAC - Septembre 1980
- [11] P. BAQUE et Coll. - Mise en forme des métaux - Calculs par la plasticité - DUNOD 1973

AMELIORATION DE LA MISE AU MILLE SLABBING PAR OPTIMISATION DE LA FORME DES LINGOTS

C. BAULER, J.P. FROMAGEOT, P. FROU, J. SALLE
Institut de Recherche de la Sidérurgie, Maizières-les-Metz, France

RESUME

Malgré le développement important de la coulée continue, le slabbing reste un outil sidérurgique important et de nombreuses études lui sont consacrées afin d'améliorer ses performances. L'étude de la 4ème gamme lingots du slabbing de SOLMER, qui lamine la moitié de l'acier produit, a été l'occasion d'une réflexion approfondie afin d'améliorer la mise au mille de l'installation. Dans le cadre de cette réflexion, une optimisation de la forme des lingots (droits et bouteilles) sous l'angle mise au mille a été réalisée à l'IRSID par simulation du laminage à l'aide de PLASTICINE.

L'application industrielle des résultats obtenus en simulation a permis de gagner :
23 points de mise au mille pour les lingots bouteilles,
18 points de mise au mille pour les lingots droits.

ABSTRACT

In spite of the considerable development of continuous casting the slabbing mill remains an important metal forming tool and a number of investigation are under way with a view of improving its efficiency. When designing a new set of ingot moulds considerable attention was given to yield and the object of this research was to optimize the mould shape by a simulation method. For that purpose Plasticin ingots were rolled on a reduced scale pilot mill.

The industrial implementation of the results obtained by the simulation tests have led to a yield improvement of :

2,3 % for capped steel moulds,
1,8 % for big-end down moulds.

1. INTRODUCTION

Dans le domaine de la fabrication des tôles d'acier, le développement très rapide du procédé de coulée continue des brames a permis, en supprimant le laminage sur slabbing, des gains très importants en productivité et prix de revient. Actuellement, quelques installations de laminage des lingots subsistent encore pour deux raisons :

- la capacité des installations de coulée continue n'est pas suffisante par rapport aux besoins,
- certaines nuances d'acier ne peuvent, dans l'état actuel de la technique, être coulées en continu.

Dans le cas de SOLMER, cinquante pour cent de la production d'acier est coulée sous forme de lingots. Après solidification, ces lingots sont réchauffés dans des fours pits, puis laminés en brames sur un slabbing universel.

L'amélioration de la voie lingot peut être abordée de différentes façons et a fait l'objet de nombreuses publications : automatisation de l'atelier (1), amélioration de la conduite des fours pits (2), diminution des chutes d'extrémités par actions sur le schéma de laminage et la forme des lingots (3). Afin d'optimiser les frais de transformation de la voie lingot, SOLMER a engagé un programme d'actions dont l'une, réalisée avec l'aide du laboratoire de simulation du laminage de l'IRSID, a porté sur l'amélioration de la mise au mille par action sur la forme des lingots coulés.

2. DETERMINATION D'UNE NOUVELLE GAMME LINGOTS SOLMER

2.1. Mise au mille slabbing

Le laminage d'un lingot en brame est réalisé par une succession de passes qui, au cours du schéma de laminage (cf. figure 1) visent à :

- réduire la conicité du lingot,
- réaliser une mise à épaisseur primaire,
- réaliser la largeur finale de la brame,
- réaliser l'épaisseur finale de la brame.

Au cours de ces diverses phases, qui peuvent être plus ou moins imbriquées, les extrémités du produit ont tendance à se déformer de manière incontrôlée, pour aboutir sur la brame finale à un certain nombre de défauts (figure 2), tels que cornes, repliures, ... Ces défauts incompatibles avec l'utilisation future de la brame doivent être chutés et sont la cause de la mise au mille slabbing.

La mise au mille slabbing est définie comme suit :

$$MM = \frac{\text{poids de lingot}}{\text{poids de brame}} \times 1000 = \frac{\text{poids brame} + \text{poids chutes}}{\text{poids brame}} \times 1000$$

Un point de MM = 1 kg de chutes pour 1000 kg de brame.

Sur un slabbing du type de celui de SOLMER, la mise au mille dépend de nombreux facteurs :

Réduction de largeur (ou refolement) (figure 1)

Le refolement est égal à la différence entre la largeur pied du lingot et la largeur de la brame à obtenir. La mise au mille passe par un minima pour des refolements compris entre 150 et 370 mm. Une variation de 5 mm en dehors de la plage 150/370 mm entraîne une augmentation d'un point environ de la mise au mille.

Épaisseur des lingots

La mise au mille est d'autant plus importante que l'épaisseur des lingots est plus grande. Une variation de 10 mm sur l'épaisseur du lingot entraîne une variation d'environ 1 point de la mise au mille, à épaisseur de brame constante.

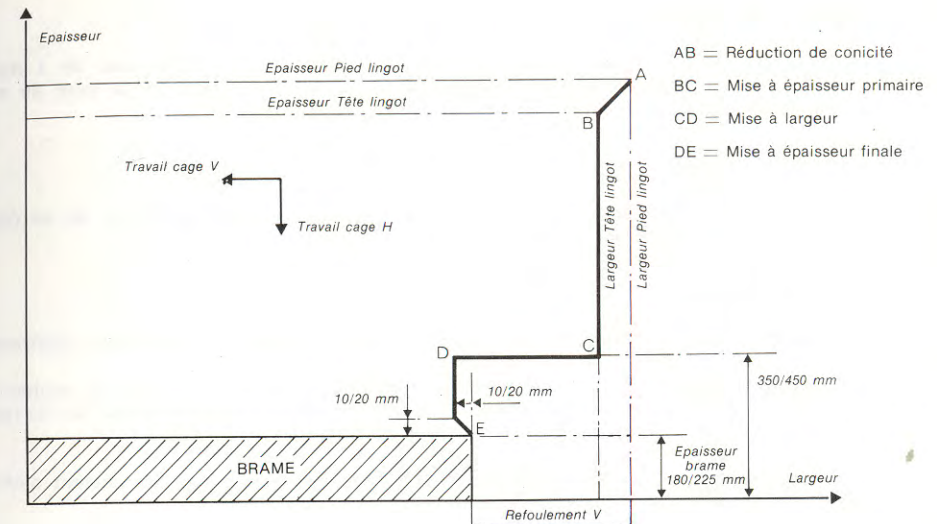


FIGURE 1 - EXEMPLE DE SCHEMA DE LAMINAGE

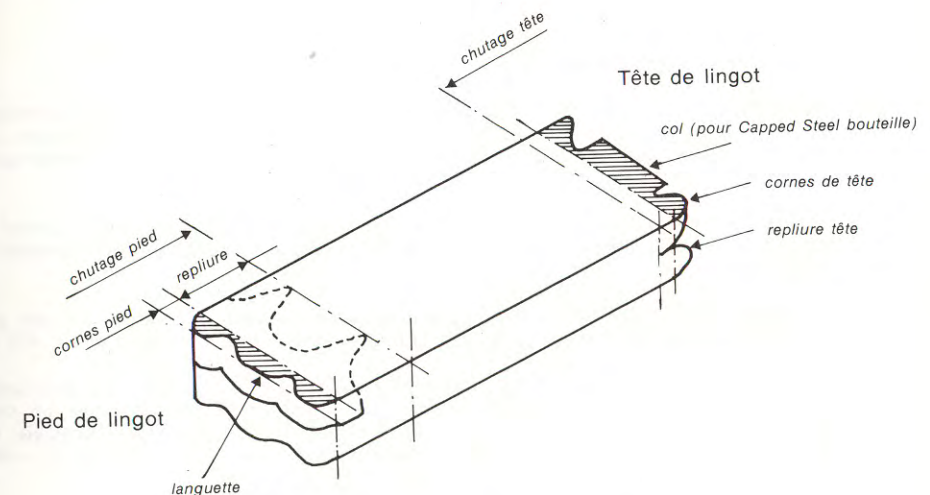


FIGURE 2 - DEFAUTS DE FORME DES BRAMES

Epaisseur des brames

La mise au mille diminue avec l'épaisseur des brames : une diminution de 1 mm de l'épaisseur d'une brame entraîne une diminution d'environ 1 point de la mise au mille, à largeur de brame constante.

Schéma de laminage

L'ordre de passes en cages verticale et horizontale, ainsi que la prise de fer de chaque passe ont une influence sur la mise au mille.

Forme des lingots

Les lingots coulés à SOLMER sont issus de deux familles de lingotières différentes :

- Lingotières bouteilles qui sont fermées en tête par un chapeau après la coulée (voir figure 3) et qui permettent d'obtenir la nuance d'acier capped-steel. La forme de la tête du lingot est définie par la forme de la lingotière.
- Lingotières droites qui sont ouvertes en tête (voir figure 4) et qui permettent d'obtenir les nuances d'aciers effervescents, calmés et stabilisés.

Il a été constaté, dans le passé à SOLMER, que la forme de la section des lingots issus des lingotières droites et bouteilles a une influence sur la mise au mille. La section à coins cassés est plus favorable à la mise au mille que la section rectangulaire. Partant de cette constatation, nous avons pensé qu'il devait exister une forme optimale de la section qui permettrait de réduire la mise au mille tout en obtenant des brames de bonne géométrie finale.

La forme de la tête des lingots issus des lingotières bouteilles a également une influence sur la quantité de métal chuté en tête. Il est facile d'imaginer que des épaules tombantes sont plus favorables à la mise au mille que des épaules droites. La différence de mise au mille entre deux lingots SOLMER de poids et de section identiques, dont un lingot bouteille et un lingot droit, est comprise entre 30 et 40 points en faveur du lingot-bouteille.

2.2. Etude de la 4ème gamme lingots

Le renouvellement du parc des lingotières est l'occasion de se pencher sur l'optimisation de la mise au mille du slabbing en fonction de la forme des lingots de départ. C'est dans cette optique que SOLMER a abordé l'étude et la définition de la 4ème gamme lingots.

Les éléments pris en compte pour déterminer cette nouvelle gamme résultent des constatations faites ci-dessus sur la mise au mille. Ils ont donné lieu à l'adoption des règles suivantes :

- a) La largeur des lingots doit être telle qu'elles permettent de réaliser le plus grand nombre possible de brames avec des refoulements compris entre 150 et 370 mm.

Le carnet de commandes fixe la largeur des brames à réaliser, ainsi que leur tonnage pour chaque nuance d'acier. La largeur des lingots doit être adaptée au carnet de commandes afin que le taux de recouvrement soit le plus élevé possible (taux de recouvrement = pourcentage du tonnage réalisé avec des refoulements compris entre 150 et 370 mm). Ce taux a été porté de 60 % à 95 %.

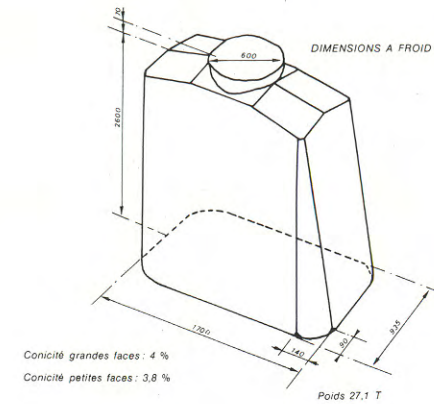


FIGURE 3 - LINGOT BOUTEILLE

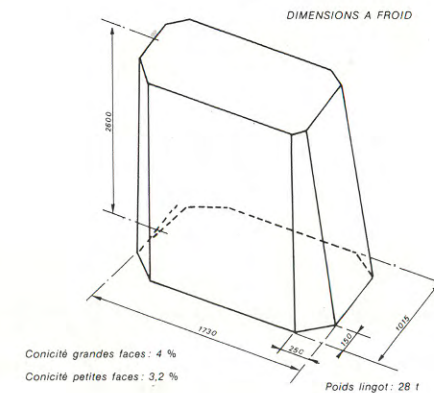


FIGURE 4 - LINGOT DROIT

b) Réaliser des lingots d'épaisseur la plus faible possible. La diminution d'épaisseur, à poids et à largeur de lingots donnés, s'est faite en augmentant la hauteur et en diminuant la conicité des lingotières : la hauteur est passée de 2,85 m à 3 m ; la conicité des petites faces est passée de 3,2 % à 2 %.

c) Une étude de laminage en simulation sur plasticine a été entreprise à l'IRSID afin de rechercher une forme de lingots favorable à la mise au mille. Cette étude, décrite dans le paragraphe suivant, a porté sur les sections de pieds des lingots issus de lingotières droites et sur les formes de têtes des lingots issus de lingotières bouteilles.

Deux types de lingots de milieu de gamme ont été choisis pour cette étude en simulation :

- . Le type 46, pour l'étude du pied (lingot droit)
- . Le type 45, pour l'étude de la tête (lingot bouteille).

Dans les deux cas, le but était de diminuer le chutage des extrémités se décomposant en chutage dû aux cornes (travail de la cage verticale) et chutage dû à la repliure (travail de la cage horizontale), en modifiant par étapes successives la forme des lingots.

La forme des lingots doit toutefois respecter deux impératifs technologiques :

- . Stabilité du lingot sur les tables à rouleaux qui nécessite un méplat de 200 mm sur les grandes faces,
- . Manutention du lingot avec les pinces de ponts Pits qui nécessite un méplat de 500 mm sur les petites faces.

3. SIMULATION DU LAMINAGE AU SLABBING

Depuis 1977, l'IRSID dispose dans sa Station de MAIZIERES-lès-METZ, d'un laboratoire de simulation du laminage à l'aide de plasticine. Dans les études de simulation du laminage, la plasticine est très souvent utilisée car, d'une part, sa contrainte d'écoulement est environ 500 à 1000 fois plus faible que celle de l'acier chaud et, d'autre part, -et c'est là son principal avantage-, son comportement rhéologique est très proche de celui de l'acier chaud.

De la même façon que pour l'acier à haute température, la contrainte d'écoulement σ_0 de la plasticine est une fonction de la déformation ϵ , de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ et de la température T. Cette fonction a la forme :

$$\sigma_0 = A \epsilon^m \dot{\epsilon}^n e^{\lambda/T}$$

avec $m \approx 0,2$, $n \approx 0,08$ et $\lambda \approx 3000$

à 20°C et dans les conditions standards, σ_0 est de l'ordre de 1,5 kg/cm².

Un autre paramètre important pour la simulation est le coefficient de frottement métal-cylindre. Dans le cas de la plasticine utilisée avec des cylindres en plâtre lubrifiés au talc, le coefficient de frottement, au sens de Tresca, est de l'ordre de 0,4 à 0,5. Cette valeur est très proche de celle communément admise en laminage à chaud.

Le laminoir de simulation de l'IRSID était, pour cette étude, monté en slabbing universel (2 cylindres horizontaux et 2 cylindres verticaux, les 4 étant entraînés). Le rapport de similitude géométrique était de 0,13.

Les caractéristiques des deux installations sont données dans le tableau I.

Tableau I

Paramètre	SOLMER	IRSID
Puissance cage horizontale	10 304 kW	4,2 kW
Puissance cage verticale	3 680 kW	1,6 kW
Diamètre cylindres horizontaux	1200 mm	156 mm
Diamètre cylindres verticaux	1000 mm	130 mm
Vitesse cage horizontale	35 tr/min	3,5 tr/min
Vitesse cage verticale	50 tr/min	5 tr/min

La plasticine, comme tous les matériaux de simulation, présente un certain nombre de différences de comportement par rapport à l'acier chaud : pas de gradients thermiques, effets d'inertie différents, ... Ces différences nous ont conduits à réaliser, dans une première phase de l'étude, un étalonnage de la simulation.

Cette vérification a été réalisée sur le pied d'un lingot type 45 qui a été laminé rigoureusement dans les mêmes conditions sur le slabbing de SOLMER et sur le laminoir de l'IRSID.

L'accord qualitatif entre les deux essais (figure 5) est très bon, aussi bien sur les cornes que sur la repliure.

Quantitativement (en terme de mise au mille), les défauts obtenus sur plasticine sont supérieurs à ceux observés sur acier, ce qui nous a obligés à appliquer une correction pour estimer dans la suite de l'étude les gains de mise au mille.

L'étude a été ensuite menée en deux parties :

- 1) Etude de l'influence de la forme de la tête des lingots Capped Steel et en particulier influence de la forme des épaules (cf. figure 3).
- 2) Etude de l'influence de la forme du lingot sur la chute de pied, cette partie est plus importante que la précédente puisqu'elle concerne tous les types de lingots. Nous allons détailler quelques résultats de cette seconde partie. Pour le type de lingots 46 représenté sur la figure 4, nous avons réalisé plusieurs échantillons en plasticine en faisant varier d'un échantillon à l'autre :

- . la largeur de la grande face,
- . la largeur de la petite face,
- . et corrélativement, l'inclinaison du pan coupé.

Ces échantillons ont ensuite été laminés.

Pour chaque essai, nous avons mesuré :

- le chutage languette,
- le chutage corne,
- le chutage repliure,
- la mise au mille de pied, somme des trois termes précédents.

La figure 6 montre trois résultats obtenus sur plasticine pour trois configurations de lingots. Nous pouvons observer que :

- la chute de repliure est prépondérante en terme de mise au mille,
- la forme du défaut, cornes et extrémités, varie beaucoup d'un type de lingot à l'autre. Par exemple, la languette n'apparaît que sur l'essai n° 6 et pas sur les deux autres,
- l'optimisation de la forme du lingot permet un gain de 9 points de mise au mille, soit plus de 20 % pour le poste mise au mille pieds de lingots.

4. APPLICATION INDUSTRIELLE ET CONCLUSION

A partir des essais de simulation sur plasticine, les gains attendus étaient de :

- 9 points pour le chutage pied de tous les types de lingots,
- 7 points pour le chutage tête des lingots bouteilles,

soit au total :

- pour les lingots droits : 9 points,
- pour les lingots bouteilles : 16 points.

Après un test limité à un type de lingotière qui a confirmé les résultats de la simulation, le dessin de la 4ème gamme a été étendu à l'ensemble des produits.

Les résultats industriels ont largement confirmé les espoirs qu'avait fait naître la simulation. A titre d'exemple, nous citerons le cas :

- des lingots bouteilles type 32 pour lesquels le gain a été de 23 points dont 5 dus à une réduction d'épaisseur du lingot et 18 dus à une diminution des chutes d'extrémité (voir figure 7).
- des lingots droits type 31 pour lesquels le gain a été de 18 points.

La simulation, à l'aide de la plasticine du laminage des lingots en brames a permis, par une optimisation du dessin des lingots, un important gain de mise au mille au slabbing de SOLMER.

REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier M. KRAUSENER qui, à l'IRSID, s'est occupé des essais de simulation.

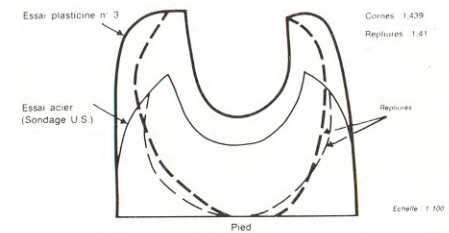


FIGURE 5 - COMPARAISON ACIER-PLASTICINE

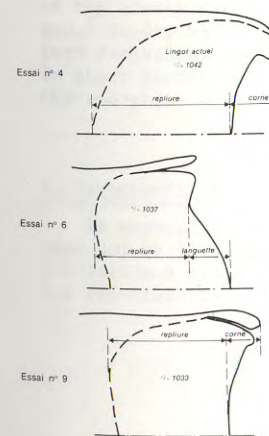


FIGURE 6 - EVOLUTION DE LA MISE AU MILLE AVEC LA FORME DU LINGOT

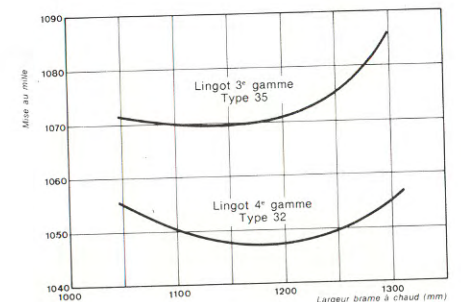


FIGURE 7 - GAIN DE MISE AU MILLE POUR LES LINGOTS BOUTEILLES

BIBLIOGRAPHIE

- (1) K. KATAOKA et al.
Process computer system of CHIBA n° 3 Slabbing mill and its operation.
KAWASAKI REPORTS, vol. 10, n° 2-3, 1978.
- (2) Etablissement des normes de chauffage aux fours pits et adaptation des schémas de laminage d'un slabbing à l'état thermique des lingots.
Rapport IRSID. RE.738, Janvier 1980.
- (3) IKUSHIMA et al.
Plasticine mode test on slabbing - shape of slab ends.
NKK Technical report overseas, Juillet 1975.

SUPERPLASTICITE A GRANDE VITESSE DE DEFORMATION DANS LE CAS DU LAITON

B. BAUDELET et C. HOMER
Laboratoire de Physique et de Technologie des Matériaux,
Université de Metz, France

RESUME

Des laitons à structure monophasée et biphasée ont été sollicités en conditions de superplasticité temporaire, c'est-à-dire à grande vitesse de déformation. Il est alors montré que le comportement rhéologique de ces alliages est décrit par une équation similaire à celle établie en superplasticité classique pour les matériaux à structure quasi-stable. L'interprétation des valeurs du coefficient m de sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation est faite à partir des modèles usuels de la superplasticité, mais en tenant compte de la migration des joints associée à l'évolution de la structure. Par ailleurs, cette étude montre qu'il est possible d'obtenir des allongements importants en un temps de formage court dès lors que la cinétique de croissance des grains est lente comme dans le cas des laitons biphasés étudiés dans ce travail.

ABSTRACT

Single and two-phase brasses have been investigated under temporary superplastic conditions, i.e., at high strain rate. It is shown that the rheological behaviour of these alloys can be described by an equation similar to that of classical superplasticity for materials with quasi-stable structure. The values of the strain rate sensitivity coefficient m are discussed in terms of the usual superplastic models as well as the boundary migration associated with structure evolution. Furthermore, it is shown that large elongations can be obtained in short forming times when the grain growth kinetics is slow as in the case of the two-phase brasses studied in this work.

1. INTRODUCTION

La superplasticité correspond au comportement de certains matériaux métalliques qui se singularisent par une grande stabilité plastique au cours d'une sollicitation à chaud réalisée à vitesse de déformation lente et avec des contraintes réduites. Les paramètres d'essai, typiques de ce comportement, sont :

$T > 0,5 T_f$ où T_f est la température absolue de fusion

$$\sigma \approx 10 \text{ MPa}$$
$$\dot{\epsilon} \approx 10^{-2} \text{ mn}^{-1} - 10^{-1} \text{ mn}^{-1}$$

$\Delta l/l_0 \approx$ plusieurs centaines de pour-cent au cours d'un essai de traction

Les matériaux qui présentent un comportement superplastique peuvent être monophasés, mais sont généralement biphasés avec une taille des grains de l'ordre de 10 μm . Les aspects rhéologiques, métallurgiques et industriels de la superplasticité sont décrits et analysés dans des articles de synthèse (1-4).

L'équation de comportement à chaud des matériaux ordinaires s'applique aux matériaux superplastiques ; cependant, dans ce cas, le coefficient d'écroissage est nul et le coefficient de sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation est supérieur à 0,3, ce qui constitue des conditions nécessaires à l'obtention d'une stabilité plastique importante. Pour un matériau monophasé, l'équation de comportement a la forme suivante :

$$\dot{\epsilon} = A \cdot \sigma^{1/m} \cdot D^{-a} \cdot \exp(-Q/kT) \quad (1)$$

où $\dot{\epsilon}$ est la vitesse de déformation, σ est la contrainte d'écoulement, D représente la taille moyenne des grains, Q est l'énergie d'activation apparente du mécanisme physique qui contrôle la déformation, A est un paramètre qui caractérise le matériau à la température de l'essai, m est le coefficient de sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation et a est le coefficient de sensibilité de la vitesse de déformation à la taille des grains. Dans le cas d'un matériau biphasé, l'équation précédente doit être modifiée pour tenir compte de l'influence de chaque phase. Par exemple, pour les laitons biphasés, il a été montré (5) que :

$$\dot{\epsilon} = A(\alpha) \cdot \sigma^{1/m} \cdot D_{\beta}^{-a} \cdot \exp(-Q_{\beta}/kT) \quad (2)$$

où $A(\alpha)$ est un paramètre qui caractérise la phase dure α à la température de l'essai, D_{β} est la taille moyenne des grains de la phase β et Q_{β} est sensiblement égale à l'énergie de diffusion en volume du cuivre ou du zinc (les deux valeurs sont voisines) dans la phase β .

L'application de la superplasticité à la mise en forme a permis la réalisation de pièces de forme complexe, mais le développement reste toutefois limité par le faible niveau des vitesses de déformation qu'il est nécessaire d'imposer pour maintenir le matériau dans le domaine superplastique. Il est un moyen pour développer la superplasticité qui consiste à augmenter la vitesse de déformation en utilisant des matériaux à très petits grains : les équations (1) et (2) montrent que, le coefficient a étant compris entre 2 et 3, plus la taille des grains est faible, plus la vitesse de déformation est élevée. Cependant, une structure fine présente un grossissement des grains à haute température de sorte que la vitesse de déformation diminue comme le prévoient les équations précédentes. Ainsi, un matériau à grains fins peut présenter temporairement un comportement superplastique à grande vitesse de déformation. Un tel comportement a déjà été observé au cours d'essais industriels (6) et de laboratoire (7,8) et un procédé industriel appelé "expansion thermique" exploite actuellement ce comportement particulier (9). Cependant, aucune étude n'a été publiée sur l'analyse du comportement rhéologique d'un matériau sollicité en conditions de superplasticité temporaire. Le but de notre travail est de faire l'étude d'un tel comportement à partir de laitons à structure monophasée et biphasée.

2. ALLIAGES ET TECHNIQUES EXPERIMENTALES

Les alliages ont été élaborés par la Société TREFIMETAUX. Les compositions et les conditions d'élaboration de ces matériaux sont présentées dans le tableau 1.

Tableau 1 Alliages	Nuances	Zn % en poids	Taux de réduction filage à chaud (S-s)/S %	Trempe à l'eau après filage à chaud	Traitement thermique suivi d'une trempe à l'eau	Taux de réduction étrirage (S-s)/S %
CuZn30	—	29,64	97,1	oui	—	96,7
CuZn38	R38	38,37	98,6	non	6 heures à 490°C	84
CuZn38	T38	38,37	98,6	oui	—	84
CuZn40	R40	40,06	98,6	non	6 heures à 490°C	84
CuZn40	T40	40,06	98,6	oui	—	84

Les structures à grains fins sont obtenues par recristallisation de l'état écroui. Au cours de la croissance des grains, le comportement rhéologique est étudié par des essais de fluage en traction à contrainte constante en conditions isothermes et anisothermes (montée en température linéaire). Les structures sont analysées par microscopie optique et éventuellement par microdureté.

3. RESULTATS

3.1. Laiton monophasé CuZn 30

En raison de la cinétique de croissance rapide des grains qui suit la recristallisation de l'alliage CuZn 30 (10), de grandes vitesses de déformation ne sont observées qu'au cours d'un essai anisotherme : dans ce cas, l'élévation de température compense la croissance des grains. Des résultats obtenus à 585°C sont représentés sous la forme d'une courbe $\log \sigma - \log \dot{\epsilon}$ sur la figure 1. Les deux pentes de la courbe définissent deux valeurs du coefficient m :

$$\sigma < 60 \text{ MPa} \rightarrow m = 1 \pm 0,2$$
$$\sigma > 60 \text{ MPa} \rightarrow m = 0,3 \pm 0,05$$

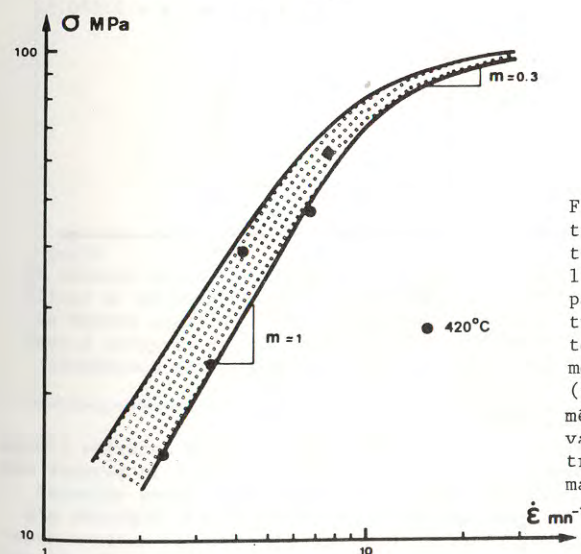


Fig. 1 - Variations de la contrainte en fonction de la vitesse de déformation pour l'alliage CuZn30 obtenues à partir d'essais de fluage en traction à contrainte constante réalisés au cours de la montée en température ($t = 1 \text{ s}$, $T = 585^\circ\text{C}$). L'aire trachée indique l'incertitude sur les valeurs expérimentales de la contrainte et de la vitesse de déformation.

Ces résultats conduisent aux remarques suivantes :

- Les vitesses de déformation varient de 1 mn^{-1} à 10 mn^{-1} selon la contrainte. De telles valeurs sont supérieures d'un facteur 100 à 1000 aux vitesses observées en superplasticité classique.

- Le niveau des contraintes est élevé, mais cela traduit la dureté de la phase α du laiton.

De plus, on observe que les allongements obtenus dans les conditions anisothermes sont inférieurs à 10% (selon la contrainte). Par ailleurs, en se limitant aux contraintes inférieures à 60 MPa ($m \approx 1$), on constate que la vitesse de déformation est sensiblement constante au cours de la montée en température entre 420°C et 585°C . Comme la valeur de m semble indépendante de la température, puisque les résultats correspondant à 420°C et à 585°C coïncident (fig. 1), il est alors possible de tracer une courbe $\ln D = f(1/T)$ où σ et $\dot{\epsilon}$ sont constantes, la taille des grains étant déterminée après trempe en différents points de la montée en température. La valeur du quotient Q/a est déduite de la pente de cette courbe représentée sur la figure 2 : $Q/a = 0,3 \pm 0,1 \text{ eV/at}$. Les valeurs des paramètres a et Q sont déterminées à partir d'essais de fluage à contrainte et température constantes qui permettent de tracer les variations de la vitesse de déformation en fonction de la taille des grains ; une telle courbe est représentée sur la figure 3 pour $T = 610^\circ\text{C}$ et $\sigma = 60 \text{ MPa}$. La pente de cette courbe donne la valeur du coefficient $a = 2,5 \pm 0,5$. A partir de la valeur précédente du quotient Q/a , on peut alors déduire la valeur de l'énergie d'activation apparente $Q = 0,8 \pm 0,4 \text{ eV/at}$.

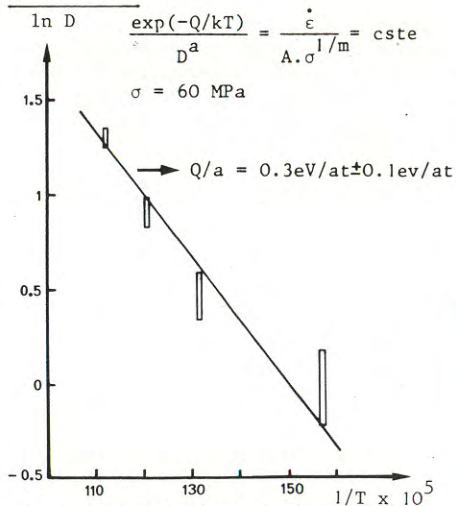


Fig. 2 - Variations de la taille des grains en fonction de la température pour l'alliage CuZn30 sollicité par fluage en traction à contrainte constante au cours de la montée en température

3.2. Laitons biphasés CuZn 38 et CuZn 40

Il est bien connu que la présence d'une seconde phase dans un matériau limite la croissance de ces grains des deux phases ; ceci explique pourquoi la plupart des matériaux superplastiques sont biphasés. Dans ce contexte, nous avons effectué des essais de traction sur les laitons CuZn 38 et CuZn 40 qui sont biphasés α/β à haute température. Afin de pouvoir comparer les comportements des nuances monophasée et biphasée au cours de la montée en température, les essais de fluage ont

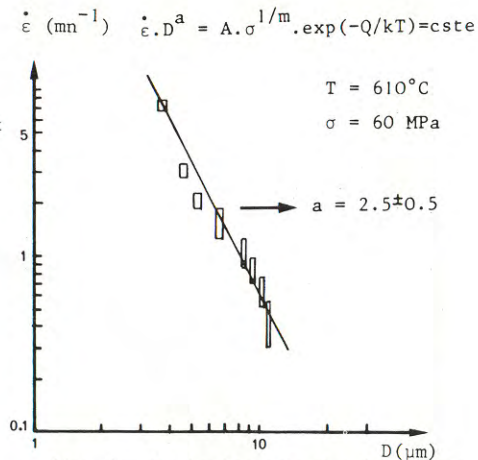


Fig. 3 - Variations de la vitesse de déformation en fonction de la taille des grains pour l'alliage CuZn30 sollicité par fluage en traction à contrainte et températures constantes

été réalisés dans les mêmes conditions expérimentales que précédemment. Les résultats obtenus à la température de 585°C (1 seconde d'essai) sont présentés sur la figure 4. L'analyse de ces courbes, qui tient compte des différences de structure initiale entre chaque nuance, est menée par ailleurs (11). Toutefois, il faut noter que les valeurs de m sont élevées, ainsi que les vitesses de déformation, la nuance T40 se singularisant par des vitesses de déformation dix fois supérieures, à contrainte identique, à celles des autres nuances, ce fait résultant d'une proportion plus importante en phase β .

Du reste, le rôle accommodateur de la phase ductile β apparaît clairement par comparaison des niveaux des contraintes appliquées dans le cas des nuances monophasée (CuZn 30) et biphasée (T40).

Certaines valeurs numériques correspondant aux essais anisothermes sont données dans le tableau 2. On constate que les allongements obtenus après 1 seconde d'essai sont modestes, sauf pour la nuance T 38.

Tableau 2

	CuZn38		CuZn40	
	R38	T38	R40	T40
m	0,70	0,70	0,70	0,70
$\sigma \text{ MPa}$	40	48	20	12
$\Delta L/L_0 \%$	25	45	10	25

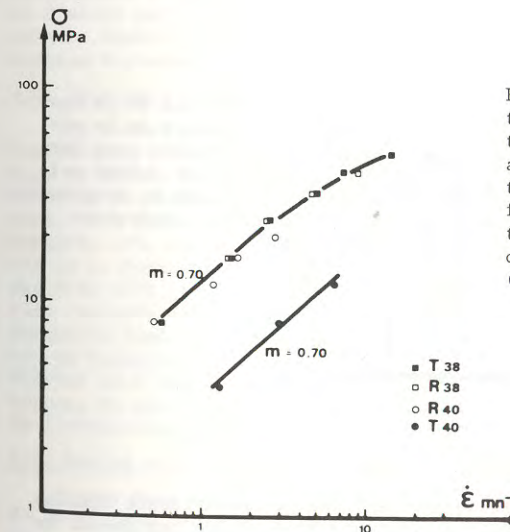


Fig. 4 - Variations de la contrainte en fonction de la vitesse de déformation pour les alliages CuZn38 et CuZn40 obtenues à partir d'essais de fluage en traction à contrainte constante réalisés au cours de la montée en température ($t = 1 \text{ s}$, $T = 585^\circ\text{C}$)

Les résultats obtenus au cours d'essais de fluage réalisés à 610°C pendant 20 secondes (la vitesse de montée en température restant inchangée par rapport aux essais précédents) sont présentés sur la figure 5, les valeurs numériques correspondantes étant données dans le tableau 3. On constate que :

- A contrainte égale, les vitesses de déformation sont encore supérieures d'un facteur 10 aux vitesses de déformation observées en superplasticité classique.

- Les valeurs de m sont légèrement supérieures à la valeur 0,5 prévue par l'équation (2) (5).

- Des allongements importants sont obtenus, en particulier pour la nuance T40.

Tableau 3

	CuZn38		CuZn40	
	R38	T38	R40	T40
m	0,60	0,60	0,65	0,57
σ MPa	20	28	16	8
$\Delta L/L_0$ %	65	90	70	125

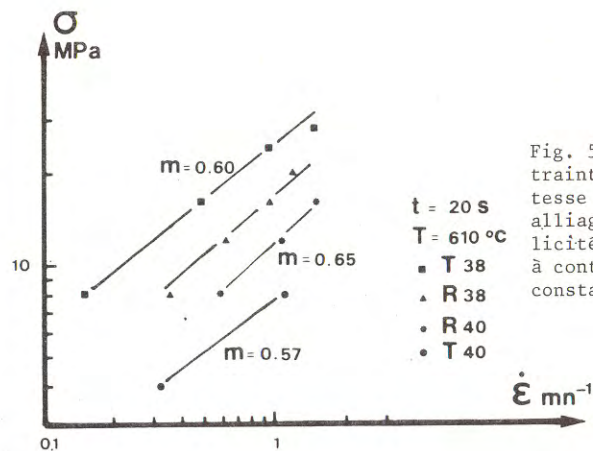


Fig. 5 - Variations de la contrainte en fonction de la vitesse de déformation pour les alliages CuZn38 et CuZn40 sollicités par fluage en traction à contrainte et température constantes

4. DISCUSSION

Les résultats décrits dans cette étude montrent que le comportement rhéologique d'un matériau superplastique dont la structure évolue même rapidement au cours de l'essai peut être analysé à partir d'une loi de comportement identique

à celle établie dans le cas des alliages superplastiques à structure quasi-stable. En effet, dans le cas de l'alliage monophasé CuZn 30, les valeurs moyennes de a ($\approx 2,5$) et du quotient Q/Q_v ($\approx 0,45$), où Q_v est l'énergie de diffusion du cuivre ou du zinc dans la phase α , sont comparables aux valeurs publiées sur d'autres alliages. Il en est de même pour les valeurs du coefficient m obtenues sur les nuances monophasées et biphasées. L'analyse de ces résultats à partir d'un ou plusieurs mécanismes physiques doit alors tenir compte des conditions particulières d'essai (temps de sollicitation court pouvant se traduire par un état transitoire), ainsi que de l'évolution rapide de la structure, les vitesses de déformation temporairement élevées étant attribuées à la taille des grains initialement fine des matériaux sollicités. Une telle analyse, menée à partir des valeurs du coefficient m , est présentée par ailleurs (11) ; les points essentiels de cette analyse sont résumés ci-dessous.

4.1. Influence de la contrainte sur le grossissement des grains

Il a été montré (5, 12) que toute évolution de la taille des grains dont il n'est pas tenu compte au cours d'essais séquentiels conduit à une valeur expérimentale apparente différente de la valeur réelle m , l'écart entre les deux valeurs dépendant de l'influence de la contrainte sur la croissance des grains. Pour les essais réalisés dans les conditions de notre étude, la valeur apparente de m est supérieure à la valeur réelle (11). En ce qui concerne l'alliage monophasé CuZn 30, l'analyse de la structure par microscopie optique et microdreté n'a pas permis de mettre en évidence l'influence de la contrainte sur la croissance des grains, il faut donc admettre que la valeur expérimentale $m = 1$ (fig.1) constitue une valeur réelle. Pour les nuances biphasées, l'analyse de la structure est plus délicate en raison des difficultés de mise en évidence des joints β lorsque la structure est très fine de sorte que cette analyse n'a pas été tentée ; toutefois, l'hypothèse de l'influence de la contrainte n'a pas été retenue étant donné d'une part le faible incrément de contrainte imposé (figs. 4 et 5), et d'autre part les temps très courts d'application de la contrainte. Ainsi, les valeurs expérimentales $m = 0,7$ (fig. 4) et $m = 0,6$ (fig. 5) obtenues pour les nuances biphasées sont-elles considérées comme réelles.

4.2. Existence d'un état transitoire

Des études publiées sur des alliages autres que le laiton ont montré que le coefficient m varie selon le taux de déformation (ou le temps de déformation) auquel la mesure est effectuée (13-15) : une valeur élevée de m , observée au tout début de la déformation, se stabilise autour d'une valeur nettement différente après 30 à 40% d'allongement (13,14). L'existence d'un état transitoire a été suggérée (15,16), mais aucun modèle ne permet de rendre compte d'une valeur élevée de m . Toutefois, nos résultats sont à rapprocher de ceux publiés sur l'alliage W-Re (13) pour lequel une valeur $m = 0,8$ est observée en début de déformation réalisée dans des conditions semblables aux nôtres : sollicitation de l'éprouvette immédiatement après la recristallisation qui a lieu au cours de la montée en température. Pour ces exemples, il ne convient pas de justifier les valeurs élevées de m par l'existence d'un état transitoire, mais plutôt de considérer la réponse du matériau comme résultant de l'action de mécanismes caractéristiques de l'évolution de structure propre à la superplasticité temporaire.

4.3. Action simultanée de plusieurs mécanismes

Il est bien connu que plusieurs mécanismes peuvent agir simultanément au cours de la déformation superplastique, à savoir le glissement aux joints, la diffusion et le mouvement des dislocations. Cependant, il est admis généralement que la déformation est contrôlée par l'accommodation plastique (par diffusion ou mouvement de dislocations) des grains ou des protubérances du joint et non par le glissement aux joints. Les essais réalisés sur l'alliage monophasé CuZn 30 ne permettent pas de tirer une conclusion sur l'existence du glissement aux joints de sorte que la déformation du matériau peut s'interpréter, avec ou sans glissement aux

joint, par le seul mécanisme de la diffusion ou le seul mécanisme du mouvement de dislocations (sans empilements) ou encore par l'action simultanée de ces deux mécanismes, puisqu'ils correspondent chacun à une valeur du coefficient m égale à 1. Il faut cependant supposer que les vitesses de déformation associées à chaque mécanisme sont du même ordre de grandeur et qu'elles permettent de plus de rendre compte des vitesses de déformation expérimentales. Cela est concevable dans la mesure où on tient compte de la faible taille des grains et si on admet par ailleurs une diffusion accélérée des lacunes le long des joints due à une "efficacité" accrue des joints de grains lors de la migration (17-19). Pour les nuances biphasées, en admettant que la déformation est contrôlée par l'accommodation plastique de la phase ductile β (5), il faut encore supposer l'existence simultanée de plusieurs mécanismes tels que la diffusion ($m = 1$), le mouvement de dislocations sans empilements ($m = 1$) et le mouvement de dislocations avec empilements sur les joints de phases (5) ($m = 0,5$). L'évolution de la valeur de m de 0,7 ($t = 1s$) à 0,6 ($t = 20s$) traduirait dans ces conditions le poids croissant du mécanisme avec empilements de dislocations sur les joints de phases qui résulterait d'une diminution de l'efficacité des joints de grains dans la phase β liée à une migration plus lente.

4.4. Influence d'une répartition de tailles des grains

Récemment, une étude a mis en évidence l'influence d'une distribution des tailles des grains sur la loi de comportement des matériaux superplastiques en montrant que des valeurs différentes du coefficient m sont obtenues selon le choix des paramètres caractéristiques de la distribution des tailles de grains (20). De ce modèle, il apparaît notamment que selon le mécanisme adopté pour décrire le comportement superplastique, une valeur de m supérieure à 0,5 peut être obtenue sur un large domaine de vitesses de déformation. Les auteurs ont vérifié la validité de leur modèle à partir de résultats expérimentaux observés sur deux alliages superplastiques ; toutefois, la qualité de la concordance reste liée à la connaissance des coefficients de diffusion aux joints de phases. Dans le cas des alliages biphasés étudiés dans ce travail, il n'a pas été possible d'observer la taille des grains de la phase ductile β ; cependant, si on admet l'existence d'une répartition des tailles de grains dans la phase β (qui peut exister compte tenu de la croissance des grains), il est alors possible d'interpréter la valeur de $m = 0,7$ à l'aide de ce modèle ainsi que l'évolution de cette valeur en fonction du temps par une modification de la répartition due à la croissance des grains. La vérification reste liée à une analyse précise de la structure de la phase β , ainsi qu'à une plus ample connaissance des paramètres qui contrôlent la diffusion aux joints de phases en tenant compte de la migration due aux modifications de la proportion des phases.

5. CONCLUSIONS

Cette étude a permis de montrer que :

- des alliages CuZn monophasé et biphasé, à taille de grains initialement fine, peuvent présenter un comportement superplastique à grande vitesse de déformation ;
- le comportement rhéologique de ces alliages est alors similaire à celui observé en superplasticité classique (structure quasi-stable) ;
- l'analyse physique du comportement doit se faire en tenant compte de la migration des joints liée à l'évolution de la structure ;
- des allongements importants sont obtenus à grande vitesse de déformation (temps de formage court) lorsque la cinétique de croissance des grains est lente, comme dans le cas des alliages biphasés étudiés dans ce travail.

Remerciements : Les auteurs remercient la Société TREFIMETAUX pour l'élaboration et la fourniture des alliages

BIBLIOGRAPHIE

- (1) R.H. JOHNSON, Metallurgical Reviews, Review 146, 1970, p. 115
- (2) T.H. ALDEN, "Treatise on Materials Science and Technology", Vol. 6, Ed. by R.J. ARSENAULT, Academic Press, NEW YORK, 1975, p. 226
- (3) J.W. EDINGTON, K.N. MELTON and C.P. CUTLER, "Progress in Materials Science" Ed. by B. CHALMERS, J.W. CHRISTIAN and T.B. MASSALSKI, Pergamon Press, OXFORD, 21, 1976, p. 61
- (4) K.A. PADMANABHAN and G.J. DAVIES, "Materials Research and Engineering 2, Superplasticity", Ed. by B. ELSCHNER, Springer Verlag, BERLIN, 1980
- (5) M. SUERY and B. BAUDELET, Phil. Mag. A, 41, 1980, p. 41
- (6) Brevet N° 1.347.731, Comptoir Lyon-Allemand, Louyot et Cie, Novembre 1964
- (7) S. FLOREEN, Scripta Met., 1, 1967, p. 19
- (8) Brevet N° 79.03155, B. BAUDELET, M. SUERY et C. HOMER, Janvier 1979
- (9) J.C. MEMBRE, Formage et Traitements de Métaux, N° 83, 1977
- (10) R.A. HARDING, C. HOMER and B. BAUDELET, J. Mat. Science, 15, 1980, p. 1804
- (11) C. HOMER et B. BAUDELET, à paraître
- (12) G. HERRIOT, B. BAUDELET and J.J. JONAS, Acta Met., 24, 1976, p. 687
- (13) M. GARFINKLE, W.R. WITZKE and W.D. KLOPP, Trans. Met. Soc. AIME, 245, 1969, p. 308
- (14) G. RAI and N.J. GRANT, Met. Trans. A, 6A, 1975, p. 385
- (15) S.T. LAM, A. ARIELI and A.K. MUKHERJEE, Mat. Sci. Eng., 40, 1979, p. 73
- (16) A. KARIM, Met. Trans., 1, 1970, p. 1045
- (17) B.K. BASU and G. ELBAUM, Acta Met., 13, 1965, p. 1117
- (18) M. HILLERT and G.R. PURDY, Acta Met., 26, 1978, p. 333
- (19) K. SMIDODA, W. GOTTSCHALK and H. GLEITER, Acta Met., 26, 1978, p. 1833
- (20) A.K. GHOSH and R. RAJ, Acta Met., 29, 1981, p. 607

INFLUENCE DE LA VITESSE DE SOLLICITATION SUR LA LOI DE COMPORTEMENT ET LA TENACITE D'UN ACIER 35NCDV12

B. DAMBRINE, P. LIPINSKI et G. PLUVINAGE
Laboratoire de Fiabilité Mécanique, Université de Metz, France

RESUME

La ténacité d'un acier 35NCDV12 a été mesurée dans des conditions quasi-statiques ($\dot{K} = 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m/s}}$) et dynamiques ($\dot{K} = 10^6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m/s}}$). Dans ce dernier cas, les essais ont été réalisés sur barre d'Hopkinson. La loi de comportement du matériau a été mesurée dans les mêmes conditions de vitesses de déformations et introduite dans un calcul aux éléments finis à des fins de comparaison. La modification de la loi de comportement aux grandes vitesses de déformations permet d'expliquer l'augmentation de ténacité.

ABSTRACT

Fracture toughness of 35NCDV12 was determined in quasi-static ($K = 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m/s}}$) and dynamic conditions ($\dot{K} = 10^6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m/s}}$). In this case, tests were performed on SplitHopkinson pressure bar. Comportment law was measured in the same conditions and introduced in finite elements computation. Change of comportment law at high strain level explains increasing of fracture toughness.

INTRODUCTION

Dans de nombreuses structures ou constructions métalliques, les conditions de chargement peuvent être relativement rapides. C'est notamment le cas des engins de transport par air, fer ou mer.

Le tableau I donne une idée des vitesses de déformation ($\dot{\epsilon} : \text{S}^{-1}$) et déplacement ($\dot{\Delta} : \text{mms}^{-1}$) associées aux chargements que l'on peut rencontrer dans les structures citées :

Structure	$\epsilon \text{ s}^{-1}$	$\Delta \text{ mms}^{-1}$	$K \text{ Mpa/m/s}^{-1}$
Réservoir de stockage	$< 10^{-6}$		
Essai de pression hydraulique sur réservoirs ou tuyaux	$< 10^{-5}$		
Transports aériens		10^4	$< 10^4$
Marteau pilon		10^3	
Collision de bateaux		10^4	$< 10^6$
Transport par air ou route		10^5	$< 10^6$
Equipement militaire soumis à une explosion ou un impact		10^7	$< 10^9$

Dans la plupart des cas, la vitesse de déformation ainsi que la température sont des paramètres influant notablement sur les propriétés mécaniques des matériaux, telles que la limite d'élasticité, la charge de rupture et la ténacité qui caractérise la résistance à la propagation brutale d'une fissure. On voit donc sur le plan pratique l'intérêt de connaître la valeur de la ténacité dans la gamme de vitesses de sollicitation auxquelles risque d'être soumis le matériau. Cette ténacité peut être représentée par la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte K_{IC} dans le cas où la rupture se produit dans le domaine élastique en conditions de déformation plane. Dans ce cas, on peut définir le paramètre de vitesse \dot{K} (MPa/m/s⁻¹) pour caractériser la vitesse d'évolution des contraintes et des déformations en fond de fissure par :

$$\dot{K}_I = \frac{K_{IC}}{t_c} \quad (1)$$

où K_{IC} est le facteur d'intensité de contrainte critique en mode I et en déformation plane et t_c l'intervalle de temps entre le début du chargement et l'instant critique où la fissure va démarrer. Si l'on fait l'hypothèse de l'écoulement plastique confiné, on peut réaliser la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ à la la vitesse de montée du facteur d'intensité de contrainte \dot{K}_I par une relation du type :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma_y}{K_{IC} \times E} \times \dot{K} \quad (2)$$

où σ_y et E sont respectivement les valeurs de la limite élastique et du module d'élasticité du matériau considéré.

1. METHODE EXPERIMENTALE

1.1. Détermination de la loi de comportement et de la ténacité sous sollicitations dynamique et quasi-statique

1.1.1. Essais dynamiques

La figure 1 montre le dispositif utilisé, dit montage de barres d'Hopkinson. Celui-ci est constitué de deux barres dites barres incidente et transmettrice entre lesquelles est insérée l'éprouvette d'essai. Le chargement est produit par l'impact d'un barreau projectil sur la barre incidente qui génère dans celle-ci une onde

de compression élastique appelée onde incidente (ϵ_I). Lorsqu'elle atteint l'éprouvette, une partie de l'onde incidente est réfléchiée (ϵ_R) dans la barre incidente et transmise (ϵ_T) dans la barre transmettrice. Pour les essais de rupture, la figure 2 montre les dimensions et la forme de l'éprouvette WLCT utilisée comparées à celles de l'éprouvette CT, le chargement s'effectue par l'intermédiaire d'un coin d'angle au sommet $\alpha = 45^\circ$. Pour la détermination des lois de comportement, les éprouvettes sont des cylindres $\varnothing 10 \text{ mm}$, hauteur $h = 5 \text{ mm}$.

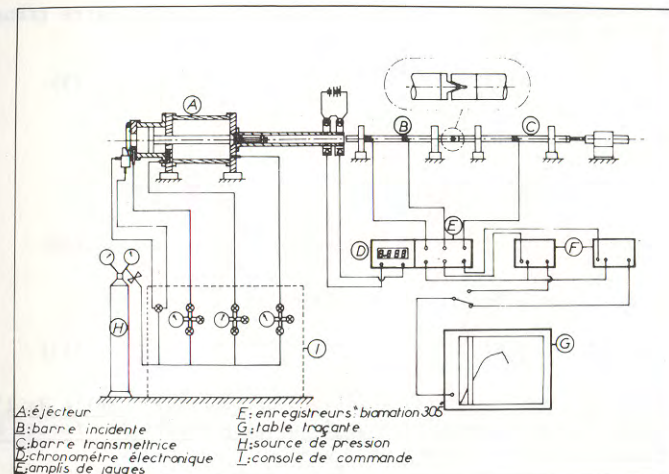


Figure 1 : Dispositif expérimental des barres d'Hopkinson

KOLSKY /1/ a montré que la mesure de l'onde transmise donne une mesure directe des forces moyennes dans l'éprouvette.

Soient U_A et U_B les déplacements des extrémités des barres incidentes et transmettrices ; le déplacement du coin par rapport à l'éprouvette peut s'écrire :

$$\delta(t) = U_A(t) - U_B(t) \quad (3)$$

$$\text{avec } U_A(t) = C_0 \int_0^{t_i} [\epsilon_I(t) - \epsilon_R(t)] dt \quad (4)$$

$$U_B(t) = C_0 \int_0^{t_i} \epsilon_T(t) dt \quad (5)$$

avec ϵ_I , ϵ_R , ϵ_T respectivement les amplitudes de déformation des ondes incidente, réfléchiée et transmise.

La condition d'équilibre impose que :

$$\epsilon_I(t) + \epsilon_R(t) = \epsilon_T(t) \quad (6)$$

d'où
$$\delta(t) = -2 C_0 \int_0^{ti} \epsilon_R(t) dt \quad (7)$$

La force agissant sur le coin est donnée par :

$$P_A(t) = ES [\epsilon_I(t) + \epsilon_R(t)] \quad (8)$$

où E est le module d'Young du matériau constitutif des barres et S leur section.

La force agissant sur la surface de contact entre la barre transmettrice et l'éprouvette est donnée par :

$$P_B(t) = ES \epsilon_T(t) \quad (9)$$

La force moyenne agissant sur l'échantillon est :

$$P(t) = \frac{1}{2} [P_A(t) + P_B(t)]$$

soit
$$P(t) = \frac{1}{2} ES \epsilon_I(t) + \epsilon_R(t) + \epsilon_T(t) \quad (10)$$

soit, si la condition d'équilibre est satisfaite :

$$P(t) = ES \epsilon_T(t) \quad (11)$$

L'amplitude de la force transmise étant proportionnelle à celle de l'onde transmise, la mesure de cette dernière nous donne directement les forces auxquelles est soumise l'éprouvette au cours de l'essai.

L'élongation des éprouvettes cylindriques de compression est égale à la différence des déplacements des extrémités des barres, soit :

$$\delta(t) = U_A(t) - U_B(t) \quad (12)$$

en utilisant les relations, on obtient

$$\delta(t) = C \int_0^{ti} [\epsilon_I(t) - \epsilon_R(t) - \epsilon_T(t)] dt \quad (13)$$

en introduisant la condition d'équilibre $\epsilon_I + \epsilon_R = \epsilon_T$, on obtient :

$$\delta(t) = -2 C_0 \int_0^{ti} \epsilon_R(t) dt \quad (14)$$

la déformation de l'éprouvette est $\epsilon_S = \frac{\delta(t)}{h_0}$ (15)

donc
$$\epsilon_S = -\frac{2C_0}{h_0} \int_0^{ti} \epsilon_R(t) dt \quad (16)$$

La déformation de l'échantillon est calculée à partir des valeurs de l'intégrale de l'onde réfléchie :

La valeur de l'onde transmise est, elle, proportionnelle aux charges appliquées sur l'éprouvette (voir paragraphe 1.2.1.), et l'on obtient ainsi l'amplitude de la contrainte appliquée en fonction du temps.

$$\sigma_s = \left(\frac{D}{d}\right)^2 E \epsilon_T \quad (17)$$

où D et d sont respectivement les diamètres de la barre transmettrice et de l'éprouvette.

Après élimination du temps dans σ_s et ϵ_S et correction de la variation de section, on obtient la loi de comportement dynamique du matériau :

$$\sigma = f(\epsilon) \quad (18)$$

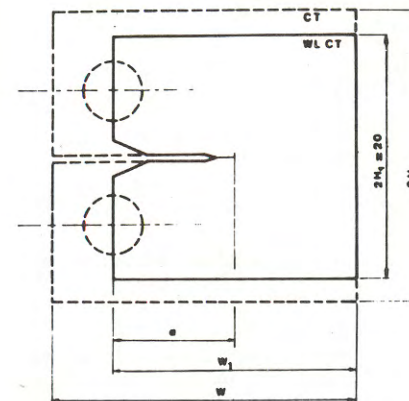


Figure 2 : Dimensions des éprouvettes CT et WLCT

Détermination de la ténacité en dynamique

La méthode du chargement par coin rend possible l'utilisation d'ondes de compression pour solliciter la fissure en mode I. Néanmoins, l'angle au sommet du coin $\alpha = 45^\circ$ et le coefficient de frottement μ entre le coin et l'éprouvette influent sur la force transmise à l'éprouvette.

La relation entre la charge critique F_c provoquant la rupture et celle imposée par le coin est donc fonction de la géométrie de celui-ci et de l'angle de friction $\beta = \text{tg}^{-1} \mu$

Cette relation s'écrit :

$$F_c = \frac{P_c}{2 \text{tg}(\frac{\alpha}{2} + \beta)} \quad (19)$$

La valeur du coefficient de frottement est mesurée statiquement en comparant les efforts nécessaires pour obtenir un même déplacement en traction (P) et en compression (F). On suppose que la complaisance de l'éprouvette non fissurée

est la même dans les deux cas.

La lubrification est assurée par une graisse au bisulfure de molybdène. Nous admettons que dans ce cas, la valeur de μ est identique sous sollicitation statique et dynamique d'après KLEPACZKO /2/. La valeur mesurée est $\mu = 0,12$.

La détermination de la ténacité s'effectue à partir des enregistrements charge - déplacement en statique et charge - temps pour les essais dynamiques.

Dans tous les cas, la force d'ouverture est reliée à la force exercée sur le coin par la relation :

$$F = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \mu \right)} \quad (20)$$

Le calcul de K_{Ic} se fait suivant les recommandations de la norme AFNOR NF A 03180 en utilisant la relation

$$K_{Ic} = \frac{F_c}{B\sqrt{w}} f \left(\frac{a}{w} \right) \quad (21)$$

avec F_c force d'ouverture critique

B largeur de l'éprouvette

w longueur de l'éprouvette

$$f \left(\frac{a}{w} \right) \text{ fonction de complaisance} = 14,38 \left(\frac{a}{w} \right)^{1/2} + 150,04 \left(\frac{a}{w} \right)^{3/2} - 392,08 \left(\frac{a}{w} \right)^{5/2} + 487,61 \left(\frac{a}{w} \right)^{7/2} - 193,34 \left(\frac{a}{w} \right)^{9/2}$$

1.1.2. Essais statiques

Les essais statiques de compression et de rupture sont effectués sur les mêmes éprouvettes qu'en dynamique à l'aide d'une machine servo-hydraulique. Pour déterminer les lois de comportement, les charges sont enregistrées par une cellule de charge et les déformations à l'aide d'un extensomètre diamétral. Le montage utilisé pour les essais de rupture permet l'enfoncement d'un coin. Ce montage nous a permis de conduire des essais pour des vitesses de sollicitations :

$$1 \text{ MPa/ms}^{-1} \leq \dot{K} \leq 5 \times 10^4 \text{ MPa/ms}^{-1}$$

2. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les valeurs de ténacités obtenues pour différentes vitesses de sollicitation ont été reportées figure 3 dans un diagramme $K_{Ic} = f(\dot{K})$. On remarque par rapport à la valeur statique une diminution de 14 % pour $\dot{K} = 10^4 \text{ MPa/ms}^{-1}$ et une augmentation de 39 % pour $\dot{K} = 10^6 \text{ MPa/ms}^{-1}$. Les fractographies effectuées sur les surfaces de rupture d'éprouvettes sollicitées à $\dot{K} = 1 \text{ MPa/ms}^{-1}$ et $3,9 \times 10^6 \text{ MPa/ms}^{-1}$ montrent un faciès de rupture entièrement ductile sans qu'il soit possible de mettre en évidence des variations dimensionnelles soit de la zone étirée, soit de la taille des cavités.

La figure 4 montre l'évolution de la loi de comportement $\sigma = f(\epsilon)$ avec la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. La courbe 1 représente les valeurs obtenues sous sollicitation statique ($\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$), la courbe 2 étant obtenue sous chargement dynamique $\dot{\epsilon} = 2,5 \times 10^2 \text{ s}^{-1}$. La limite d'élasticité statique est égale à 1315 MPa et le coefficient d'écroutissage $n = 0,19$. Pour le cas dynamique, la limite d'élasticité est égale à 2479 MPa soit 1,8 fois la valeur statique. Le point important à noter est le phénomène d'adoucissement qui intervient ensuite contrairement au phénomène d'écroutissage qui avait lieu dans le cas statique.

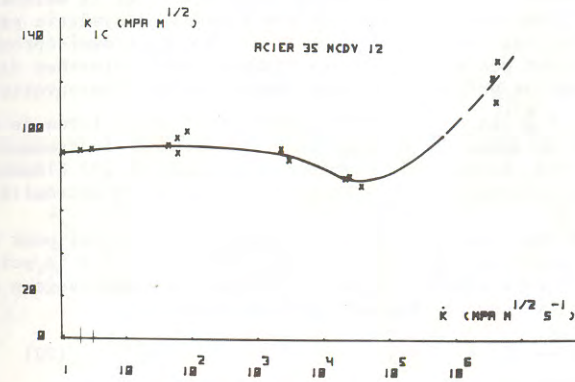


Figure 3 : Evolution de la ténacité en fonction de la vitesse de sollicitation

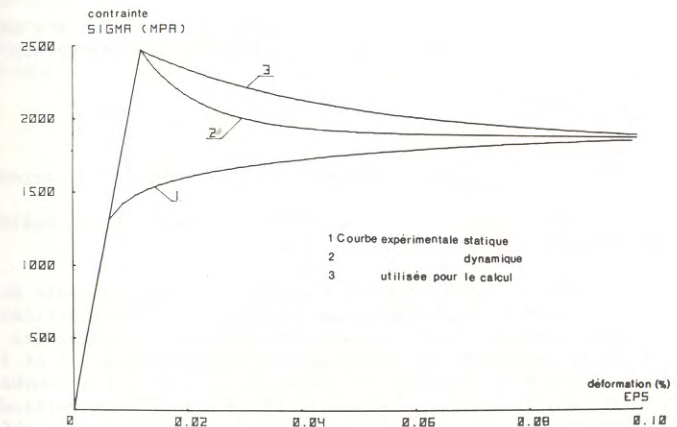


Figure 4 : Loi de comportement de l'acier 35NCDV12 en statique et en dynamique

3. SIMULATION DU CHARGEMENT PAR CALCUL AUX ELEMENTS FINIS

Nous avons supposé que le phénomène d'adoucissement mis en évidence dans la loi de comportement dynamique sur l'acier 35NCDV12 pouvait expliquer l'augmentation de ténacité constatée lors des essais de rupture. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons effectué des calculs numériques par la méthode des éléments finis pour l'éprouvette WLCT. Pour des raisons de symétrie par rapport au plan de la fissure, les calculs ont été effectués sur une demi-éprouvette. Le schéma du maillage et des conditions aux limites sont présentées dans /12/. Ces conditions simulent le processus réel de chargement de l'éprouvette WLCT.

Le rapport $\alpha = \frac{F}{P}$ entre la force d'ouverture F et la force de frottement P dépend de l'angle au sommet du coin et du coefficient de frottement entre le coin et l'éprouvette. Le maillage comprend 158 noeuds et 272 éléments triangulaires plans dont 8 éléments dits singuliers placés sur l'extrémité de la fissure de fatigue.

Le champ des déplacements dans ces éléments a été choisi pour décrire la distribution des déformations avec la singularité en $r^{\lambda-1}$ à la pointe de fissure. La relation entre le paramètre λ et le coefficient d'écrouissage n d'une équation constitutive du type "Ramberg Osgood" est donnée par :

$$\lambda = \frac{n}{1+n} \quad (22)$$

Ainsi, dans le cas d'un matériau purement élastique, $n = 1$, $\lambda = 0,5$; la distribution des déformations dans un tel élément est caractérisée par une singularité en $r^{-1/2}$. On supposera par commodité que la vitesse de déformation est constante dans toute la zone plastique. Les calculs sont effectués en injectant la loi de comportement statique avec le coefficient d'écrouissage $n = 0,19$ (courbe 1 - figure 4) dynamique caractérisée par un adoucissement (courbe 3 - figure 4). Les valeurs des coefficients de Poisson et module d'élasticité en statique et en dynamique sont respectivement :

$$E = 208000 \text{ MPa} \quad \nu = 0,33$$

La loi de comportement avec adoucissement utilisée pour les calculs diffère de celle mesurée expérimentalement pour des raisons de convergence de la solution du programme utilisé qui se limite au cas :

$$H_p = \frac{-E}{12}$$

où H_p est le module plastique représenté par la pente de la tangente à la courbe d'adoucissement.

La valeur expérimentale initiale du module plastique est égale à $-50\,000$ MPa, ce qui donne un rapport $-E / H_p \approx 4$.

Pour cette raison, nous avons dû modifier la forme initiale de la courbe 2 figure 4 pour obtenir la convergence des solutions. Cette modification semble avoir une faible influence sur les résultats car tous les éléments accolés à la pointe de fissure subissent des déformations supérieures à 3 % et l'on remarque que, pour les valeurs de déformations supérieures à 3 %, les courbes 2 (expérimentale) et 3 (modifiée pour le calcul) figure 4 sont très voisines. Les figures 5, 6, 7, 8 représentent les résultats obtenus pour le cas statique. Sur toutes les figures, les notations E, 1, 2, 3, 4, 5, indiquent les niveaux de chargements successifs selon la figure 5 qui compare les courbes charge-déplacement expérimentale et calculée. La charge est la force de compression P figure 5 et le déplacement celui des points de contact coin-éprouvette. La figure 6 représente la distribution des contraintes circonférentielles $\sigma_{\theta\theta}$ en fonction de la distance par rapport à la pointe de fissure. La forme et l'évolution de la zone plastifiée calculée suivant le modèle d'Irwin sur la figure 7.

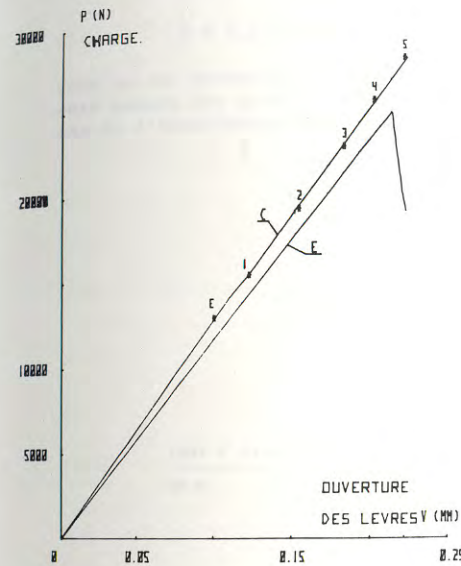


Figure 5 : Comparaison des courbes charge-déplacement calculée et expérimentale (condition statique)

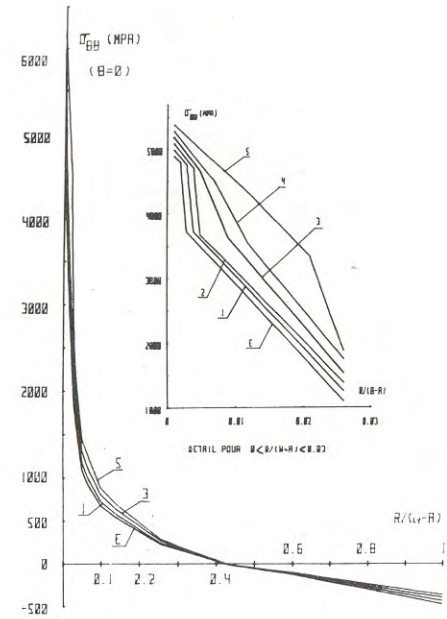


Figure 6 : Distribution des contraintes normales à la pointe de fissure

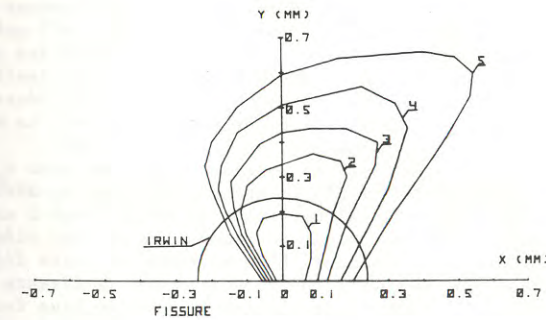


Figure 7 : Forme calculée de la zone plastique au cours du chargement statique comparaison avec le modèle d'Irwin

La figure 8 montre l'évolution de l'écartement de fissure (C.O.D.) en fonction de la charge P. L'écartement de fissure (C.O.D.) est ici défini comme le déplacement du noeud le plus proche de la pointe de fissure, c'est à dire à une distance de 0,05 mm. La solution obtenue est en accord avec d'autres déjà présentées comme par exemple celle de CARLSSON /3/.

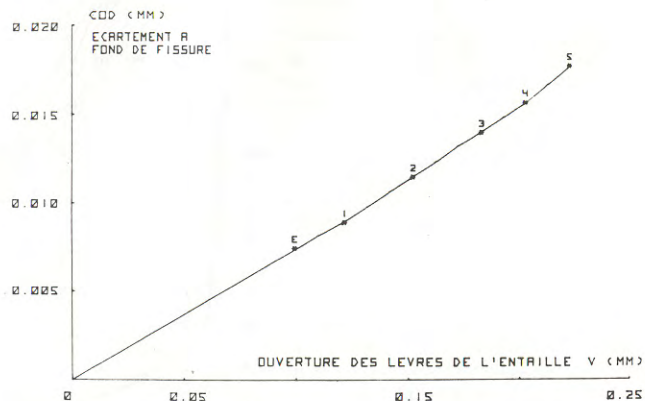


Figure 8 : Courbe de l'évolution de l'écartement de fissure en fonction de l'ouverture des lèvres de l'entaille (cas statique)

Pour l'étude de la solution dynamique, nous avons utilisé les mêmes conventions que pour la solution statique dans la présentation des résultats. On note des différences importantes entre les deux solutions en comparant l'évolution de la zone plastifiée et du (C.O.D.). Dans le cas dynamique, donc avec adoucissement, on note dans l'évolution du (C.O.D.) en fonction de la charge, un très important écart à la linéarité, signe d'une plastification intense et d'un émoussement de la pointe de fissure. La figure 9 met en évidence les différences entre les zones plastiques statique et dynamique pour l'état de chargement n°5 qui correspond quasiment au chargement critique. Les directions d'évolution des zones plastifiées sont assez différentes. L'angle entre la direction de cisaillement maximal et le plan de fissure est d'environ 75° pour le cas statique (durcissement), ce qui est en bon accord avec d'autres solutions numériques /4/. Le même angle dans le cas de l'adoucissement (dynamique) est égal à environ 100°.

La figure 10 montre les trajets de chargement dans le plan σ_m, J_2' où σ_m est la composante hydrostatique et J_2' le second invariant du déviateur des contraintes. Ces trajets ont été calculés pour le point situé à une distance $v = 0,21$ mm de la pointe de fissure qui correspond au dernier élément plastifié pour le cinquième niveau de chargement. L'observation de cette figure conduit aux mêmes conclusions pour la courbe charge-écartement de fissure (C.O.D.) : la plastification au delà de la pointe de fissure se produit plus facilement pour un matériau qui s'adoucit (cas dynamique) que pour un matériau qui s'écrouit (cas statique). Enfin, on peut calculer le facteur de confinement

$$Q = \frac{\sigma_{\theta\theta \max}}{\sigma_y s}$$

pour le point de chargement n°5 qui est égal à 4,2 pour le cas

statique. Ce résultat est en bon accord avec ceux de RICE et TRACEY /4/ selon

qui, ce facteur dépend du coefficient d'écrouissage et prend les valeurs :

$$Q = 2,4 \quad \text{pour } n = 0$$

$$Q = 3,11 \quad \text{pour } n = 0,1$$

$$Q = 4,13 \quad \text{pour } n = 0,2$$

pour ce cas dynamique, ce facteur est égal à $Q = 2,2$. L'ensemble de ces résultats montre les grandes différences entre les processus de déformation dans le cas de l'écrouissage et de l'adoucissement.

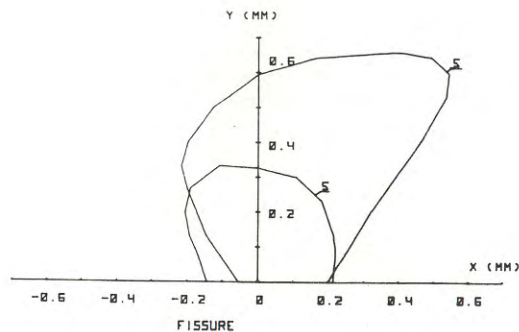


Figure 9 : Comparaison des formes et tailles des zones plastiques statique et dynamique calculées par la méthode des éléments finis

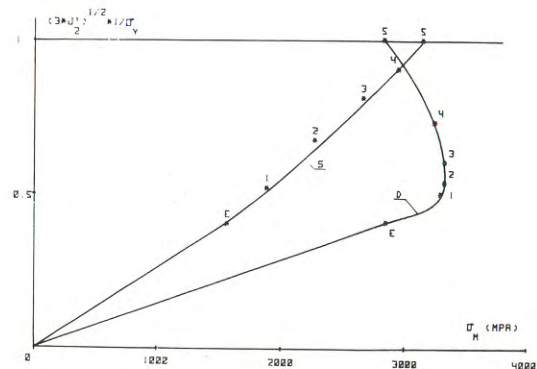


Figure 10 : Trajets de chargement statique et dynamique exprimés par le rapport du 2° invariant du tenseur des contraintes en fonction de la pression hydrostatique.

4. DISCUSSION

Certains auteurs /5/ ont essayé de mettre en évidence et de calculer l'élévation de température à la pointe de fissure due au travail plastique en supposant les conditions d'adiabaticité. Ces conditions ne semblent réalisées qu'aux vitesses de chargement très élevées ($\dot{K} = 10^9$ MPa/ms⁻¹).

Au niveau du processus de rupture ductile, l'étude fractographique montre que le stade de nucléation des cavités conduisant à la rupture ductile n'est pas affecté par la vitesse de déformation, même pour des valeurs très élevées, les tailles de cupules étant identiques quelle que soit la vitesse de chargement. McCLINTOCK /7/, CARROL et HOLT /8/ ont montré que le stade d'expansion de ces cavités n'était influencé par les effets d'inertie que pour des temps de chargement de quelques nanosecondes. Compte tenu des remarques précédentes, il semble que seul le dernier stade du processus de rupture ductile, c'est à dire l'instabilité plastique du pédoncule séparant les cavités, soit affecté par la vitesse de déformation, particulièrement en raison de la modification de la loi de comportement. C'est cette hypothèse que nous avons retenue.

Cette influence se traduit par une augmentation de la limite d'élasticité ($R_{p0,2} = 1350$ MPa pour $\epsilon = 10^{-5}$ s⁻¹, $R_{p0,2} = 2480$ pour $\epsilon = 3 \times 10^2$ s⁻¹).

La valeur du coefficient d'écroûissage passe dans les mêmes conditions de $n = 0,19$ à une valeur non définie, car ce matériau s'adoucit.

Les calculs aux éléments finis réalisés après introduction de la loi de comportement statique et dynamique seront donc utilisés pour expliquer l'influence de la vitesse de déformation. Remarquons que la zone plastifiée est le siège d'un gradient de déformation plastique et par voie de conséquence d'un gradient de vitesse de déformation que nous n'avons pas pris en compte en première approximation; la vitesse de déformation est considérée comme la vitesse de déformation moyenne dans la zone plastifiée. Les calculs réalisés ont permis de comparer pour deux vitesses de sollicitation ($\dot{K} = 1$ MPa/ms⁻¹ ET $\dot{K} = 5 \times 10^6$ MPa/ms⁻¹), l'écartement à fond de fissure, les taille et forme de zone plastifiée, les facteurs de confinement et les trajets de chargement. Pour l'écartement à fond de fissure, on note sous sollicitation dynamique, (figure 8) un important écart à la linéarité, que l'on ne remarque pas en statique (figure 9), signe d'un émoussement plus intense à la pointe de fissure. Les valeurs d'écartement de fissure sont respectivement de 0,018 mm en statique et 0,024 mm en dynamique.

Les tailles et formes comparées des zones plastifiées représentées (figure 9) montrent une évolution analogue à celle d'un changement vers les conditions de contraintes planes pour le cas dynamique. L'étude comparée des trajets de chargement montre pour le cas statique une évolution continue de la composante hydrostatique et pour le cas dynamique une diminution de cette composante hydrostatique dès le début de la plastification qui devient ainsi très intense.

L'ensemble de ces résultats nous invite à penser que la modification de la loi de comportement et principalement la variation du coefficient d'écroûissage sont responsables de l'augmentation de ténacité mesurée pour l'acier 35NCDV12 à $\dot{K} = 5 \times 10^6$ MPa/ms⁻¹.

Peu de résultats expérimentaux confirment cette augmentation de la ténacité. Néanmoins, des travaux récents de DUFFY /9/ sur un acier 1020, KLEPACZKO /10/ sur un acier à 0,45% C et DORMEVAL et STELLY /11/ sur un acier 35NCD16 ont montré une évolution similaire.

5. CONCLUSION

La ténacité de l'acier 35NCDV12 augmente de façon sensible à haute vitesse de déformation $\dot{K} = 5 \times 10^6$ MPa/ms⁻¹.

Cette évolution semble être due à la modification de la loi de comportement comme l'indiquent les calculs aux éléments finis.

VI. BIBLIOGRAPHIE

- /1/ H. KOLSKY - "Stress waves in solids", Phil. Mag., 45 (1954) 712-721.
- /2/ J. KLEPACZKO, Z. MALINOWSKI - "Dynamic frictionnal effects as measured from the Split Hopkinson Pressure Bar", Institute of Fundamental Technological Research, VARSOVIE, Pologne.
- /3/ J. CARLSON, S.G. LARSSON - J. Mech. Phys. Solids, vol. 21 (1975) 263-278.
- /4/ J.R. RICE, P.M. TRACEY - "Numerical and Computer methods in structural mechanics", Academic Press N.Y., p; 585.
- /5/ J.R. RICE, N. LEVY - "Local heating by plastic deformation at a crack tip" Physics of strength and plasticity, Argon Editeur, p. 227-259.
- /6/ E.D.H. DAVIES - J. Mech. Phys. Solids, 11(1963) 155.
- /7/ J.F. McCLINTOCK - "Models of spall failure by hole growth" in Metallurgical effects at high strain rates, Ed. R.W. Rhode et al Plenum (1973).
- /8/ M.M. CARROL, A.C. HOLT - "Static and dynamic pore - collapse relations for ductile porous materials", J. Appl. Phys., 43 (1972) 1626.
- /9/ J. DUFFY - "Testing techniques and material behaviour at high rates of strain", BROWN Institute, PROVIDENCE, Rhode Island (1979).
- /10/ J. KLEPACZKO - Discussion of a new experimental method in measuring fracture toughness initiation at high loading rates by stress waves, Tech. report M.R.L., BROWN University, PROVIDENCE, Rhode Island, O2912.
- /11/ R. DORMEVAL, M. STELLY - "Caractérisation mécanique des matériaux aux grandes vitesses de déformation", Centre d'Etudes de BRUYERES LE CHATEL, Rapport C.E.A. R.5044 (1980).
- /12/ B. DAMBRINE, Thèse, Université de METZ, octobre 1981.

GONFLEMENT DES BRAMES DANS LA COULEE CONTINUE DE L'ACIER

Z. SMARZYNSKI

Institut de Recherche de la Sidérurgie, Maizières-les-Metz, France

J.D. WEBER

Laboratoire de Mécanique, Université de Metz, France

RESUME

La paroi solidifiée de la brame est assimilée à une poutre viscoplastique défilant sur les rouleaux de soutien, et soumise à la pression de l'acier liquide. Partant de l'équation rhéologique $\sigma = \lambda \epsilon^n e^{m\epsilon}$ où λ , n , m dépendent de la température, on trouve une expression du gonflement en fonction de l'écartement entre les rouleaux, de la pression de l'acier liquide, de la vitesse de la brame, de l'épaisseur solidifiée, de la température externe et interne. Un modèle de Maxwell non linéaire conduit à une autre valeur du gonflement, par une méthode de différences finies.

ABSTRACT

The solid wall of the slab is considered as a viscoplastic beam moving on the rolls, and submitted to the pressure of liquid steel. Starting from the rheological equation $\sigma = \lambda \epsilon^n e^{m\epsilon}$ in which λ , n , m are functions of the temperature, an expression of the bulging is derived, as a function of the distance between rolls, the pressure of liquid steel, the speed of the slab, the solidified thickness, the external and internal temperature. A non linear Maxwell model provides a different value of the bulging, by a finite difference method.

1. INTRODUCTION

Le gonflement de la brame dans la coulée continue de l'acier est dû à la pression que l'acier liquide exerce sur les parois solidifiées. Les rouleaux de soutien sur lesquels défile la brame ont pour effet de limiter ce gonflement ; rappelons qu'un gonflement excessif peut être à l'origine de défauts au coeur de la brame, tels que ségrégation axiale et fissures internes.

Nous schématisons le comportement de la peau de la brame en la représentant par une poutre horizontale de hauteur h , de largeur unité, reposant sur une infinité de rouleaux équidistants, d'espacement L . La poutre est soumise à une pression verticale uniformément répartie p , exercée par l'acier liquide. Elle se déplace horizontalement à la vitesse u sur les rouleaux de soutien. Soit $v(x)$ l'ordonnée de la fibre moyenne de la poutre dans le repère Oxy (Fig.1), et soit $\Delta = v_{\max} - v_{\min}$ le gonflement. On désigne par M_0 et M_1 les moments fléchissants sur les appuis $x = 0$ et $x = L$. On est ainsi conduit à poser les conditions aux limites

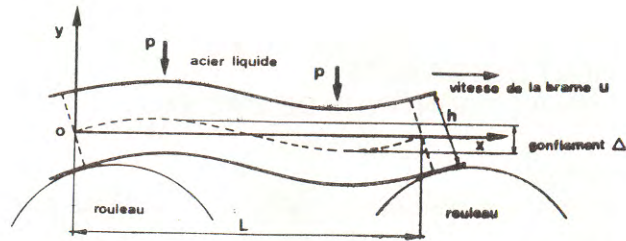


Figure 1 - Déformée de la peau de la brame soumise à la pression P de l'acier liquide.

$$v(0) = v(L) = 0 \quad v'(0) = v'(L) \quad v''(0) = v''(L) \quad M_0 = M_1 \quad (1)$$

On néglige donc l'évolution des caractéristiques géométriques et mécaniques de la poutre sur deux appuis consécutifs, et on admet que la déformée est périodique de période L.

La validité de cette hypothèse de périodicité de la déformation semble d'ailleurs confirmée par les essais effectués à l'IRSID, dans lesquels une poutre horizontale en plastiline, qui constitue le fond d'un réservoir rempli d'eau, se déplace à vitesse constante sur des rouleaux régulièrement espacés.

Les conditions (1) diffèrent de celles de Sdwerdtfeger /1/, qui posait

$$v(0) = v'(0) = v''(0) = 0 \quad v(L) = v'(L) = 0$$

et adoptait pour loi de comportement de l'acier $\sigma = \lambda \dot{\epsilon}^m$.

Nous utiliserons trois modèles rhéologiques :

a) le modèle purement visqueux linéaire isotherme $\sigma = \lambda \dot{\epsilon}$, qui n'a qu'un intérêt théorique. Il permet un calcul explicite de $v(x)$.

b) le modèle viscoplastique $\sigma = \lambda \epsilon^n \dot{\epsilon}^m$ (2)

Des essais effectués à l'IRSID en traction simple et en torsion prouvent la validité de cette représentation. On a par exemple, avec l'acier 18 M 5 en torsion entre 800°C et 1200°C, σ étant exprimé en N/mm² et $\dot{\epsilon}$ en sec⁻¹

$$\lambda = 2,72 \exp \frac{(5000)}{T+273} \quad n = 0,23 \quad m = 0,133 \frac{T}{1000} \quad (3)$$

c) le modèle de Maxwell non linéaire

On admet que la température T est fonction linéaire de y, avec $T = T_C$ pour $y = h/2$ et $T = T_F$ pour $y = -h/2$ ($T_C = 1500^\circ\text{C}$, $T_F = 700$ à 1000°C)

2. MODELE PUREMENT VISQUEUX LINEAIRE ISOTHERME

L'équation rhéologique est $\sigma = \lambda \dot{\epsilon}$, λ étant constant

Nous admettons dans tout cet article l'hypothèse selon laquelle les sections planes restent planes et normales à la fibre moyenne après déformation.

Posons
$$v'' = \frac{d^2 v}{dx^2} \quad v''' = \frac{d^3 v}{dx^3}$$

On a
$$\epsilon = -v'' y$$

$$\dot{\epsilon} = -\dot{v}'' y = -u v''' y$$

Le moment fléchissant à l'abscisse x est
$$M = \int_{-h/2}^{h/2} -\sigma y dy$$

d'où l'on déduit
$$v''' = \alpha M \text{ avec } \alpha = \frac{12}{\lambda u h^3}$$

d'autre par
$$M = M_0 + \frac{pLx}{2} - \frac{px^2}{2}$$
 puisque $\frac{d^2 M}{dx^2} = -p$ et $M_1 = M_0$

On a donc
$$v''' = \alpha \left(M_0 + \frac{pLx}{2} - \frac{px^2}{2} \right)$$

$$v'' = \alpha \left(c + M_0 x + \frac{pLx^2}{4} - \frac{px^3}{6} \right)$$

$$v' = \alpha \left(d + cx + \frac{M_0 x^2}{2} + \frac{pLx^3}{12} - \frac{px^4}{24} \right)$$

$$v = \alpha \left(e + dx + c \frac{x^2}{2} + M_0 \frac{x^3}{6} + \frac{pLx^4}{48} - \frac{px^5}{120} \right)$$

Les conditions (1) déterminent M_0 , c, d, e. On obtient

$$v = \alpha p \left(\frac{L^4 x}{720} - \frac{L^2 x^3}{72} + \frac{L x^4}{48} - \frac{x^5}{120} \right)$$

On vérifie que $v(L-x) = -v(x)$.

D'autre part $v_{\max} = 2.10^{-4} \alpha p L^5$.

Le gonflement a donc pour expression

$$\Delta = 4.10^{-4} \alpha p L^5$$

3. MODELE VISCOPLASTIQUE.

En traction simple, la formule (2) a été établie expérimentalement pour $\epsilon > 0$, $\dot{\epsilon} > 0$.

Dans le problème du gonflement des brames, ϵ et $\dot{\epsilon}$ peuvent avoir des signes quelconques. Nous admettons qu'on peut écrire

$$\sigma = \lambda |\epsilon|^n \dot{\epsilon}^m \quad (3)$$

en convenant que pour $\dot{\epsilon} < 0$ la notation $\dot{\epsilon}^m$ représente $-|\dot{\epsilon}|^m$; en d'autres termes, quels que soient la variable Z et l'exposant α , nous posons dans ce paragraphe

$$Z^\alpha = \text{sgn } Z |Z|^\alpha$$

Cette convention permet d'écrire, quelles que soient les variables Z et Z₁ et quelle que soit la fonction f(x), $(Z Z_1)^\alpha = Z^\alpha Z_1^\alpha$

$$Z^{\alpha+\beta} = |Z|^\alpha Z^\beta, \quad Z^\alpha Z^\beta = |Z|^{\alpha+\beta}$$

$$(Z^\alpha)^\beta = Z^{\alpha\beta}$$

$$\frac{d f^\alpha}{dx} = \alpha |f|^{\alpha-1} \frac{df}{dx}$$

Soit

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\lambda(y) v'' |y - y_0|^n (-u v'' (y - y_0))^m y dy$$

d'où

$$M = u^m |v''|^n (v''')^m J$$

avec

$$J = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \lambda(y) |y - y_0|^{m+n+1} dy$$

J peut être appelé l'inertie généralisée.

Nous pouvons encore écrire

$$|v''|^{\frac{m}{m+n}} v''' = \frac{M^{\frac{m}{m+n}}}{u J^{\frac{1}{m+n}}} \quad (4)$$

Le premier membre de (4) est la dérivée de

$$\frac{m}{m+n} v''^{\frac{m+n}{m}}$$

Nous allons poser a priori $v''(0) = 0$ et vérifier que l'on satisfait ainsi à toutes les conditions du problème.

En effet

$$v''^{\frac{m+n}{m}} = \frac{m+n}{m} \frac{1}{u J^{\frac{1}{m+n}}} \int_0^x \frac{1}{M^{\frac{1}{m}}} dx \quad (5)$$

avec $M = M_0 + \frac{p L x}{2} - \frac{p x^2}{2}$

Notons que pour un corps viscoplastique retrouvant sa longueur initiale ($\epsilon = 0$) après un trajet de chargement quelconque, la contrainte est en général différente de zéro si $\dot{\epsilon} \neq 0$, alors que (3) donne $\sigma = 0$. Une façon de s'affranchir de cette difficulté consisterait à poser $\epsilon = f|\dot{\epsilon}|$, mais il faudrait alors changer les conditions (1). Nous ne suivons pas cette voie et nous en tiendrons à (3), la dilatation ayant son sens usuel. Nous nous placerons dans le cas où n et m sont indépendants de la température. Soit y_0 l'ordonnée de la fibre neutre, déterminée par la condition

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma dy = 0$$

Compte tenu de (3) et de

$$\begin{aligned} \epsilon &= -v''(y - y_0) \\ \dot{\epsilon} &= -v'''(y - y_0) \end{aligned}$$

On obtient

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \lambda(y) (y - y_0)^{m+n} dy = 0$$

équation qui détermine y_0 lorsqu'on connaît $\lambda(y)$.

On calcule ensuite

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\sigma y dy$$

(1) acier de tôles fortes, dont la composition est la suivante : C, 0,18 % ; Mn, 1,37 % ; S, 0,009 % ; P, 0,018 % ; Si, 0,42 %.

Notons que $M(L-x) = M(x)$
On choisit M_0 de façon que

$$\int_0^L \frac{1}{M^m} dx = 0$$

Nous utiliserons les deux remarques suivantes :

a) Soit une fonction $f(x)$ telle que $f(L-x) = f(x)$

et
$$\int_0^L f(x) dx = 0$$

Si l'on pose $g(x) = \int_0^x f(u) du$

alors $g(L-x) = -g(x)$

En effet
$$\int_0^{L-x} f(u) du = \int_0^L f(u) du + \int_L^{L-x} f(u) du$$

La première intégrale du second membre est nulle par hypothèse.
On effectue sur la seconde le changement de variable $u = L-v$, qui donne

$$-\int_0^x f(L-v) dv = -\int_0^x f(v) dv$$

b) Soit une fonction $f(x)$ telle que $f(L-x) = -f(x)$.

Si l'on pose $g(x) = \int_0^x f(u) du$

alors $g(L-x) = g(x)$
La démonstration est analogue à celle de a).

Appliquons a) à $f(x) = M^m$. On en déduit d'après (5) que

Si $v''(L-x) = -v''(x)$

$$v_1(x) = \int_0^x v''(u) du$$

alors d'après b)

$$v_1(L-x) = v_1(x)$$

Posons $v'(x) = v'(0) + v_1(x)$

On a $v'(L-x) = v'(x)$

Choisissons $v'(0)$ de façon que

$$\int_0^L v'(u) du = 0$$

et posons $v(x) = \int_0^x v'(u) du$

On aura alors d'après a)

$$v(L-x) = -v(x)$$

En particulier $v(0) = v(L) = 0$.

Toutes les conditions (1) ont pu être satisfaites en posant $v''(0) = 0$.

Nous allons maintenant trouver une expression analytique du gonflement.
Posons $\bar{x} = \frac{x}{L}$. La formule (5) s'écrit :

$$L v'' = \varphi(L, p, u, J) \psi(\bar{x})$$

avec
$$\varphi = \left(\frac{m+n}{m} \frac{1}{u J^m} (p L^2)^{\frac{1}{m} \frac{m}{m+n}} \right)$$

$$\psi(x) = \left(\int_0^{\bar{x}} (\bar{M}_0 + \bar{x}(1-\bar{x}))^{\frac{1}{m} \frac{m}{m+n}} dx \right)^{\frac{m}{m+n}}$$

$$\bar{M}_0 = \frac{M_0}{p L^2}$$

En intégrant deux fois $\psi(\bar{x})$, on obtient une fonction $\theta(\bar{x})$. Les deux constantes d'intégration sont déterminées de façon que

$$\theta(0) = \theta(1) = 0$$

On obtient alors $v = L^2 \theta(\bar{x})$

d'où, en reprenant la définition du gonflement

$$\Delta = L^2 (\theta_{\max} - \theta_{\min})$$

On peut donc poser

$$\Delta = H \left(\frac{1}{u J^m} (p L^2)^{\frac{1}{m} \frac{m}{m+n}} L^2 \right)$$

soit $\Delta = H \frac{L^a p^b}{u^c J^b}$

avec $a = 2 + \frac{2}{m+n} + \frac{m}{m+n}$ $b = \frac{1}{m+n}$ $c = \frac{m}{m+n}$

H est une fonction de m et n. Elle est sans dimensions. Elle peut être calculée numériquement en faisant $L = p = u = J = 1$ dans (5) et en procédant à deux intégrations.

On obtient, pour $m = n = 0,2$

$$H = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ d'où } \Delta = 1,9 \cdot 10^{-5} \frac{L^{7,5} p^{2,5}}{u^{0,42} J^{2,5}} \quad (6)$$

D'autre part, pour $n = 0,23$ et $m = 0,166$ (acier 18M5, avec pour m la moyenne des valeurs pour $T = 1500^\circ\text{C}$ et $T = 1000^\circ\text{C}$)

$$H = 2,2 \cdot 10^{-5}$$

d'où

$$\Delta = 2,2 \cdot 10^{-5} \frac{L^{7,47} p^{2,52}}{u^{0,42} j^{2,52}} \quad (7)$$

Pour éviter le calcul de J, introduisons une nouvelle hypothèse simplificatrice qui consiste à admettre que $\lambda(y)$ est une fonction linéaire de y s'annulant pour $y = \frac{h}{2}$ soit $T = T_C$.

Cette hypothèse est assez bien vérifiée par les essais de tractions et de torsion entre 800°C et 1200°C ; par ailleurs les propriétés rhéologiques de l'acier entre 1200° et 1500° sont fort mal connues ; notre hypothèse revient à extrapoler entre 1200°C et 1500°C les propriétés rhéologiques mesurées entre 800°C et 1200°C. On pose $\lambda(T_F) = \lambda_0$ pour $y = -h/2$. J peut alors être exprimé en fonction de λ_0 et h.

$$J = \frac{\lambda_0}{h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{(h-y)}{2} |y-y_0|^{m+n+1} dy$$

On a dans ce cas

$$\Delta = K \frac{L^a p^b}{u^c \lambda_0^d h^d}$$

a, b, c ont les valeurs ci-dessus, et $d = \frac{2}{m+n} + 1$

Pour $m+n = 0,4$, l'ordonnée y_0 de la fibre neutre est $y_0 = -0,19 h$

et l'on obtient $J = 0,057 h^{2,4}$

Pour $m = n = 0,2$, on obtient ainsi $K = 0,024$ d'où

$$\Delta = 0,024 \frac{L^{7,5} p^{2,5}}{u^{0,5} \lambda_0^{2,5} h^6} \quad (8)$$

Pour $n = 0,23$, $m = 0,166$, on obtient de même $K = 0,03$ d'où

$$\Delta = 0,03 \frac{L^{7,47} p^{2,52}}{u^{0,42} \lambda_0^{2,52} h^{6,05}} \quad (9)$$

Cette formule a été appliquée à l'acier 18 M 5, pour $L = 450$ mm, $p = 0,7$ N/mm², $u = 16,6$ mm/sec, $h = 100$ mm. Avec $T_F = 800^\circ\text{C}$, on obtient $\Delta = 0,122$ mm ; avec $T_F = 1000^\circ\text{C}$, $\Delta = 0,77$ mm.

4. MODELE DE MAXWELL.

Nous reproduisons sur la figure 3 les courbes $\sigma - \epsilon$ obtenues en traction simple pour différentes vitesses $\dot{\epsilon}$ et pour différentes températures. Elles ne sont en accord avec la représentation (2) que pour $\epsilon > 5 \cdot 10^{-3}$. En réalité ϵ est de l'ordre de 10^{-3} .

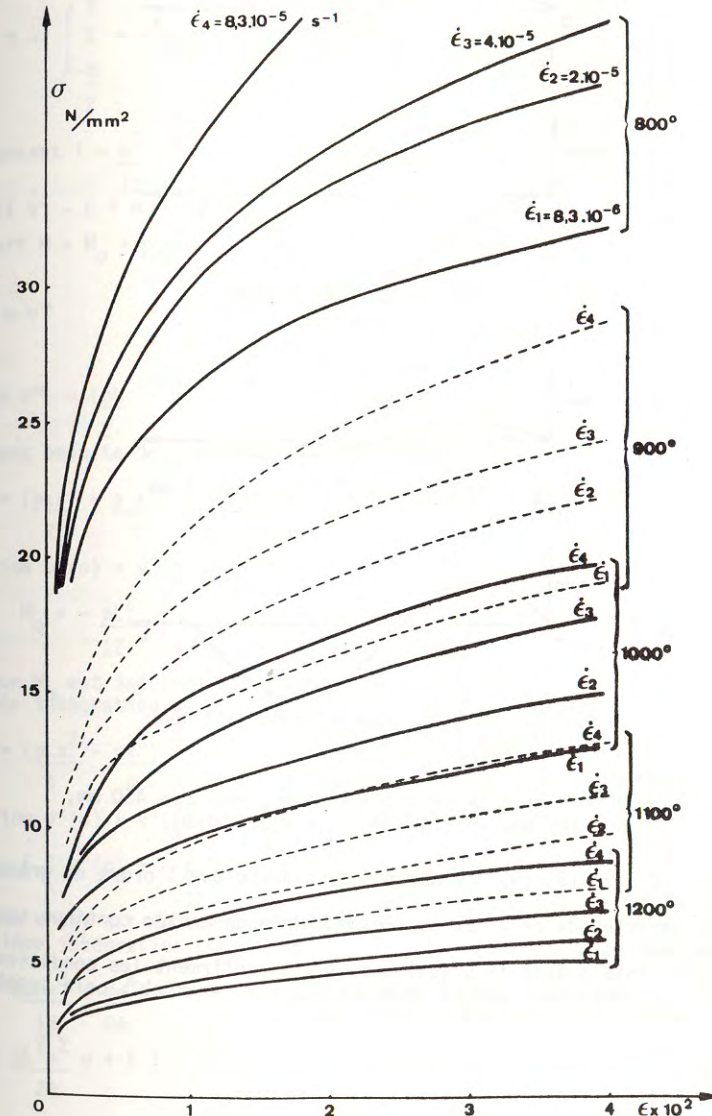


Figure 3
Courbes de traction de l'acier 18M5

On a représenté sur la figure 2 la déformée pour $T_F = 800^\circ\text{C}$ et 1000°C .

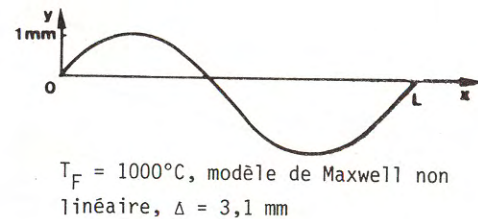
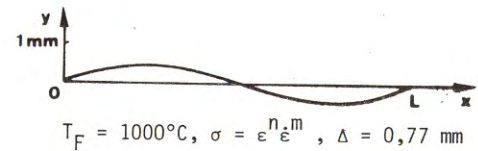
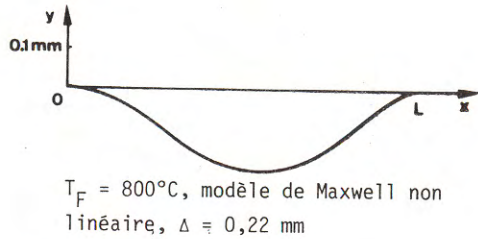
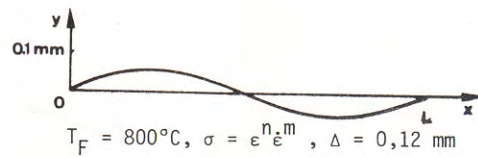


Figure 2 - Déformée de la peau de la brame, pour $L_2 = 450 \text{ mm}$, $h = 100 \text{ mm}$, $u = 16,6 \text{ mm/s}$, $p = 0,7 \text{ N/mm}^2$

Les formules (6) (7) (8) (9) ne donnent sans doute que l'ordre de grandeur du gonflement.
 Les mesures directes de celui-ci sur les machines de coulée continue sont difficiles et imprécises.
 Notons que les essais avec la plasticine, s'ils confirment les conditions aux limites (1), ne confirment pas la relation $v(L-x) = -v(x)$; cela suggère le recours à une équation rhéologique autre que (2).

On remarque sur la figure 3 que les courbes $\sigma - \epsilon$ ne sont pas tangentes en 0 à l'axe $O \sigma$ comme la prévoit la relation (2), mais à une droite dont la pente dépend de T . D'où l'idée d'essayer de représenter le comportement de matériau par le modèle de Maxwell non linéaire $\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - E g \sigma^r$ (10)
 E (module d'Young), g, r , étant des fonctions de T ;
 Etudions tout d'abord le problème du gonflement pour le modèle de Maxwell linéaire, lorsque la température est uniforme: $\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - E f \sigma$, où f est une constante.

Avec
$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\sigma y dy \quad \epsilon = -v''y$$

On a, en posant $I = \frac{h^3}{12}$

$$\dot{M} = EI \dot{v}'' - E f M$$

D'autre part $M = M_0 + \frac{pLx}{2} - \frac{px^2}{2}$

et $\dot{v}'' = u v'''$

De là
$$EI u v''' = \left(\frac{pL}{2} - px\right) u + E f \left(M_0 + \frac{pLx}{2} - \frac{px^2}{2}\right)$$

Nous opérons ensuite des intégrations successives.

$$EI u v'' = \left(\frac{pLx}{2} - \frac{px^2}{2}\right) u + E f \left(M_0 x + \frac{pLx^2}{4} - \frac{px^3}{6}\right) + EI u v''(0)$$

La condition $v''(0) = v''(L)$ entraîne

$$M_0 = -\frac{pL^2}{12}$$

On note que M_0 est indépendant de f et de u .
 Une seconde intégration donne

$$EI u v' = \left(\frac{pLx^2}{4} - \frac{px^3}{6}\right) u + E f \left(-\frac{pL^2x^2}{24} + \frac{pLx^3}{12} - \frac{px^4}{24}\right) + EI u v'(0) x + EI u v'(0)$$

La condition $v'(0) = v'(L)$ entraîne

$$EI v''(0) = -\frac{pL^2}{12}$$

On note que $v''(0)$ est indépendant de f et de u .
 Une troisième intégration conduit à

$$EI u v = \left(\frac{pLx^3}{12} - \frac{px^4}{24}\right) u + E f \left(-\frac{pL^2x^3}{72} + \frac{pLx^4}{48} - \frac{px^5}{120}\right) - \frac{pL^2x^2}{24} u + EI u v'(0) x + EI u v(0)$$

Puisque $v(0) = v(L) = 0$, on a $I u v'(0) = \frac{fpl^4}{720}$

Finalement

$$E I v = - \frac{pL^2 x^2}{24} + \frac{pLx^3}{12} - \frac{px^4}{24} + \frac{E f (pL^4 x - pL^2 x^3 + pLx^4 - px^5)}{u \begin{matrix} 720 & 72 & 48 & 120 \end{matrix}} \quad (11)$$

Venons-en au cas du modèle de Maxwell non linéaire.

Les courbes expérimentales (fig. 3) conduisent à l'équation $\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - E g \sigma^r$ où E, g, r sont des fonctions de T .

On a admis que $E(800) = 101\,000 \text{ N/mm}^2$

$$E(900) = 65\,000$$

$$E(1000) = 26\,000$$

$$E(1100) = 10\,000$$

$$E(1200) = 5\,800$$

$$E(1300) = 3\,500$$

$$E(1400) = 1\,100$$

$$E(1500) = 0$$

$$\text{soit } E(T) = 8,57 (1500 - T) + 9,674 \cdot 10^{-8} (1500 - T)^{4,215}$$

Les valeurs de g et r ont été déduites des courbes expérimentales de la fig. 3. Pour chaque température, on a choisi les valeurs de $\sigma, \dot{\sigma}$ correspondant à

$$\epsilon = 10^{-3}, \dot{\epsilon} = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ et } \ddot{\epsilon} = 8,3 \cdot 10^{-5}.$$

On trouve ainsi

$$g(T) = 10(0,03466(T - 1400))$$

$$r = 0,0177 (1500 - T)$$

Pour établir un programme de calcul de la déformée, on choisit pour inconnues $v(x)$ ($0 \leq x \leq L$) la contrainte de flexion $\sigma(x,y)$ ($0 \leq x \leq L, -\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2}$), le moment M_0 et la dérivée $\eta = \frac{d\epsilon_0}{dx}$ de la dilatation

$\epsilon_0(x)$ de la fibre moyenne. Pour que la méthode de résolution réussisse, on doit remplacer l'équation $\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - E g \sigma^r$ par l'équation $\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - E f \sigma - E g \sigma^r$, où f est une constante suffisamment petite. Nous en donnerons ci-dessous la raison.

Les équations sont alors :

$$\sigma = E \dot{\epsilon} - E f \sigma - E g \sigma^r$$

$$\epsilon = -v'' y + \epsilon_0$$

$$\eta = \frac{d\epsilon_0}{dx}$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\sigma y dy = M_0 + \frac{pLx}{2} - \frac{px^2}{2}$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma dy = 0$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma dy = 0$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma dy = 0$$

On peut par exemple utiliser le maillage de la figure 4, avec $a = \frac{L}{10}, b = \frac{h}{5}$

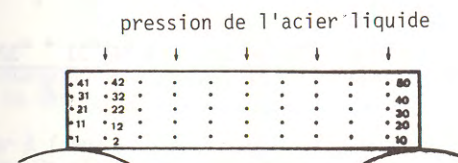


Figure 4 - Calcul de la déformée par différences finies
Maillage

$$\text{On pose } T_i = T_F + \frac{2i-1}{10} (T_C - T_F) \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5)$$

$$E_i = E(T_i) \quad g_i = g(T_i) \quad r_i = r(T_i)$$

$$\frac{u}{a} (\sigma_2 - \sigma_1) = \frac{E_1 u}{a^3} \cdot 2 b (v_3 - 3 v_2 + 3 v_1 - v_{10}) + \frac{E_1 u (\eta_1 + \eta_2)}{2}$$

$$- \frac{E_1 f (\sigma_1 + \sigma_2)}{2} - \frac{E_1 g_1 (\sigma_1 + \sigma_2)^{r_1}}{2}$$

$$\frac{u}{a} (\sigma_3 - \sigma_2) = \frac{E_1 u}{a^3} \cdot 2 b (v_4 - 3 v_3 + 3 v_2 - v_1) + \frac{E_1 u (\eta_2 + \eta_3)}{2} - \frac{E_1 f (\sigma_2 + \sigma_3)}{2}$$

$$- \frac{E_1 g_1 (\sigma_2 + \sigma_3)^{r_1}}{2}$$

....

$$\frac{u}{a} (\sigma_{12} - \sigma_{11}) = \frac{E_2 u}{a^3} b(v_3 - 3v_2 + 3v_1 - v_{10}) + E_2 \frac{u(\eta_1 + \eta_2)}{2} - E_2 \frac{f(\sigma_{11} + \sigma_{12})}{2} - E_2 \frac{g_2(\sigma_{11} + \sigma_{12})}{2} r_2$$

....

$$\frac{u}{a} (\sigma_{22} + \sigma_{21}) = E_3 \frac{u(\eta_1 + \eta_2)}{2} - E_3 \frac{f(\sigma_{21} + \sigma_{22})}{2} - E_3 \frac{g_3(\sigma_{21} + \sigma_{22})}{2} r_3$$

....

$$\frac{u}{a} (\sigma_{32} - \sigma_{31}) = -\frac{E_4 u}{a^3} b(v_3 - 3v_2 + 3v_1 - v_{10}) + E_4 \frac{u(\eta_1 + \eta_2)}{2} - E_4 \frac{f(\sigma_{31} + \sigma_{32})}{2} - E_4 \frac{g_4(\sigma_{31} + \sigma_{32})}{2} r_4$$

....

$$\frac{u}{a} (\sigma_{42} + \sigma_{41}) = -\frac{E_5 u}{a^3} b(v_3 - 3v_1 + 3v_1 - v_{10}) + E_5 \frac{u(\eta_1 + \eta_2)}{2} - E_5 \frac{f(\sigma_{41} + \sigma_{42})}{2} - E_5 \frac{g_5(\sigma_{41} + \sigma_{42})}{2} r_5$$

$$2 b^2 \sigma_1 + b^2 \sigma_{11} - b^2 \sigma_{31} - 2 b^2 \sigma_{41} = M_0$$

$$2 b^2 \sigma_2 + b^2 \sigma_{12} - b^2 \sigma_{32} - 2 b^2 \sigma_{42} = M_0 + p \cdot 5 a^2 - p \frac{a^2}{2}$$

....

$$2 b^2 \sigma_{10} + b^2 \sigma_{20} - b^2 \sigma_{40} - 2 b^2 \sigma_{50} = M_0 + p \cdot 45 a^2 - p \frac{81 a^2}{2}$$

$$\sigma_1 + \sigma_{11} + \sigma_{21} + \sigma_{31} + \sigma_{41} = 0$$

$$\sigma_2 + \sigma_{12} + \sigma_{22} + \sigma_{32} + \sigma_{42} = 0$$

....

$$\sigma_{10} + \sigma_{20} + \sigma_{30} + \sigma_{40} + \sigma_{50} = 0$$

$$v_1 = 0$$

C'est un système de 71 équations à 71 inconnues.

On peut l'écrire sous la forme

$$A X = B + C(X)$$

où A est une matrice 71 x 71, et X, B, C(X) trois vecteurs à 71 composantes.

C(X) est une fonction non linéaire de X qui s'annule lorsque g = 0.

Le système A X = B est singulier pour f = 0, puisque l'équation rhéologique $\dot{\epsilon} = E\dot{\sigma}$ ne définit σ qu'à l'addition près d'une fonction $\sigma_0(y)$. Celle-ci doit vérifier

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\sigma_0 y dy = 0 \quad \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_0 dy = 0$$

ce qui la laisse indéterminée. On voit qu'il y a une infinité de solutions du système A X = B dans le cas f = 0.

On doit donc donner à f une valeur non nulle pour que le système A X = B admette une solution unique. On choisit f suffisamment petit pour que $\dot{\epsilon} \gg f\sigma$, c'est-à-dire pour que l'équation $\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon} - E f\sigma - E g\sigma$ puisse être substitué à $\dot{\sigma} = E\dot{\epsilon} - E g\sigma$.

Nous avons pris $f = 10^{-8}$.

On emploie pour résoudre l'équation A X = B + C(X) une méthode itérative.

La figure 2 donne deux déformées calculées par cette méthode, à titre d'exemple.

Notons que pour $T_c = T_F$, $f \neq 0$, $g = 0$ on doit retrouver la solution analytique (11), ce qui permet de contrôler la programmation.

5. CONCLUSION.

Nous proposons deux modes de calcul du gonflement : Les formules (6) (7) (8) (9) ont l'avantage de la simplicité ; cependant la relation $v(L-x) = -v(x)$ à laquelle conduit leur démonstration n'est pas confirmée par les essais sur la plasticine. Le calcul basé sur le modèle de Maxwell non linéaire semble plus réaliste car il repose sur l'interprétation des courbes $\sigma - \epsilon$ de l'acier à chaud pour de petites valeurs de ϵ ($\epsilon \approx 10^{-3}$).

REMERCIEMENTS.

Cette étude a été effectuée dans le cadre d'un contrat avec la DGRST, que nous tenons à remercier.

REFERENCES.

- 1- MIYAZAWA K. and SCHWERDTFEGER K.
Computation of bulging of continuously cast slabs with simple bending theory.
Iron and Steelmaking, 1979, N° 2, (68-74).
- 2- GRILL A. and SCHWERDTFEGER K.
Finite element analysis of bulging produced by creep in the continuously cast steel slabs.
Iron and Steelmaking 6, 1979, N° 3, (131-35).
- 3- PALMAERS A., ETIENNE A. und MIGNON J.
Berechnung der beim Stranggiessen auftretenden mechanischen und termischen Spannungen.
Stahl und Eisen 99, 1979, N° 19, (1039-1050).
- 4- WUNNERBERG K.
Strangausbauchung zwischen Stützrollen beim Stranggiessen von Brammen.
Stahl und Eisen, 23 mars 1978, 98 N° 6, (254-259).
- 5- BLOSSEY R.G.
A Theoretical analysis of the bulging of strand cast slabs.
Continuous casting, 1979.
Proceedings of the continuous casting symposium.
102 AIME Annual meeting. Chicago, Illinois.
- 6- WILLIAMS J.R., LEWIS R.W. and MORGAN K.
An elasto-viscoplastic thermal stress model with application to the continuous casting of metals.
International Journal for numerical methods in engineering, 1979, N° 14, (1-9).

TIME-DEPENDENT BEHAVIOUR OF GYPSUM PLASTERS

B. CAUFIN et A. PAPO
Istituto di Chimica, Università degli Studi di Udine, Italie
R. LAPASIN
Istituto di Chimica Applicata e Industriale,
Università degli Studi di Trieste, Italie

RESUME

On a étudié le comportement rhéologique, et particulièrement la dépendance du temps, des mélanges plâtre/eau. On a employé un viscosimètre à cylindres coaxiaux, Rotovisko-Haake RV3. Les expériences ont été conduites dans un large domaine des vitesses de déformation. Les mélanges plâtre/eau ont manifesté un comportement rhéologique du type "partiellement" thixotropique. Pour chaque vitesse de déformation le train de l'effort de cisaillement avec le temps est caractérisé par la diminution de τ due à la prédominance de la désagrégation de la structure thixotropique avec l'accroissement du même dû à l'établissement du phénomène de la prise.

ABSTRACT

To study the time-dependent behaviour of gypsum plasters, calcium sulfate hemihydrate suspensions in water with solid volume fractions covering the range 0.347-0.437 were prepared. Rheological tests were performed with the coaxial cylinder viscometer Rotovisko-Haake RV3 within a wide range of shear rates. Gypsum plasters exhibited a "partially" thixotropic flow behaviour. For each shear rate, the shear stress transient, which is characterized by a shear stress decay due to the prevailing effect of the thixotropic structure breakdown and a shear stress increase to be ascribed to the prevailing

effect of gypsum setting process, was determined. One model suitable for describing the shear stress transient is presented.

1. INTRODUCTION

The knowledge of the rheological behaviour of gypsum plasters is of paramount importance for the design of process equipment in the preparation of gypsum articles in continuous devices.

But, only a few papers on this subject are available in the literature⁽¹⁻³⁾, since some difficulties are generally encountered in the determination of the rheological properties of gypsum plasters owing to the fast setting and hardening of these materials.

The rheological behaviour of gypsum plasters depends on several factors of different nature, such as: gypsum grain shape and size, water/gypsum ratio, gypsum chemical and mineralogical composition and its modifications due to hydration process, mixing and measurements conditions, and so on.

In a previous paper⁽¹⁾ the rheological behaviour of a series of gypsum plasters, aqueous suspensions of calcium sulfate hemihydrate, prepared at various solid volume fractions was studied. All the systems examined exhibited a "partially" thixotropic flow behaviour. In⁽¹⁾ only the investigation on gypsum plaster shear-dependent behaviour was focused.

Aim of the present work is a detailed study of the time-dependent behaviour of the same materials.

2. EXPERIMENTAL

2.1. Materials

Gypsum/water suspensions were prepared from distilled water and a commercial grade hemihydrate, whose chemical, physical, and mineralogical characteristics are reported in Tables 1 and 2.

The hemihydrate volume fractions were in the range 0.347 (equivalent to a water/gypsum weight ratio $W=100/130$) to 0.437 ($W=100/190$).

2.2. Apparatus

The rheological tests were performed with the coaxial cylinder viscometer,

Searly-type, Rotovisko-Haake RV3, and the measuring device MVI (0.96 mm clearance).

The shear rates applied were within the range $299.5 \pm 2106 \text{ s}^{-1}$.

The rheograms were registered by means of the X-Y-t Laumann recorder.

The tests were carried out at $25 \pm 0.1^\circ\text{C}$.

Table 1

Chemical and physical characteristics of hemihydrate

	wt %
Moisture	0.09
Loss on ignition	21.08
Insoluble matter	6.54
SO ₄ ⁻⁻⁻	47.46
Ca ⁺⁺	21.53
CO ₂	2.21
SiO ₂	3.34
Al ₂ O ₃	1.12
Fe ₂ O ₃	0.24
MgO	1.60
	Kg/dmc
Density	2.444

Table 2

Mineralogical characteristics of hemihydrate

	wt %
Gypsum	85.1
Calcyte	5.0
Clays	4.0
Feldspars	4.1
not determined	1.8

2.3.Procedures

Each mix was prepared with a vane stirrer (mixing rate:100 RPM;mixing time:30 s).

The rheological measurements were carried out at constant shear rate immediately after mixing.For each shear rate a fresh sample was employed.

For a deeper inside into the time-dependent behaviour of the materials studied also the following procedures were tested:

-Hysteresis cycles ($\dot{\gamma}_{\max}=936 \text{ s}^{-1}$; $\ddot{\gamma}=15.6 \text{ s}^{-2}$)

- Step-wise decreasing (increasing) shear rate sequence:the procedures are reported schematically in Figures 1 and 2.They consist in subjecting the

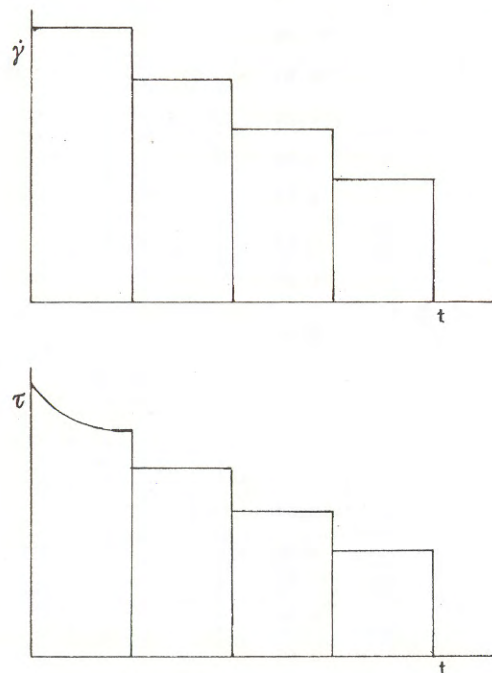


Fig.1-Step-wise decreasing shear rate sequence

material to be tested to a "high" ("low") shear rate until a steady value of shear stress is attained and then testing the same sample at various step-wise decreasing (increasing) shear rates.Each $\dot{\gamma}$ is kept constant until a τ steady value is reached.

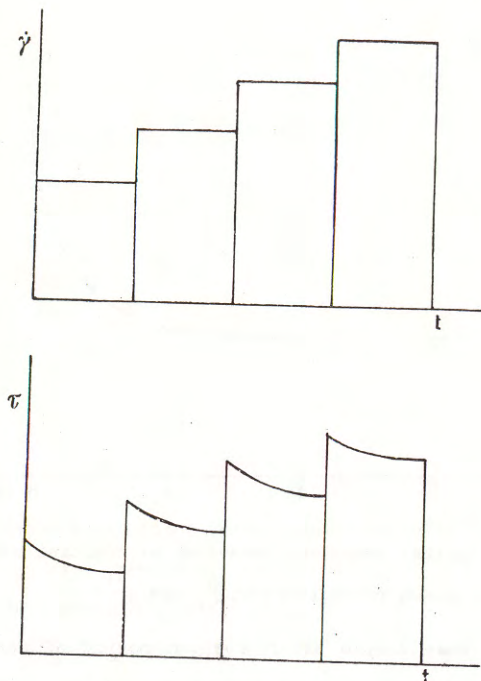


Fig.2-Step-wise increasing shear rate sequence

3.RESULTS AND DISCUSSION

When a gypsum plaster is subjected to a constant shear rate immediately after mixing, shear stress decreases with time until a steady value is attained (see Fig.3).The shear stress decay is to be ascribed to a physical process of structural breakdown,which is characteristic of the thixotropic materials.

When the same sample is subjected to a shear rate higher than that initially applied a shear stress decay is still observed.It appears from an examination of the results obtained by the application of the step-wise increasing shear rate sequence (see Fig.2).

Also the hysteresis cycles drawn for the materials examined confirm this type of rheological behaviour.In addition,we can observe that the area between the up- and down-curve of each hysteresis cycle,which gives a measure of the thixotropic breakdown,becomes smaller by repeating the

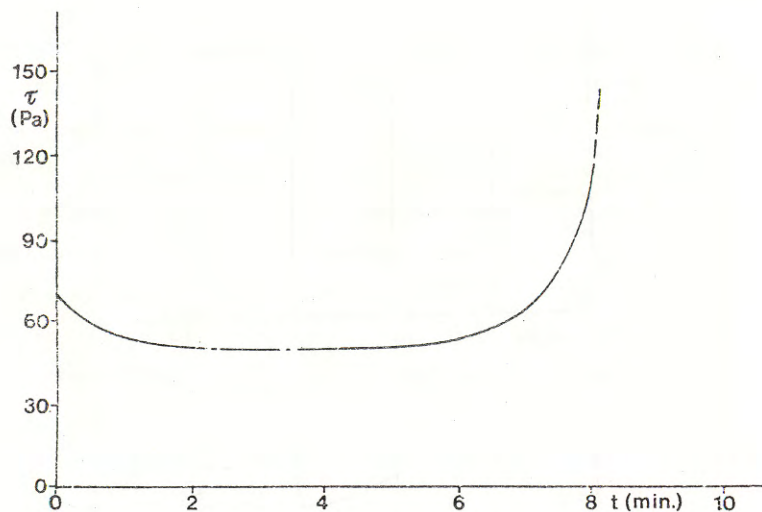


Fig.3-Typical transient behaviour at constant shear rate
(water/gypsum ratio:100/170; $\dot{\gamma} = 424 \text{ s}^{-1}$)

procedure on the same sample after a given period of rest time. Moreover, it is observed that both the up- and down-curves of the second cycle are close to the down-curve of the first one. This can be ascribed both to the slow build-up kinetics of the thixotropic structure and to the gypsum setting effect (see Fig.4).

The results obtained by the application of the step-wise decreasing shear rate sequence (see Fig.1) confirm the fact that the thixotropic build-up kinetics is slow. In fact, by testing the same sample at a shear rate lower than that applied immediately after mixing no appreciable τ increase is noticed. So, in the measurement time interval, within which no setting effect appears, the structural breakdown of these materials seems to be an irreversible phenomenon. Then, the rheological behaviour of gypsum plasters can be defined as "partially" thixotropic; it resembles that found for fresh cement pastes (4).

Nevertheless, the setting phenomenon of gypsum plasters, which involves a shear stress increase at constant shear rate (see Fig.3), is much faster than that of cement pastes.

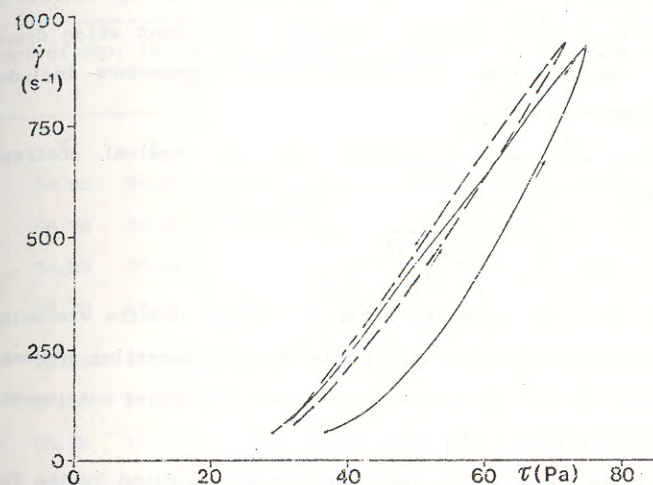


Fig.4-Hysteresis cycles (water/gypsum ratio:100/170;
— cycle drawn immediately after mixing; --- cycle drawn 30 s after the first)

So, for an exhaustive description of the time-dependent behaviour of gypsum plasters it is necessary to define a rheological model which takes into account both the physical process (thixotropic breakdown) and the chemical one (gypsum setting) which set up inside the material immediately after mixing and as a consequence of shear.

To this aim a model is proposed according to which the shear stress variation with time at constant shear rate is assumed as follows:

$$\tau = f_T(t') \cdot f_S(t'') \quad (1)$$

where the function f_T represents the hypothetical variation of shear stress with time caused only by the physical phenomenon of the thixotropic breakdown, and the function f_S describes the shear stress increase due to the gypsum setting. The time t'' is measured starting from the sample preparation.

In accordance with the transient behaviour of most thixotropic systems, the structural breakdown can be expressed, as first approximation, by means of an exponential law:

$$f_T(t') = \tau_e + (\tau_0 - \tau_e) \exp(-K\sqrt{t'}) \quad (2)$$

where τ_0 is the initial value of shear stress, τ_e is the equilibrium shear stress value (in absence of setting) and K is a constant which describes the kinetics of the thixotropic breakdown. All the parameters included in eqn.(2) depend on shear rate.

The following expression is assumed for the chemical contribution f_s to shear stress:

$$f_s(t'') = \frac{1}{1 - \left(\frac{t''}{t_c}\right)^n} \quad n > 1 \quad (3)$$

where t_c is the time at which the material has an infinite viscosity, and n is a constant, which describes the kinetics of the gypsum setting process.

If the rheological test at constant shear rate is carried out immediately after mixing, it follows that $t' = t'' = t$.

In conclusion, the shear stress transient can be described by the following relationship:

$$\tau = \tau_e + (\tau_0 - \tau_e) \exp(-K\sqrt{t}) \frac{1}{1 - \left(\frac{t}{t_c}\right)^n} \quad n > 1 \quad (4)$$

Table 3 reports the values of the parameters of eqn.(4) determined for the gypsum plaster at W=100/170 at various shear rates.

Generally, a good agreement was found between experimental and calculated values of shear stress. The mean relative deviation does not exceed 3.5%.

It can be noted that for each $\dot{\gamma}$, the variation interval of τ_0 and τ_e is much more restrained than that of K, n, and t_c . This means that the last three parameters are much more sensitive to the preparation conditions of the samples. With regard to τ_e , it can be noted that it varies with $\dot{\gamma}$ according to a function of the power law type. The same behaviour is shown by the shear stress steady values, τ_s , (see Fig.5). This fact confirms the results obtained in ⁽¹⁾.

Moreover, only a slight difference between τ_e and τ_s is noticed; this means that the setting process has not yet started when the τ_s value is reached.

The constants K and n, which describe the kinetics of the thixotropic breakdown and that of the setting process, respectively, vary in the same way with increasing shear rate.

Table 3

Parameters of eqn. (4) determined for the gypsum plaster at water/gypsum ratio 100/170

$\dot{\gamma}$	τ_0	τ_e	K	n	t_c	MRD	τ_s
299.5	54.85	30.41	0.032	8.655	587	1.4	44.99
	68.36	43.09	0.146	12.04	576	2.4	43.78
	54.97	27.62	0.038	7.320	419	1.0	43.47
Mean value	59.39	33.71	0.072	9.338	527		44.08
423.5	70.29	47.99	0.124	9.596	517	1.1	51.07
	62.50	41.67	0.127	12.05	765	1.4	42.86
	68.98	37.75	0.109	7.760	436	1.4	44.69
Mean value	67.26	42.47	0.120	9.802	573		46.21
599.0	71.33	40.45	0.048	10.40	723	2.0	52.59
	76.64	50.50	0.196	17.13	797	1.6	49.55
	Mean value	73.99	45.48	0.122	13.77	760	
847.1	94.50	65.17	0.193	11.63	490	0.7	67.18
	84.35	52.76	0.127	28.69	914	0.6	53.20
	85.88	51.24	0.164	12.44	476	1.1	53.20
Mean value	88.24	56.39	0.161	17.59	627		56.53
1198	114.6	82.89	0.261	16.28	427	0.9	83.30
	84.67	57.39	0.136	26.67	1171	1.0	57.76
	107.4	69.14	0.191	17.50	518	1.2	69.31
Mean value	102.2	69.81	0.196	20.15	705		70.12
1694	122.7	89.80	0.243	19.45	514	0.7	89.68
	140.9	72.64	0.163	19.45	465	1.8	76.00
	132.4	75.36	0.186	30.49	591	1.7	74.48
Mean value	132.0	79.27	0.197	23.13	523		80.05
2106	120.6	67.29	0.043	19.10	465	0.6	94.24
	145.2	80.53	0.281	14.24	312	1.8	80.56
	156.7	78.07	0.270	23.63	539	1.6	78.13
Mean value	140.8	75.30	0.198	18.99	439		84.31

From an examination of the plots reported in Fig.5 it results that both K and n tend to a constant value for very high shear rates.

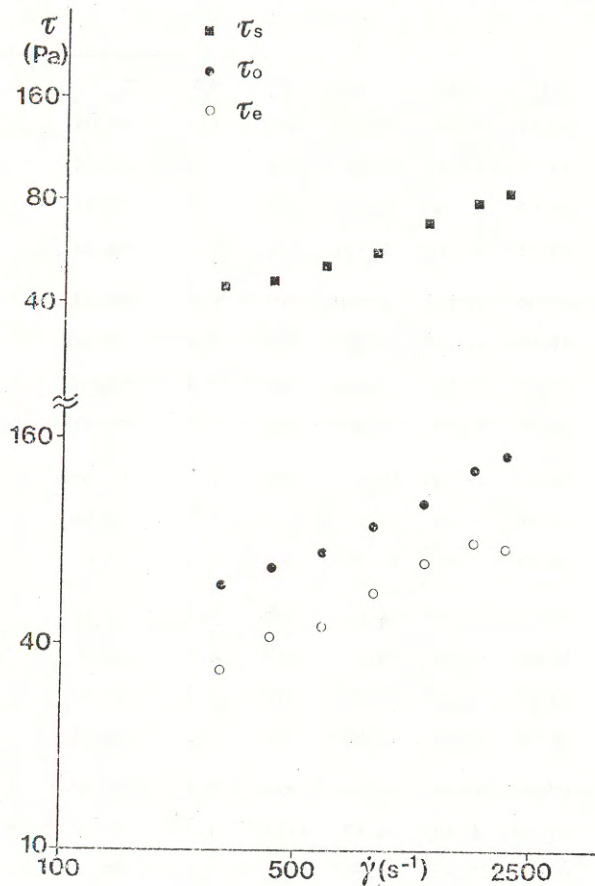


Fig.5-Plot mean values of τ_s , τ_o , τ_e versus shear rate

No appreciable variation with $\dot{\gamma}$ is noticed for t_c ; moreover it is to remark that the setting process on shear conditions is much faster than that at rest.

Table 4 reports the values of the parameters of eqn. (4) determined for gypsum plasters at various water/gypsum ratios and at the same shear rate.

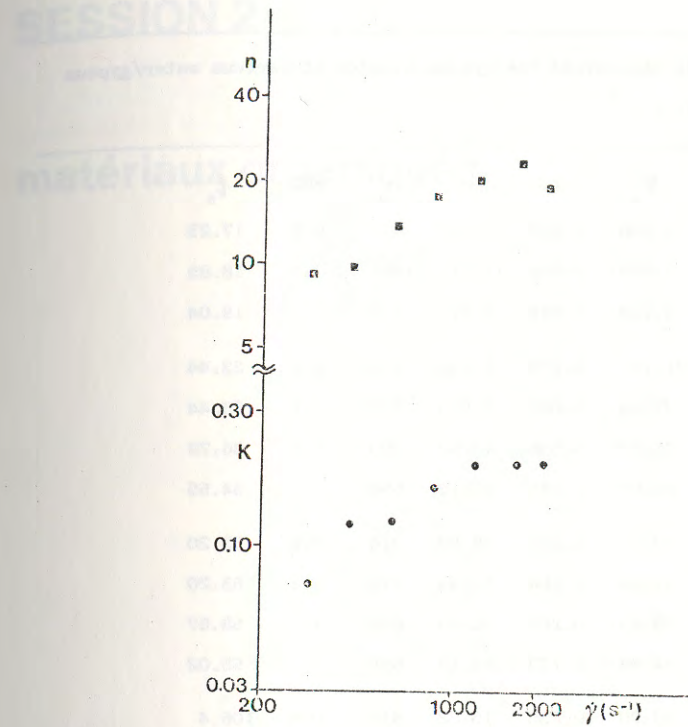


Fig.6-Plot mean values of K and n versus shear rate

All the parameters of the model proposed increase with increasing solid volume fraction with the only exception of t_c , which slightly decreases with increasing gypsum/water ratio.

4. REFERENCES

- 1) I. Colussi, R. Lapasin, A. Papo, *Ind. & Eng. Chem. Process Des. Dev.*, in the press.
- 2) R. C. P. Cubbon, E. G. Walker, *Trans. J. Br. Ceram. Soc.*, **80**, 97, 1981.
- 3) C. Diez Reyes, J. Calvente Casillo, C. Atienza, R. I. L. E. M. International Simposia, Proc., Saint-Rémy-Les-Chevreuse, France, 1977, 343.
- 4) R. Lapasin, V. Longo, S. Rajgelj, 7th International Congress on the Chemistry of Cement, Proc., Paris, 1980, Vol. 3, VI-135.

Table 4

Parameters of eqn (4) determined for gypsum plaster at various water/gypsum ratios and at $\dot{\gamma} = 847.1 \text{ s}^{-1}$

W	τ_o	τ_e	K	n	t_c	MRD	τ_s
100/130	21.99	3.556	0.020	7.909	410	0.5	17.23
	27.14	2.649	0.016	11.51	1021	3.5	18.85
Mean value	24.57	3.103	0.018	9.710	715		19.04
100/150	50.90	31.74	0.179	8.030	454	2.1	33.44
	47.49	27.53	0.081	7.899	495	1.6	33.44
	46.38	21.70	0.026	12.62	700	1.3	36.79
Mean value	48.26	26.99	0.095	9.516	550		34.55
100/170	84.35	52.76	0.127	28.69	914	0.6	53.20
	85.88	51.24	0.164	12.44	476	1.1	53.20
	88.19	59.43	0.228	16.43	696	1.3	58.67
Mean value	86.14	54.48	0.173	19.19	695		55.02
100/190	151.6	99.20	0.235	15.88	414	0.5	106.4
	158.6	106.3	0.262	14.34	350	0.5	100.3
	164.7	121.8	0.226	15.43	475	0.7	121.9
Mean value	158.3	109.1	0.241	15.22	413		109.5

5. NOMENCLATURE

K parameter of eqn. (4) MRD mean relative deviation (%)

n parameter of eqn. (4)

t time (s)

t_c parameter of eqn. (4) (s)

W water/gypsum weight ratio

Greek letters

$\dot{\gamma}$ shear rate (s^{-1})

τ shear stress (Pa)

τ_o, τ_e parameters of eqn. (4) (Pa)

τ_s steady shear stress (Pa)

SESSION 2

matériaux organiques

MODELISATION DU FILAGE TEXTILE

J.F. AGASSANT et Y. DEMAY

Centre de Mise en forme des matériaux de l'Ecole des Mines de Paris, France

RESUME

Nous étudions d'un point de vue thermomécanique l'opération de filage textile. Différents modèles rhéologiques sont pris en compte et nous étudions dans chaque cas la stabilité des solutions obtenues.

ABSTRACT

We are studying from a thermo-mechanical point of view draw spinning process, several rheological hypotheses are used and we are studying in each case the stability of the solutions obtained.

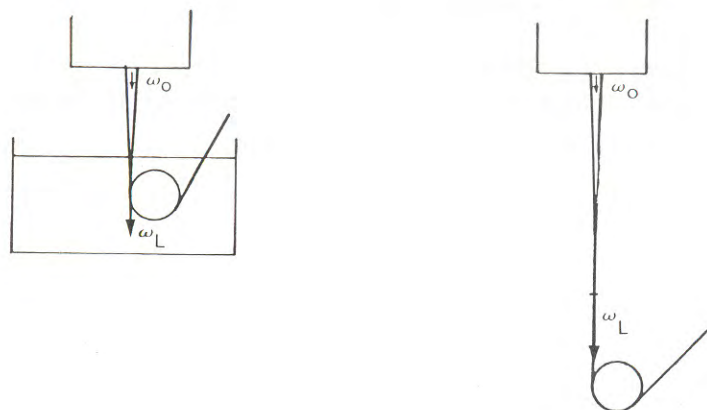
I. INTRODUCTION

Nous allons décrire ici la fabrication de fils textiles à partir du polymère fondu. Le produit (polyester ou polyamide) est fondu, filtré, forcé à travers une plaque filière puis étiré et refroidi. On distingue deux procédés :

- en "filage à l'air" les fils sont étirés dans l'air sur une grande distance (de l'ordre du mètre) et simultanément refroidis par une soufflerie d'air.
- en "filage à l'eau" les fils sont étirés sur une distance beaucoup plus courte (de l'ordre du centimètre) puis refroidis dans un bac d'eau.

Les limites industrielles sont les casses du fils en filage à l'air et une instabilité connue sous le nom de "draw-resonance" en filage à l'eau.

La figure 1 schématise les deux procédés :



2. ASPECT MECANIQUE

D'un point de vue mécanique le filage est un procédé élongationnel transitoire dont l'étude est délicate en particulier parce que la viscosité élongationnelle d'un polymère fondu est mal connue. La viscosité d'élongation a un comportement différent de la viscosité de cisaillement et qui est encore aujourd'hui l'objet de controverse.

. A faible taux d'élongation la viscosité élongationnelle est égale à trois fois la viscosité de cisaillement (Trouton /4/).

. Quand le taux d'élongation augmente, cette viscosité d'élongation augmente également ; ceci a été mis en évidence expérimentalement par MUNSTEDT /3/ et théoriquement par DENN et MARUCCI /2/. C'est cette propriété qui en défavorisant les strictiones locales autorise la fabrication des fils textiles.

. Au delà d'un certain taux d'élongation il semble que la viscosité élongationnelle se mette à décroître (au moins pour certains produits) (MUNSTEDT /3/).

3. LES MODELES

Nous allons développer quelques modèles mathématiques du filage.

3.1. Modèle Newtonien isotherme

Dans le cas du filage à l'eau l'étirage se fait sur une courte distance et l'on peut négliger les effets thermiques dans l'air. Nous allons supposer que le produit est newtonien et négliger les forces de masses et d'inertie. Soit L la longueur de filage (distance eau-filière). Notons x la distance d'un point du chemin de filage à la sortie de la filière puis $A(t,x)$ et $V(t,x)$ la section du fil et la vitesse moyenne en ce point à l'instant t . On désigne par D_r le rapport entre la vitesse d'enroulement V_L et la vitesse de sortie de filière du polymère V_0 .

L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$(1) \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (AV) = 0$$

La force est constante le long du chemin de filage et l'on a donc :

$$(2) \frac{\partial}{\partial x} (3\mu A \frac{\partial V}{\partial x}) = 0 \quad (\text{désigne la viscosité du produit en cisaillement})$$

Les conditions aux bords sont :

$$(3) V(t,0) = V_0 ; V(t,L) = V_L$$

La solution stationnaire est dans ce cas facile à calculer :

$$A^0(x) = A_0 \left(\frac{V_L}{V_0}\right)^{-\frac{x}{L}} ; V^0(x) = V_0 \left(\frac{V_L}{V_0}\right)^{\frac{x}{L}}$$

Cette solution n'est pas toujours physique, elle n'est stable que si les valeurs propres des équations linéarisées autour de l'état stationnaire sont de parties réelles négatives. On peut dans ce cas calculer presque explicitement les valeurs propres et montrer que la partie réelle de l'une d'elle devient positive si le taux d'étirage est supérieur à un taux d'étirage critique D_r^* proche de 20 (figure 2).

On montre que pour des taux d'étirage légèrement supérieur au taux d'étirage critique la solution stationnaire perd sa stabilité au profit d'une solution périodique que l'on peut approcher. Le fil obtenu est alors périodique (figure 4).

3.2. Modèle Newtonien non-isotherme

Nous allons maintenant modéliser le filage à l'air. Il faut tenir compte des échanges de chaleur avec l'air ambiant. On ajoute alors aux équations (1), (2), (3) une équation d'échange thermique exprimant l'évolution de la température $T(x,t)$ moyenne sur une section du fil.

$$(4) \rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \rho CV \frac{\partial T}{\partial x} = -2h(T-T_{\text{air}}) \frac{\pi}{A}$$

ou h est un coefficient de transfert en convection forcée qui a été déterminé par MATSUO et KASE (/5/). En adimensionalisant les équations, on introduit le nombre de STANTON qui mesure l'efficacité du refroidissement :

$$St = \frac{1.51 L}{\rho_0 C_0 A_0^{5/6} V_0^{2/3}}$$

Le calcul de la solution stationnaire se fait par itération. La figure 4 présente des profils de vitesse et de température pour différents nombres de Stanton.

L'étude de la stabilité se fait en perturbant la solution stationnaire. On montre (figure 5) que la partie réelle de la valeur propre de plus grande partie réelle est négative dès que l'on se trouve dans les conditions réelles de filage à l'air. Le modèle est en bon accord avec l'expérience car on n'observe pas de "draw-resonance" en filage à l'air. La figure 6 montre la zone de stabilité de la solution stationnaire pour de faible nombre de Stanton.

3.1. Modèle visco-élastique isotherme

Les polymères fondus sont non-newtonien. Nous tenons compte de la vico-

élasticité en utilisant une loi de Maxwell a un temps de relaxation :

$$[\sigma'] + \theta \frac{\partial [\sigma']}{\partial t} = 2\eta [\dot{\epsilon}] \quad ; \quad [\sigma] = [\sigma'] - p [Ld]$$

ou θ désigne le temps de relaxation et $\frac{\partial}{\partial t}$ désigne la dérivation convective :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\sigma'] = -\nabla u [\sigma'] - [\sigma'] \nabla u^t + \frac{d[\sigma']}{dt}$$

Le calcul est plus complexe puisque la contrainte n'est pas explicite. La figure 6 montre l'évolution du profil de vitesse (solution stationnaire) en fonction du nombre de Deborah :

$$D_e = \theta \frac{V_0}{L}$$

Cette solution ne peut pas toujours être calculée. Pour un nombre de Deborah donné on ne peut dépasser un taux d'étirage maximum ; au voisinage de ce taux d'étirage maximum le profil de vitesse tend à être linéaire ; mais la force d'étirage reste fixée contrairement à ce qui avait été avancé par DENN /1/.

On peut de même étudier la stabilité de la solution obtenue en suivant la valeur propre de plus grande partie réelle quand on augmente le nombre de Deborah à partir de zéro.

La figure 7 montre la zone de stabilité que nous obtenons pour cette solution stationnaire. (Celle-ci est voisine de celle obtenue par DENN /1/).

On obtient deux zones instables de natures différentes.

Dans la zone I la partie réelle d'une valeur propre devient positive et la solution stationnaire perd sa stabilité au profit d'une solution périodique que nous avons approché dans le cas newtonien isotherme.

La zone II est la zone "inatteignable" évoquée précédemment, au voisinage de cette zone une valeur propre réelle s'annule. Il s'agit là d'un autre phénomène d'instabilité qui peut expliquer les phénomènes de casses.

4. CONCLUSION

Nous avons montré que les instabilités en filage isotherme peuvent être de nature très différentes selon la rhéologie des polymères. Dans certains cas les limites de filages sont des instabilités périodiques alors que dans d'autres ce sont des instabilités de nature plus complexe pouvant expliquer la casse. Nous avons aussi montré en filage à l'air l'effet stabilisant des effets thermiques.

5. BIBLIOGRAPHIE

1. DENN, M.M., Ann. rev. Fluid Mech., 12, (1980)
2. DENN, M.M. et G. MARUCCI, A.I.C.H.E. 17, 101 (1971)
3. MUNSTEDT, H., VIII International congress on Rheology, Naples, Sept. 1980
4. F.T. TROUTON, Proc. Roy. Soc. London A 77 (1906)
5. S. KASE et T. MATSUO, J. Poly. Sci. A3, 2541 (1965)

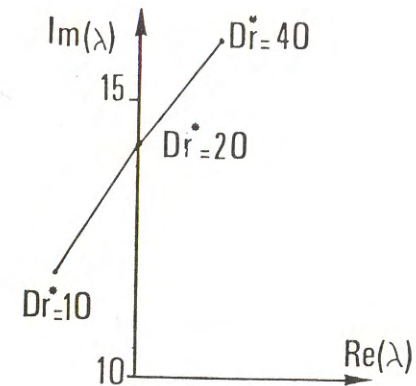


Figure 2 : Evolution de la valeur propre de plus grande partie réelle avec le taux d'étirage (cas newtonien isotherme)

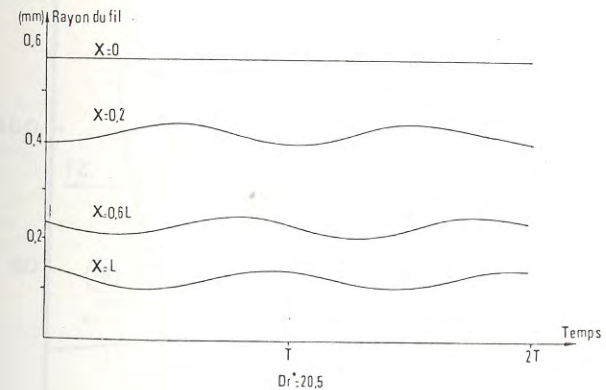


Figure 3 : Evolution de la section du fil pendant la "draw-resonance"

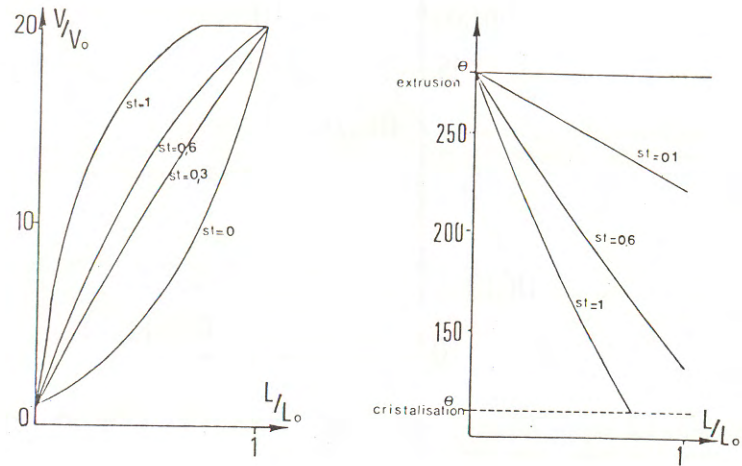


Figure 4 : Evolution des profils de vitesse et de température avec le nombre de Stanton

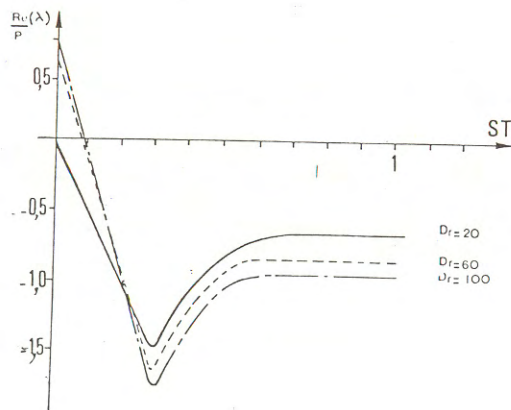


Figure 5 : Evolution de la partie réelle de la valeur propre de plus grande partie réelle avec le nombre de Stanton.

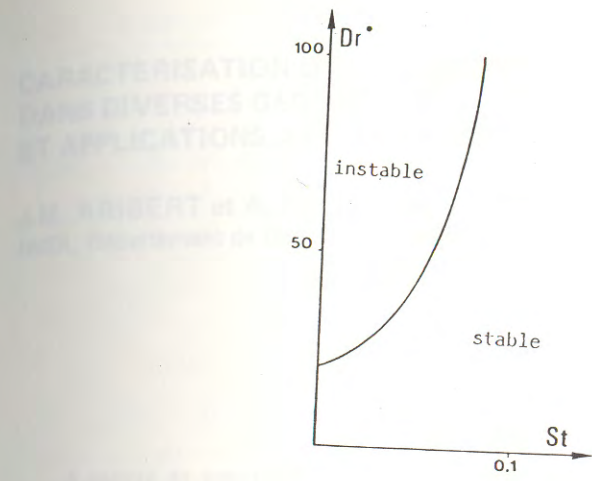


Figure 6 : Zone de stabilité

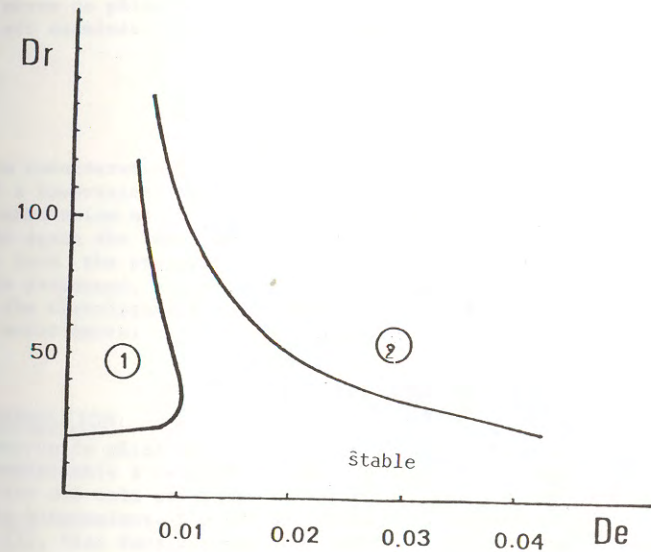


Figure 7 : zone de stabilité

CARACTERISATION D'ÉCOULEMENTS BINGHAMIENS LENTS DANS DIVERSES GEOMETRIES ET APPLICATIONS A LA FILTRATION ISOTROPE

J.M. ARIBERT et A. DOUSTENS
INSA, Département de Génie Civil, Rennes, France

RESUME

A partir de considérations sur les écoulements binghamiens unidimensionnels et des résultats antérieurs d'une étude théorique dans des conduits à élargissements brusques de section, une expression précise de la chute de pression en fonction du débit est proposée. On retrouve la forme de cette expression en ce qui concerne la filtration en milieu perméable ou également à partir des propriétés de la structure générale des écoulements binghamiens. Des essais effectués au moyen de pâtes de kaolin, dont la proximité avec le comportement binghamien est examinée, confirment dans une large mesure les résultats théoriques.

ABSTRACT

From considerations about BINGHAM unidimensional flow and from previous results of a theoretical study concerning pipes with expansion of the section a precise expression of the mean pressure drop versus the discharge is proposed. One finds again the same form of expression about flow through porous media and also from the properties of the general structure of BINGHAM flows. Experiments are performed, using melts of kaolin and water ; the degree of approximation of the theoretical BINGHAM behaviour by such fluids is discussed. Theoretical and experimental results are in good agreement.

1. INTRODUCTION

Beaucoup de pâtes utilisées dans des techniques industrielles ont un comportement assimilable à celui de fluides de BINGHAM. En particulier, la pratique d'injection des sols utilisée en Génie Civil pose le problème de la filtration de coulis binghamiens. L'étude présentée ici, faisant référence à un travail antérieur [5], vise dans une première partie à apporter une solution approchée à l'écoulement dans des conduites à élargissements brusques de section ; elle fait également l'objet de quelques remarques sur les écoulements lents.

Dans une seconde partie, on utilise les résultats dans les tubes à élargissements brusques de section pour construire un modèle mathématique de l'écoulement unidirectionnel en milieu perméable isotrope. Des essais expérimentaux à l'aide de fluides représentant avec suffisamment de précision le caractère binghamien, ont été effectués pour tester la validité du modèle.

En vue d'aller au delà de ces divers résultats, une généralisation tridimensionnelle de la loi de filtration est suggérée à la fin de l'article.

Il y a lieu de préciser que les auteurs, dans leur démarche, tout en s'appuyant sur des méthodes fondamentales qui amènent à des solutions numériques, se sont efforcés d'approfondir la description physique des phénomènes afin de fournir ensuite des formulations directement utilisables en pratique.

2. RAPPELS SUR LES FLUIDES DE BINGHAM

Le comportement binghamien sera supposé décrit par la relation [1] :

$$\sigma_{ij}^{(d)} = 2\eta \dot{\epsilon}_{ij}^{(d)} + \tau \dot{\epsilon}_{ij}^{(d)} / \sqrt{I_2} \quad (1)$$

où l'on note par $\sigma_{ij}^{(d)}$ et $\dot{\epsilon}_{ij}^{(d)}$ les déviateurs des tenseurs Eulériens des contraintes et des vitesses de déformation respectivement, I_2 le second invariant de $\dot{\epsilon}_{ij}^{(d)}$, η la viscosité et τ la contrainte caractéristique du seuil d'écoulement. La relation (1) n'est valable que si :

$$\sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^{(d)} \dot{\epsilon}_{ij}^{(d)}} > \tau \quad (2)$$

le fluide se comportant, dans les zones où cette condition n'est pas remplie, comme un milieu rigide.

On peut montrer facilement, [2], que le problème d'écoulement lent, exprimé en vitesses, est équivalent à celui de la recherche d'un champ des vitesses cinématiquement admissible qui rend minimum la fonctionnelle :

$$\mathcal{F} = \int_{\Omega} 2(\eta \dot{I}_2 + \tau \sqrt{\dot{I}_2}) d\Omega - \int_S f_i v_i dS \quad (3)$$

où Ω est le domaine d'écoulement et S la partie de sa frontière où les vitesses v_i ne sont pas données, f_i désignant les composantes de la contrainte sur cette frontière.

Par ailleurs, on peut définir à partir du bilan énergétique de l'écoulement la puissance de dissipation qui, pour un écoulement lent, équivaut à celle des forces extérieures :

$$\mathcal{D} = \int_{\Omega} 2(2\eta \dot{I}_2 + \tau \sqrt{\dot{I}_2}) d\Omega \quad (4)$$

3. ECOULEMENT CYLINDRIQUE UNIDIMENSIONNEL

Utilisant (1) et l'équation d'équilibre en contraintes (figure 1) :

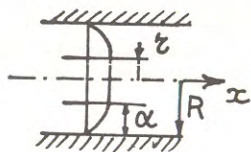


Figure 1

$$\frac{\partial \tau_{rx}}{\partial r} + \frac{\tau_{rx}}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5)$$

on montre facilement (en régime permanent) que le profil est parabolique dans une couche limite d'épaisseur α située contre la paroi, puis présente une valeur constante dans la zone rigide centrale de l'écoulement.

Pour simplifier et généraliser l'utilisation des expressions obtenues ici et dans la suite de l'article, un système de grandeurs réduites sera introduit et symbolisé par l'astérisque *. Les vitesses seront rapportées à la vitesse moyenne V_0 , les longueurs au diamètre du tube ou à une longueur caractéristique de la dimension de l'écoulement ; enfin, les contraintes seront rapportées à τ . Dans ce système, le débit Q a pour valeur réduite :

$$Q^* = \frac{Q}{(2R)^2 V_0} = \frac{\pi R^2 V_0}{(2R)^2 V_0} = \frac{\pi}{4};$$

son expression à partir de l'intégration du profil des vitesses conduit à :

$$Q^* = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{B} \frac{\alpha^{*2}}{1/2 - \alpha^*} \left| \frac{1}{8} - \frac{\alpha^*}{3} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\alpha^*}{4} \right) \right| \quad (6)$$

où B est le nombre adimensionnel $\frac{\eta V_0}{\tau}$ désigné comme "nombre de BINGHAM". De même, on obtient le gradient de pression :

$$\left(\frac{dp}{dx} \right)^* = \frac{4}{2\alpha^{*-1}} \quad (7)$$

et la puissance de dissipation sur une longueur L^* d'écoulement :

$$\mathcal{D}^* = \mathcal{D} / [\tau (2R) V_0] = \frac{\pi}{4} L^* \frac{2 - \alpha^*}{\left[\frac{1}{4} - \frac{\alpha^*}{6} (2 - \alpha^*) \right]^2} \frac{B}{2\alpha^*} + 2 \frac{1/2 - \alpha^*/3}{4 - \frac{\alpha^*}{6} (2 - \alpha^*)} \quad (8)$$

Ces formules permettent de se rendre compte que α^* est le paramètre fondamental de l'écoulement dont la valeur permet le calcul immédiat de B selon (6), $\left(\frac{dp}{dx} \right)^*$ selon (7) et \mathcal{D}^* selon (8). Par contre le calcul de $\left(\frac{dp}{dx} \right)^*$ ou de \mathcal{D}^* en fonction de B n'est pas simple. Dans le cas de l'écoulement lent où α^* est petit, on montre que :

$$\alpha^* \approx \frac{\sqrt{B}}{1 + \frac{1}{3}\sqrt{B}}$$

et, en développant les deux termes de (8) au premier ordre en α^* :

$$\mathcal{D}^* \approx \frac{\pi}{4} L^* \left[\frac{16}{3} \left(2 + \frac{13}{3} \alpha^* \right) \frac{B}{\alpha^*} + 8 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha^*}{3} \right) \right] \quad (10)$$

soit en utilisant (9) :

$$\mathcal{D}^* \approx \frac{\pi}{4} L^* \left[\frac{8}{3} \left(2 + 5\sqrt{B} \right) \sqrt{B} + 8 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{B}}{3} \right) \right] \quad (11)$$

Il est important de préciser à ce propos la notion d'écoulement lent où α^* et B sont petits simultanément.

Si l'on représente en axes $\left(\frac{V_0}{2R}, \frac{\eta}{\tau} \right)$ les courbes $B = Cte$ (figure 2), on obtient une famille d'hyperboles équilatères, chaque courbe correspondant aussi

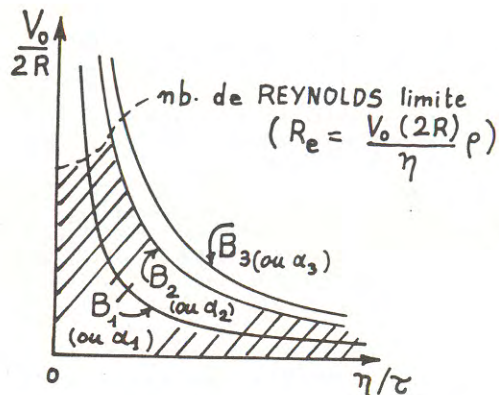


Figure 2

à une valeur de α^* . La lenteur de l'écoulement sera mesurée à la valeur du nombre de REYNOLDS $[\frac{V_0(2R)}{\eta} \cdot \rho]$ où ρ est la masse volumique du fluide (cf. PARGER [1]). Les cas d'écoulements à α et B petits sont donc représentés par des points de la zone hachurée. On peut ainsi remarquer que pour des fluides dont le rapport $\frac{\eta}{\rho}$ est petit, on peut avoir des vitesses assez élevées, donc des nombre de REYNOLDS importants qui pourraient amener à sortir du domaine des écoulements lents.

A titre d'exemple lors l'expériences sur des géométries tubulaires avec élargissements, nous avons noté l'influence des forces d'inertie pour des nombres de BINGHAM de $4 \cdot 10^{-2}$ avec un nombre de REYNOLDS de l'ordre de 30.

C'est dans le cadre des écoulements lents ainsi précisés qu'une solution approchée a pu être apportée dans un travail précédent [5] relatif au problème de conduits à élargissements brusques et que nous rappelons très succinctement au paragraphe suivant.

4. ECOULEMENT DANS DES CONDUITES A ELARGISSEMENT BRUSQUE DE SECTION

Le problème a été résolu au moyen de la formulation variationnelle du type (3), à partir de la construction d'une famille de champs de vitesses cinématiquement admissibles dépendant de deux paramètres [6]. L'allure de ces champs avait été préalablement appréhendée par une simulation numérique en écoulements non-newtoniens et des observations expérimentales.

Le domaine d'écoulement, considéré ici en coupe (figure 3) a été divisé en quatre zones :

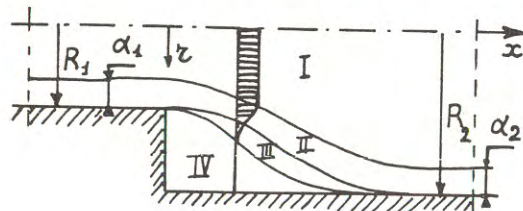


Figure 3

Zone I : où la composante horizontale de la vitesse v_1 est constante selon l'ordonnée r ;

zone II : où la variation de v_1 est parabolique ;

zone III : où v_1 a une variation cubique selon r et où les vitesses vérifient les conditions $\dot{v}_1 = 0$, et $\dot{I}_2 = 0$ à l'interface III-IV ;

zone IV : qui est une zone rigide ($v_1 = 0$ en tous points).

Pour diverses valeurs du rapport d'élargissement $n = \frac{R_2}{R_1}$ et pour divers débits, la fonctionnelle \mathcal{F} a pu être minimisée et la chute de pression en fonction du débit a pu être calculée. On a ainsi mis en évidence deux faits importants :

- on retrouve le profil des vitesses de l'écoulement unidimensionnel aval au bout d'une certaine distance L_p comptée depuis la section d'entrée et qui peut être appelée "longueur de recollement". Cette longueur ne varie qu'avec le rapport d'élargissement n et ceci très progressivement selon la formule : $L_p^* = 1,44 (n - 1) 0,613$.

- l'épaisseur de la zone II, couche limite dans laquelle se fait l'essentiel de la dissipation, est pratiquement constante dans toute la zone de recollement.

Les résultats numériques précédents, aussi précis soient-ils, n'avaient pas un caractère suffisamment explicite pour être d'utilisation pratique, aussi a-t-on cherché une expression analytique de la puissance de dissipation à partir d'une modélisation très schématique (sur le plan cinématique) qui a consisté à :

- supposer rectilignes les frontières (I, II) et (II, III) ;
- supprimer la zone II de faible importance phénoménologique ;
- considérer qu'avec α^* petit, les différentes fonctions pouvaient

être approximées par les premiers termes de leurs développements en série.

Il a d'ailleurs été possible de distinguer dans \mathcal{D}^* la part \mathcal{D}_v^* relative à la dissipation d'origine visqueuse et celle \mathcal{D}_p^* relative à la dissipation d'origine plastique :

$$\mathcal{D}_v^* = \frac{\pi}{4} \left[A_1 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + A_2 \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \alpha^* \right] \frac{B}{\alpha^* k} \quad (12)$$

avec :

$$A_1 = \frac{4}{3} (1 + k^2)^2 \quad \text{et} \quad A_2 = \frac{4}{27} (13 - 10 k^2 - 5 k^4)$$

$$\mathcal{D}_p^* = \frac{\pi}{4} \left[A_3 \text{Log } n + A_4 \left(1 - \frac{1}{n}\right) \alpha^* \right]$$

avec :

$$A_3 = 2 \left[\sqrt{3} + C \sqrt{1 + 4k^2} \frac{1-k^2}{k^2} \right]$$

et :

$$A_4 = 2 \left[-2\sqrt{3} + 2C \sqrt{1 + 4k^2} \frac{1-k^2}{3k} + \frac{8}{3} k \right] \quad (13)$$

où :

$$k = \frac{n-1}{2L_p^*} ; \quad \alpha^* = \frac{\alpha_1^* + \alpha_2^*}{2}$$

La constante C a été introduite pour corriger globalement les imperfections de cette modélisation et a été calculée par ajustement avec l'ensemble des résultats numériques obtenus à l'aide du modèle variationnel ; elle a été trouvée égale à 0,85.

D'un point de vue interprétation physique, on peut faire remarquer que la puissance de dissipation est liée au débit et à la chute de pression moyenne Δp (au travers de la zone de recollement) par la relation simple :

$$\mathcal{D} = \Delta p Q$$

ou, en valeurs adimensionnelles :

$$\mathcal{D}^* = \frac{\pi}{4} \Delta p^* \quad (14)$$

La figure 4 montre une comparaison entre les courbes représentatives des expressions 12 et 13 et des valeurs exactes du modèle numérique.

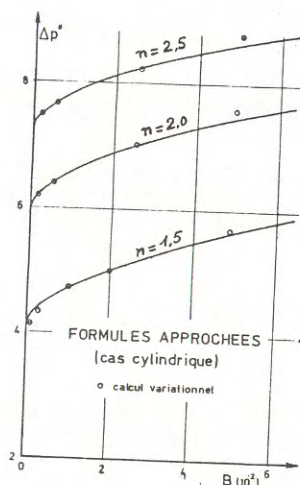


Figure 4

Des essais expérimentaux effectués avec des mélanges à base de kaolin ont permis de vérifier les résultats théoriques dans une large mesure [5]. Cependant on se heurte lors de l'expérimentation, à une difficulté tenant au degré d'approximation avec lequel le fluide utilisé reproduit le comportement théorique Binghamien. Ce problème sera évoqué plus en détail dans la deuxième partie de cet article.

L'ensemble des résultats acquis sur les écoulements unidimensionnels en présence d'élargissements brusques de section va pouvoir être maintenant exploité pour proposer une forme de loi percolation unidimensionnelle dans le cadre d'une certaine modélisation du milieu perméable.

5. APPLICATION À L'ÉCOULEMENT EN MILIEU PERMEABLE

À notre connaissance, les études effectuées sur ce sujet sont rares et à caractère souvent empirique.

Devant la complexité à l'échelle microscopique, des milieux perméables rencontrés dans la réalité, on ne peut procéder que suivant un schéma rendu désormais

classique par les approches effectuées à propos de fluides Newtoniens et non Newtoniens :

- dans une première étape, on remplace localement le milieu trop complexe par une géométrie plus simple dans laquelle on sait calculer l'écoulement ;
- dans une seconde étape, on procède par homogénéisation pour passer des variables locales du modèle à des variables moyennes relatives à un milieu fluide équivalent à l'ancien système biphasique.

L'expérience permet seule d'apporter la preuve de la validité de la loi proposée.

Des mesures préalables effectuées sur des massifs perméables de structures diverses (figure 5) permettent de se rendre compte que les courbes de chute de pression Δp en fonction du débit Q au travers d'un échantillon cylindrique sont assimilables à des droites pour les points suffisamment distants de l'axe des ordonnées, ces droites ayant une pente et une ordonnée à l'origine bien définies.

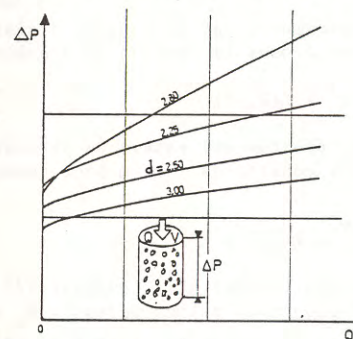


Figure 5

On peut également observer (et ceci peut être démontré pour des géométries simples) que la pente et l'ordonnée à l'origine sont deux grandeurs qui varient indépendamment lorsque la géométrie évolue. On peut en conclure qu'un modèle doit être fonction d'au moins deux paramètres indépendants.

Dans le présent travail, nous nous limiterons à ce nombre minimum de paramètres et au cas du problème de la percolation unidimensionnelle.

Il semble intéressant de remplacer, pour le modéliser, le milieu perméable, dans la direction de la vitesse moyenne de l'écoulement unidimensionnel, par un faisceau de tubes capillaires de section alternativement étroite et élargie ; on constitue ainsi une suite d'élargissements et de rétrécissements brusques de section. Deux des paramètres définissant ce système devront être déterminés à partir d'essais de percolation.

6. DESCRIPTION DU MODÈLE PROPOSÉ : CRITÈRE GÉNÉRAL DE CORRESPONDANCE

Chacun des capillaires sera constitué de parties de petit diamètre $2R_1$ et de longueur L_1 , et de partir du grand diamètre $2R_2$ et le longueur L_2 , disposées alternativement (figure 6). Si d est une dimension caractéristique du milieu, par exemple le diamètre moyen des grains, nous imposerons (de manière à traduire la périodicité du milieu) :

$$L_1 + L_2 = d/2 \quad (14)$$

Nous supposons par ailleurs que la longueur L_2 sera égale à L_1 , ce qui permet de définir complètement le tube par les seules données de R_1 , R_2 et de d .

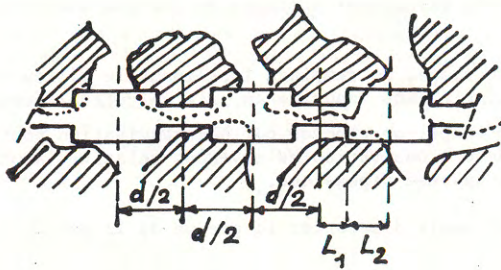


Figure 6

La chute de pression réduite Δp^* sur la longueur $L_1+L_2 = d/2$ de capillaire peut être obtenue en ajoutant la chute de pression sur la longueur L_1 calculée au moyen de la formule 8 et la chute de pression due à l'élargissement donnés par (12) et (13).

Ces expressions permettent de tracer dans des axes (Δp^* , $B = \frac{\eta v_0}{\tau(2R_1)}$) une famille de courbes dont le paramètre est le rapport d'élargissement n (la vitesse v_0 étant ici la vitesse moyenne dans la section de diamètre $2R_1$):

$$\Delta p^* = f(B, n) \quad (15)$$

Par ailleurs, si l'on effectue des essais de percolation sur un échantillon donné avec un fluide dont les constantes τ et η sont connues, on pourra disposer d'une courbe expérimentale :

$$\Delta p^* = F(B_v) \quad (16)$$

où Δp^* est la chute de pression ramenée à la longueur $d/2$ du milieu et où B_v est un pseudo nombre de Bingham propre au milieu poreux : $B_v = \frac{\eta v}{\tau d}$; v représente la vitesse de filtration ou débit par unité de section de l'échantillon.

En remarquant que B_v peut s'écrire :

$$B_v = \frac{\eta v_0}{\tau(2R_1)} \frac{2R_1}{d} \frac{v}{v_0} = \frac{B}{\theta}$$

si l'on pose :

$$\theta = \frac{d}{2R_1} \frac{v_0}{v}$$

l'expression (15) de f permet de tracer la famille de courbes à double multiplicité :

$$\Delta p^* = f(B_v, \theta, n) \quad (17)$$

On admettra que l'on a obtenu la configuration du modèle correspondant au milieu étudié lorsqu'on aura déterminé les valeurs de θ et de n assurant la meilleure concordance possible entre la courbe expérimentale (16) et l'une des courbes du réseau (17) - (figure 7).

Pour simplifier cette notion de meilleure concordance, on a convenu de considérer identiques deux courbes présentant en un point où B_v n'est pas trop petit, la même tangente caractérisée par sa pente m et son ordonnée à l'origine Δp_0^* . Dans la pratique, ces deux grandeurs seront mesurées en prolongeant jusqu'à l'axe des ordonnées la partie rectiligne de la courbe expérimentale (16).

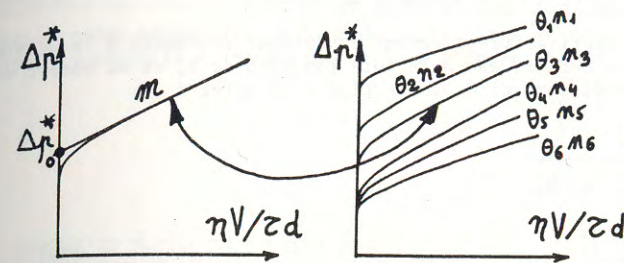


Figure 7

Il a été facile de tabuler les valeurs de m et Δp_0^* en fonction de Δ et n . Le résultat, présenté sous forme d'abaque, est donné à la figure 8. On peut remarquer que dans le champ d'application de cet abaque, il y a une correspondance biunivoque entre les couples (θ, n) et $(\Delta p_0^*, m)$.

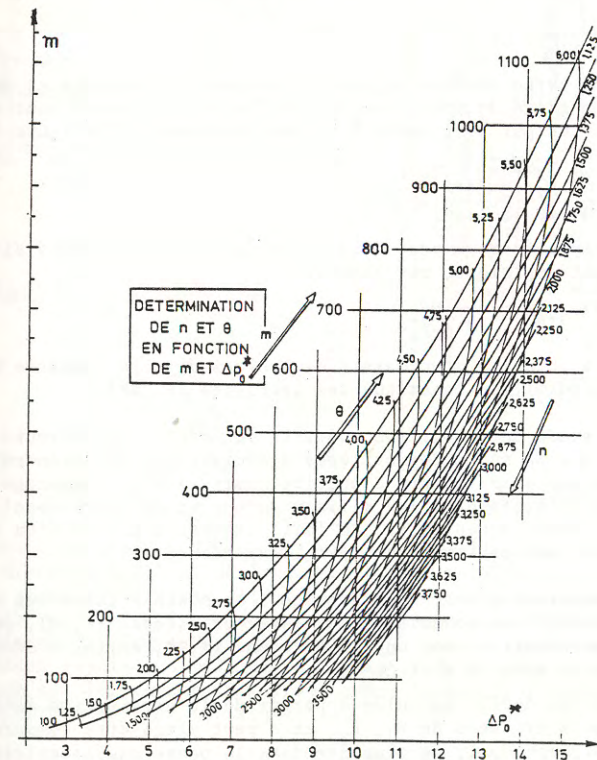


Figure 8

7. DEFINITION COMPLETE DES ELEMENTS DU MODELE

Les opérations décrites précédemment conduisent seulement à la détermination de n et θ ; or ce dernier est à la fois fonction de R_1 et du nombre de capillaires q par unité de surface de la section ; en effet :

$$\frac{v_o}{v} = \frac{Q/(qS \pi R_1^2)}{Q/S} = \frac{1}{q \pi R_1^2}$$

d'où :

$$\theta = d/(2q \pi R_1^3). \quad (18)$$

Pour définir complètement le modèle, il faut donc se donner soit R_1 , soit q . Partant de l'idée qu'il fallait laisser à R_1 et R_2 leur rôle de paramètres géométriques fondamentaux, c'est le second choix qui a été retenu.

A la suite de nombreuses tentatives, la solution qui nous est apparue la plus simple pour déterminer q a consisté à passer par l'intermédiaire de la section caractéristique S_c du milieu correspondant à celle des qS capillaires, soit :

$$q \pi R_1^2 = \frac{S_c}{S} \quad (19)$$

Le calcul de cette section reliée aux notions de porosité et de rayon hydraulique du milieu, a exigé de modéliser les grains qui le constituent sous forme de lentilles définies par leur rayon R et leur épaisseur aR (figure 9) ; on obtient :

$$\frac{S_c}{S} = \frac{2}{9} \frac{p^2}{1-p} \left[\frac{a}{2} \frac{3+a^2}{1+a^2} \right]^2 ; \quad (20)$$

le paramètre de forme a peut-être déterminé soit par mesure directe, soit par une relation semi-empirique, par exemple :

$$a^{0,005} (3+a^2) = 4 \frac{1-p}{1-p_0} \quad (21)$$

où P est la porosité d'un massif de sphères de même diamètre R et P^0 celle du milieu constitué des lentilles (R, aR).

A ce stade de définition complète du modèle, les auteurs sont parfaitement conscients que la suite des critères d'équivalence qui viennent d'être utilisés, ne présente pas un caractère d'unicité, mais elle a l'avantage de respecter l'échelle des vitesses dans les milieux poreux et de faire appel à des caractéristiques facilement accessibles. En fait, la justification d'un tel modèle ne peut être apportée véritablement que par l'expérience.

La comparaison avec l'expérience a consisté à faire les mesures nécessaires sur des échantillons conduisant aux caractéristiques (P, d), puis à faire les essais de percolation avec un fluide connu (η, τ), enfin, à déduire sur la courbe obtenue les valeurs de m et Δp^* ;

La courbe $\Delta p^*(B)$ calculée à partir de la dissipation dans le modèle et des valeurs trouvées de R_1, R_2 et d peut alors être comparée à la courbe expérimentale. Cependant, de même que dans la phase expérimentale de vérification de la première partie sur les écoulements tubulaires, l'aspect rhéologique concernant la représentation par des fluides de BINGHAM avec des paramètres η et τ bien définis, a exigé une comparaison plus approfondie du comportement des fluides réels avec ce comportement théorique ; nous revenons brièvement sur cet aspect ci-après.

8. CARACTERISATION DES FLUIDES UTILISES

Les mesures nécessaires à l'ensemble de cette étude ont amené la construction d'un viscosimètre à cylindres coaxiaux (figure 10).

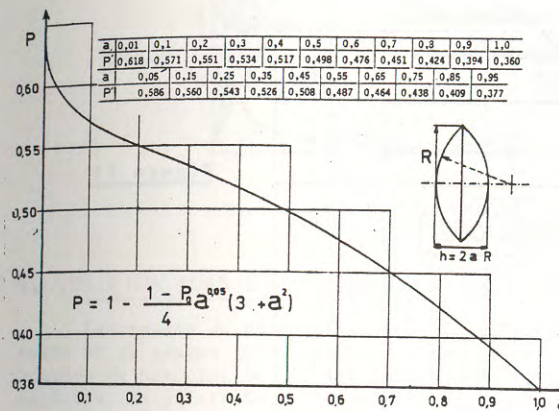


Figure 9

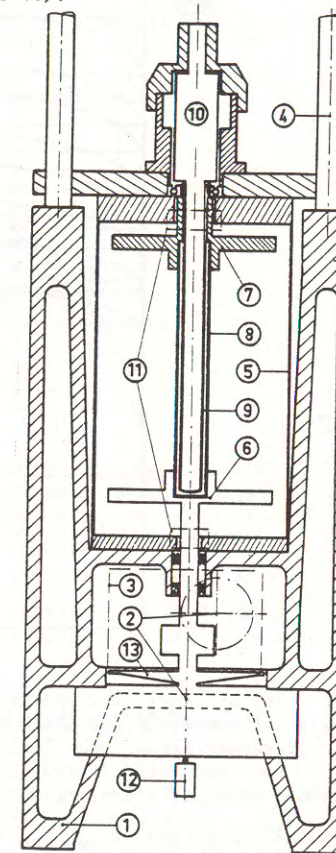


Figure 10

Il s'agit d'un appareil de grandes dimensions pouvant entraîner des cylindres (8) allant de 40 mm de diamètre à 250 et de longueur 400 mm. Doté de deux groupes moteurs (2), il a une gamme de vitesses allant de 0 à 3000 tours/mn et la possibilité de démarrages très rapides ou de changement de vitesses quasi instantanés en vue d'études de thixotropie. Le capteur de couple (10) est de grande raideur. Après de nombreux essais, un mélange de kaolin et de dioxyde de titane a été choisi. Ce mélange est légèrement thixotrope comme le montre l'ensemble des résultats d'essais représentés sur la figure 11.

- La courbe (2) correspond à la valeur du couple obtenue par un démarrage instantané de l'appareil après un temps de repos suffisant ;
- la courbe (1) représente la limite du couple obtenue lorsqu'on maintient constante la vitesse de l'appareil ;
- la courbe (0) indique un rhéogramme classique.

La proximité des courbes (0) et (1) montre que dans la mesure où le fluide subit une certaine agitation, son comportement est relativement indépendant de l'histoire.

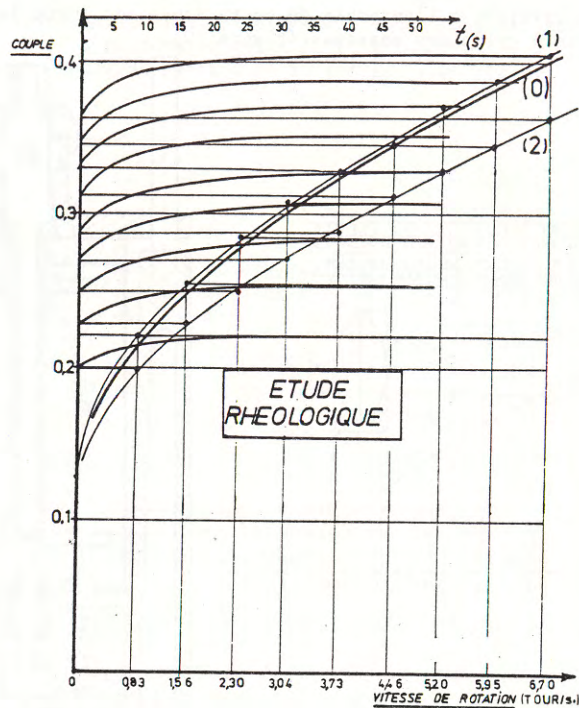


Figure 11

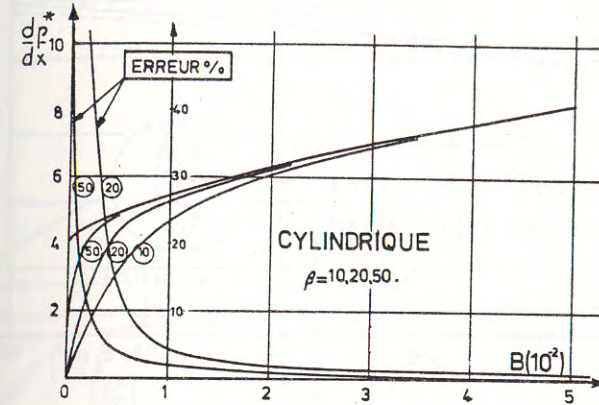


Figure 12

Par ailleurs, les rhéogrammes obtenus montrent que la notion théorique de seuil est remplacée par une montée rapide de la contrainte. Ceci s'est avéré particulièrement gênant pour les essais à faible vitesse d'écoulement.

Pour préciser l'influence de ce comportement et ayant remarqué que les rhéogrammes réels ne s'éloignaient pas trop de celui décrit par l'expression :

$$\sigma_{ij}^{(d)} = 2\eta \dot{\epsilon}_{ij}^{(d)} + \frac{\tau}{\sqrt{I_2}} \left\{ \text{th} \left(\beta \frac{\eta}{\tau} \sqrt{I_2} \right) \right\} \dot{\epsilon}_{ij}^{(d)} \quad (22)$$

L'étude de l'écoulement d'un tel fluide dans un tube a pu être menée par voie numérique en fonction des valeurs du coefficient β . A la figure 12, on compare la variation du gradient de pression en fonction du nombre de BINGHAM pour trois fluides $\beta = 10, 20, 50$ avec celle du fluide théorique ($\beta \rightarrow \infty$). Les deux courbes d'allure hyperbolique donnent l'erreur commise sur le gradient de pression

$\left(\frac{dp}{dx}\right)^*$ en remplaçant le fluide théorique par un fluide pour lequel $\beta = 20$ ou $\beta = 50$.

Les fluides utilisés dans notre étude avaient une valeur de β de l'ordre de 70 qui introduit une erreur tout à fait négligeable du moins pour des valeurs de B supérieures à $0,5 \cdot 10^{-2}$.

9. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Les essais de percolation ont été effectués sur des massifs de billes de verre et de sables ; les courbes de la figure (13) résumant la comparaison des courbes de percolation (en traits pleins) avec celles données par le modèle capillaire (en pointillés). Elles sont tracées ici en fonction d'un nombre $B_d = \frac{\eta V_0}{\tau d} = \frac{S}{S_C} B_v$, la section caractéristique ayant été mesurée pour chaque milieu. Sur chaque figure est précisée, insérée dans un cercle, la forme du grain modélisée obtenue par l'expression (24) : l'examen des grains du milieu étudié a montré un certain réalisme de ces formes.

10. PROPOSITION D'UNE LOI DE PERCOLATION UNIDIMENSIONNELLE

Utilisant les approximations mentionnées au paragraphe 3 pour relier les valeurs de α et de B et pour simplifier l'expression de la chute de pression sur la longueur L_1 , on peut facilement vérifier que la chute de pression (15) (exprimée en grandeur physique) sur une longueur $d/2 = L_1 + L_2$ du modèle est de la forme :

$$\Delta p = a_0 + (a_1 + a_2 \sqrt{B}) \sqrt{B} \quad (23)$$

où $B = \frac{\eta V_0}{\tau(2R_1)}$ et où les coefficients a_0, a_1, a_2 ne dépendent que de la géométrie.

Dans un optique d'homogénéisation, le milieu fluide équivalent sera défini en imposant que pour un élément cylindrique de section S de milieu équivalent parcouru d'un débit Q , on a la même chute de pression pour une même longueur de milieu. Compte tenu que :

$$Q = VS = S_C V_0, \quad (24)$$

l'expression (23) prend une forme continue (au sens mathématique) :

$$-\left(\frac{dp}{dx}\right) = |k_1 \sqrt{\tau} + k_2 \sqrt{\eta V}| \sqrt{\eta V} + \tau k_0 \quad (25)$$

où les coefficients positifs k_0, k_1 et k_2 ne dépendent que des propriétés géométriques.

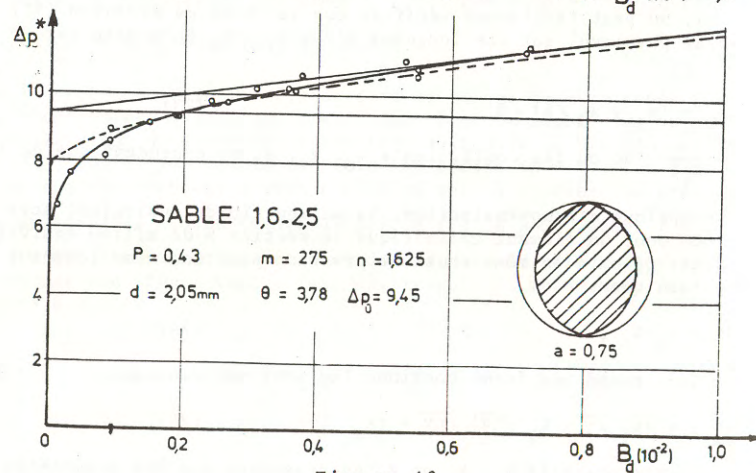
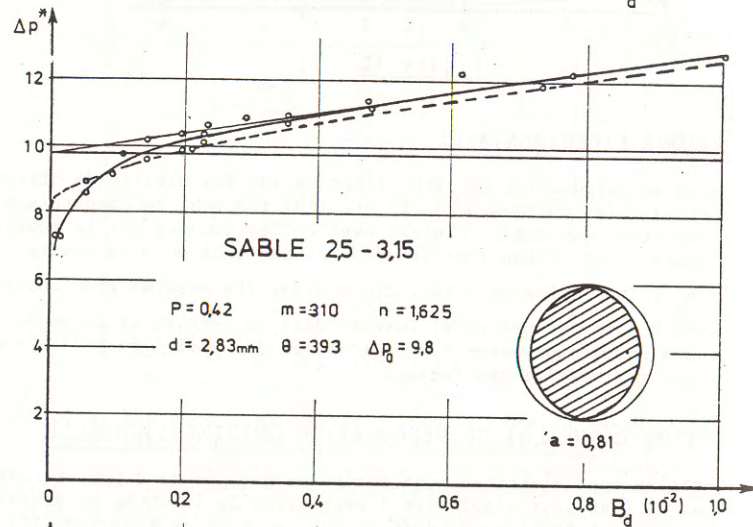
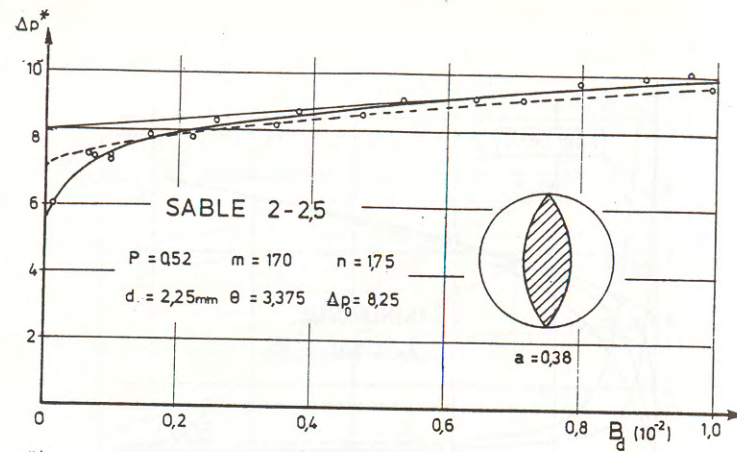


Figure 13

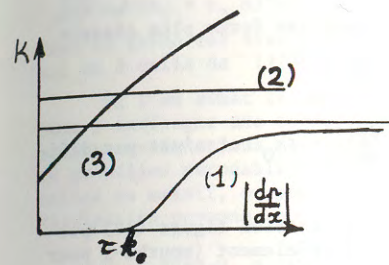


Figure 14

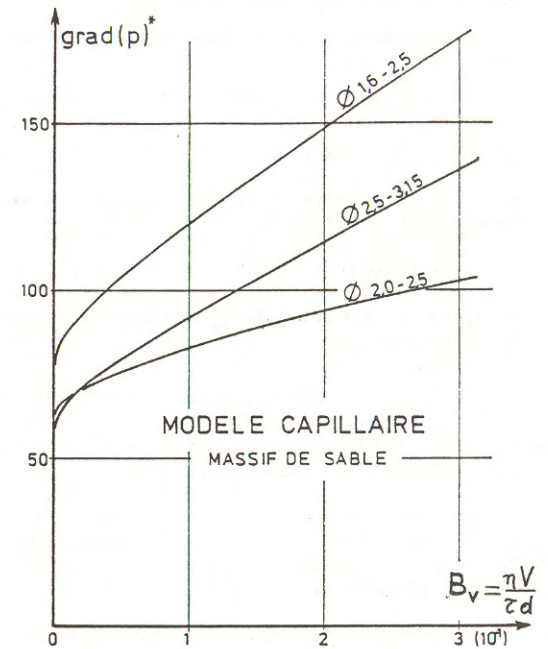


Figure 15

MODELE CAPILLAIRE : RESULTATS NUMERIQUES

B_d	SABLE 1,6-2,5				SABLE 2-2,5				SABLE 2,5-3,15			
	$B_{(10^{-2})}$	$B_{V(10^{-1})}$	ΔP^*	(GRAD P) [*]	$B_{(10^{-2})}$	$B_{V(10^{-2})}$	ΔP^*	(GRAD P) [*]	$B_{(10^{-2})}$	$B_{V(10^{-3})}$	ΔP^*	(GRAD P) [*]
0	0	0	7,942	77,485	0	0	7,117	63,265	0	0	8,242	58,249
0,2	0,756	0,186	9,417	91,875	0,675	0,293	8,130	72,271	0,786	0,185	9,345	69,578
0,4	1,531	0,372	10,200	99,516	1,350	0,586	8,652	76,908	1,572	0,370	10,701	75,630
0,6	2,268	0,558	10,878	106,127	2,025	0,879	9,095	80,849	2,358	0,555	11,445	80,883
0,8	3,024	0,745	11,504	112,234	2,700	1,172	9,500	84,440	3,144	0,740	12,133	85,747
1,0	3,780	0,931	12,090	118,038	3,375	1,465	9,879	87,812	3,930	0,925	12,789	90,379
1,2	4,536	1,117	12,673	123,637	4,050	1,759	10,241	91,034	4,716	1,110	13,422	94,853
1,4	5,292	1,313	13,232	129,089	4,725	2,052	10,591	94,144	5,502	1,295	14,039	99,216
1,6	6,048	1,489	13,779	134,429	5,400	2,345	10,931	97,169	6,288	1,481	14,644	103,495
1,8	6,804	1,675	14,317	139,682	6,075	2,638	11,264	100,124	7,074	1,666	15,241	107,707
2,0	7,560	1,862	14,848	144,865	6,750	2,931	11,590	103,022	7,860	1,850	15,829	111,867

$k_0 = 77,48$; $k_1 = 76,78$; $k_2 = 183,92$

$k_0 = 63,26$; $k_1 = 42,22$; $k_2 = 57,66$

$k_0 = 58,25$; $k_1 = 59,71$; $k_2 = 151$

Tableau 16

triques du milieu perméable concerné.

On peut donc proposer pour expression complète de la loi de filtration :

$$\begin{aligned} \text{si } \left| \frac{dp}{dx} \right| < \tau k_0, \text{ alors } V = 0; \\ \text{si } \left| \frac{dp}{dx} \right| > \tau k_0, \text{ on a : } \left| \frac{dp}{dx} \right| = (k_1 \sqrt{\tau} + k_2 \sqrt{\eta V}) \sqrt{\eta V} + \tau k_0 \end{aligned} \quad (26)$$

On peut inverser la relation (26) pour la présenter sous une forme plus classique analogue à celle de la loi de DARCY :

$$V = -K \left(\frac{dp}{dx} \right) \quad (27)$$

K est alors une fonction de $\frac{dp}{dx}$ qui s'annule pour $\left| \frac{dp}{dx} \right| = \tau k_0$ et n'est pas définie si $\left| \frac{dp}{dx} \right| < \tau k_0$.

L'allure des variations de K avec le gradient de pression figure (14) permet de voir comment ne traduit la propriété du seuil d'écoulement (courbe 1 pour un fluide de BINGHAM) par rapport à un fluide Newtonien (courbe 2) ou à un fluide non-newtonien [3] (courbe 3).

Les contraintes k_0 , k_1 et k_2 peuvent facilement être déterminées à partir du modèle capillaire ou à partir directement des courbes de percolation. L'allure de la loi de percolation et quelques valeurs numériques sont données à la figure 15 et au tableau 16.

11. SUGGESTIONS POUR UNE GENERALISATION TRIDIMENSIONNELLE

Les paragraphes précédents montrent que l'on peut attribuer la même forme d'expression approchée de la puissance de dissipation à l'écoulement dans un tube, dans un élargissement ou en milieu perméable. Il est donc naturel de se demander si cette forme ne peut pas être considérée comme générale et spécifique à tous les écoulements binghamiens.

S'il en est ainsi, on doit pouvoir l'établir indépendamment d'une géométrie particulière, seulement à partir des propriétés fondamentales de fluides de BINGHAM.

Dans ce qui suit, nous suggérons une justificative purement formelle de la généralité de cette expression à partir de considérations empruntées essentiellement au paragraphe 4.

Pour un domaine d'écoulement Ω entièrement occupé par le fluide, nous introduisons la notion de vitesse moyenne :

$$\vec{V}_m = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \vec{v} d\Omega$$

et l'écriture de l'expression de la puissance dissipée dans le domaine Ω sous la forme :

$$\mathcal{D} = \frac{4\eta}{d^2} \lambda_1 v_m^2 + 2\tau \lambda_2 v_m \quad (28)$$

$$\text{avec : } \lambda_1 = \int_{\Omega} \frac{i_2 d^2}{v_m^2} d\Omega \quad \text{et} \quad \lambda_2 = \int_{\Omega} \frac{\sqrt{i_2} d}{v_m} d\Omega$$

L'essentiel de la dissipation se fait dans la couche limite d'épaisseur α , c'est à dire dans une partie de Ω dont le volume est de l'ordre de $d^3 - (d - \alpha)^3 \approx \alpha d^2 (1 - \frac{\alpha}{d})$

La vitesse de déformation dans cette couche étant de l'ordre de $\frac{v_m}{\alpha}$, on constate que :

$$\begin{aligned} \lambda_1 \text{ est de l'ordre de } \frac{d^4}{\alpha} \left(1 - \frac{\alpha}{d} \right) \\ \lambda_2 \text{ est de l'ordre de } d^3 \left(1 - \frac{\alpha}{d} \right) \end{aligned}$$

En portant ces expressions dans (28), on obtient :

$$\mathcal{D} \sim (b_1 + b_2 \alpha) \frac{v_m^2}{\alpha} + (b_3 + b_4 \alpha) v_m \quad (29)$$

dont la forme est bien identique à celle de (10) pour l'écoulement unidimensionnel ou à celle de (12) + (13) qui concerne les élargissements brusques.

Si l'on admet la généralité de l'expression (29) de \mathcal{D} , alors rien ne s'oppose à envisager une formulation de la loi de percolation à trois dimensions. A partir des équations générales du mouvement, en considérant un volume élémentaire de milieu perméable, grand devant les dimensions des pores mais petit devant celles du massif, on peut définir une vitesse, une pression et une puissance de dissipation moyennes pour ce volume élémentaire ; on peut montrer alors que :

$$\vec{v}_m \cdot \text{grad } p_m = -\mathcal{D}_m \quad (30)$$

En attribuant à \mathcal{D}_m la forme (29) et en supposant par analogie avec l'écoulement lent dans des capillaires que α est proportionnel à $\sqrt{v_m}$ on peut alors écrire :

$$-\vec{v}_m \cdot \text{grad } p_m = \left(\frac{K_1}{\sqrt{v_m}} + K_2 \right) v_m^2 + K_0 v_m \quad (31)$$

Si le milieu est isotrope, on peut faire l'hypothèse que \vec{v}_m et $\text{grad } p_m$ sont colinéaires ; d'où :

$$\text{grad } p_m = - \left[\left(\frac{K_1}{\sqrt{v_m}} + K_2 \right) \vec{v}_m + K_0 \frac{\vec{v}_m}{v_m} \right] \quad (32)$$

Evidemment, cette expression n'est pas valable dans tout le domaine d'écoulement ; aussi, est-il logique d'introduire les fonctions :

$$\mathcal{K} = \frac{K_1}{\sqrt{v_m}} + K_2 ; \quad \psi = 1 - \frac{K_0}{|\text{grad } p_m|}$$

pour énoncer finalement :

$$\begin{aligned} \text{si } \psi > 0, \text{ alors : } \psi \text{ grad } p_m = \mathcal{K} \vec{v}_m \\ \text{si } \psi < 0 \quad \vec{v}_m = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

La forme de la loi ainsi proposée est conservée si l'on fait intervenir à la place de \vec{v}_m la vitesse de filtration \vec{V} qui lui est proportionnelle.

Il resterait à vérifier expérimentalement la validité des relations (33).

12. CONCLUSION

Bien que les fluides de BINGHAM aient fait l'objet de plusieurs recherches concernant plutôt les aspects mathématiques et d'analyse numérique des problèmes d'écoulement, ce travail présente l'avantage d'apporter un certain nombre de remarques simples, de permettre le calcul approché des chutes de pression dans des élargissements brusques de section, et de proposer une forme de la loi de percolation unidimensionnelle.

Si tous ces résultats ont été obtenus avec certaines approximations, il est important de souligner encore que le comportement de BINGHAM n'est en général qu'une idéalisation du comportement réel. A ce titre, il serait quelque peu illusoire de rechercher à ajuster des modèles dépendant d'un seul grand nombre de paramètres alors que le comportement réel du fluide risquerait d'entraîner une erreur

non négligeable vis à vis de la théorie. Il semble donc que des expressions approchées et relativement simples comme celles qui sont proposées ici présentent un intérêt suffisant pour l'utilisation pratique dans le cadre des problèmes d'extrusion de pâtes ou d'injection de fluides en Génie Civil ou en Génie Pétrolier.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] W. PRAGER - Introduction to mechanics of continua (GINN and COMPANY) (1961)
- [2] A.M. FREUDENTHAL et H. GEIRINGER - The mathematical theories of the inelastic medium - HANDBUCH DER PHYSIK - Tome VI - p. 243-256 (FLÜGGE - 1958)
- [3] G. MASSARANI - Généralisation de la loi de DARCY (Thèse Université P. SABATIER - TOULOUSE - 1971)
- [4] A.E. SHEIDEGGER - The physics of flow through porous media (UNIVERSITY OF TORONTO PRESS - 1967)
- [5] J.M. ARIBERT et A. DOUSTENS - Etude théorique et expérimentale d'écoulements binghamiens dans un élargissement brusque de section Journal de Mécanique - Vol. 20, n°3 - 1981
- [6] J.M. ARIBERT et A. DOUSTENS - Approche variationnelle de la cinématique d'un fluide de BINGHAM dans un élargissement C.R. Acad. Sc. - Paris - t. 281 (1975)

LE RHEOMOULAGE : UN NOUVEAU PROCÉDE POUR LE CONTRÔLE «SUR MESURES» DES PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES MATÉRIAUX PLASTIQUES

J.P. IBAR
Solomat S.A., Recherches sur les Matériaux, France

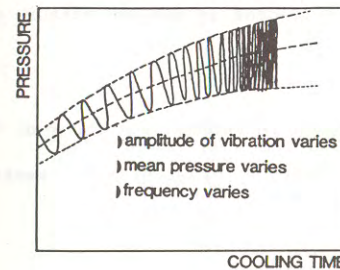
RESUME

Cette étude a été entreprise pour caractériser les effets d'une variable rhéologique (ici une vibration), appliquée lors d'un traitement thermique, sur les propriétés physiques fondamentales des matériaux plastiques. Le nouveau procédé permet d'améliorer les propriétés du produit fini moulé grâce à la programmation en cours de formage, et en fonction du degré de refroidissement, de la fréquence et de l'amplitude de la vibration (cas du vibro-moulage). Le principe du Rhéo-Moulage consiste à contrôler lors du moulage les effets de variables rhéologiques susceptibles de simuler un degré de refroidissement, et ce indépendamment des échanges thermiques avec le moule. Dans le cas particulier du vibro-moulage, par exemple, on considère comme substitutifs les effets du degré de refroidissement, de la fréquence de vibration et de l'amplitude de la contrainte vibratoire sur la cinétique d'un changement d'état thermodynamique ou viscoélastique. On peut ainsi espérer améliorer de façon remarquable les propriétés mécaniques de plastiques connus pour leurs faibles performances, tel le polystyrène non chargé, et modifier le taux de cristallinité des polymers semi-cristallins. Une machine nouvelle pour vibro-moulage est présentée.

ABSTRACT

The new process of Rheomolding consists in considering as complementary and/or substitutive, the effects of a vibration (mechanical, electrical etc.) frequency, a vibration amplitude, a cooling rate, and the hydrostatic and shear components of the stress tensor on the condensation kinetics, and hence on the processing of polymeric materials. The process is competing with conductive cooling, especially under circumstances where a very fast quench rate is desirable to modify the properties of the end finished product. A new Rheomolding machine is described.

RHEOMOLDING



Le procédé de "Rhéo-Moulage", dont le Vibro-Moulage, comme nous allons le voir, est un cas particulier, a pour objet d'agir directement sur les propriétés physiques d'un produit moulé, par exemple la résistance aux chocs, ou bien la résistance au fluage à température d'utilisation, ou encore sa transparence à la lumière visible etc., en contrôlant lors du moulage les effets de variables rhéologiques susceptibles de simuler un degré de refroidissement; et ce, indépendamment des échanges thermiques avec le moule.

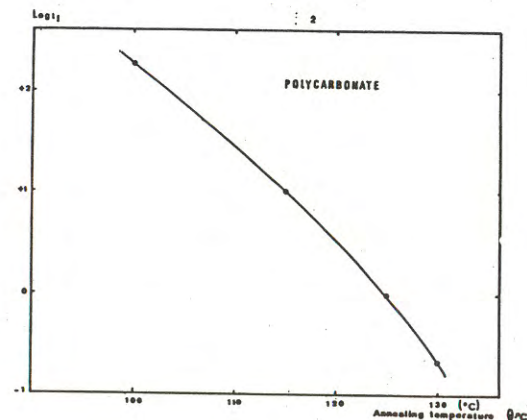
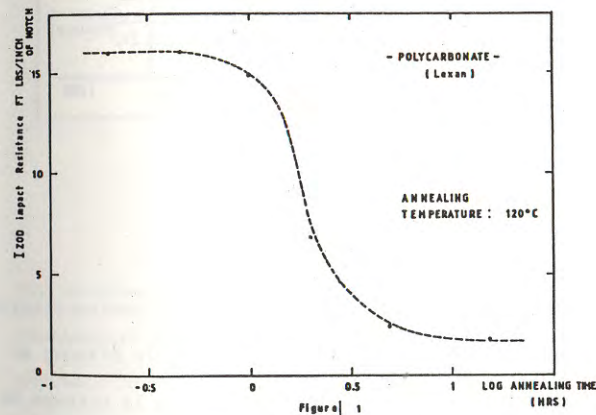
Le procédé de Rhéo-Moulage permet donc, en théorie, d'induire les effets d'un refroidissement soit infiniment lent, bien que le moule puisse être pourtant refroidi à grande vitesse, soit au contraire infiniment rapide bien que cela ne soit pas accessible par les moyens conventionnels de refroidissement par simples échanges thermiques.

Le procédé de Rhéomoulage est né d'observations sur les effets de la vitesse de refroidissement des pièces lors d'un moulage, et d'une étude des variables susceptibles de modifier la cinétique de transformation.

Le degré de refroidissement d'une pièce lors de son formage, c'est-à-dire la vitesse de passage de l'état pâteux ou liquide à l'état solide, a un effet considérable sur l'état morphologique et structurel du matériau formé, que ce matériau soit un métal, un plastique ou un verre, qu'il soit amorphe, cristallin ou semi-cristallin. Par exemple, s'il était possible de dominer les échanges thermiques avec la matière de manière à pouvoir inculquer les effets d'une vitesse de refroidissement infinie par rapport à un état initial liquide, toute matière pourrait être trempée en figeant les propriétés de l'état liquide, ce qui, dans le cas des métaux, donnerait des métaux vitreux transparents !.

La Figure 1 montre la variation de la résistance aux chocs du Polycarbonate recuit à 120°, c'est-à-dire quelques 20 degrés en dessous de sa température de transition

vitreuse T_g . Il est clair sur cette figure que le Polycarbonate devient cassant et fragile au bout de quelques heures de recuit à cette température. Ce phénomène de fragilisation se produit également à d'autres températures, mais le temps nécessaire pour fragiliser le Polycarbonate est plus ou moins long, en relation avec la température de recuit (Figure 2). Le Polycarbonate doit donc ses qualités exceptionnelles de résistance aux chocs au fait qu'il est refroidi rapidement. D'ailleurs, si le Polycarbonate était refroidi lentement dans le moule, ce qui lui permettrait de se recuire lors du refroidissement, il n'aurait pas plus de résistance aux chocs qu'un vulgaire Polystyrène ou que le Plexiglass. Là encore, on voit que la vitesse de changement d'état (de l'état caoutchouteux au dessus de T_g à l'état vitreux en dessous de T_g) joue un rôle déterminant sur les propriétés physiques du produit moulé.



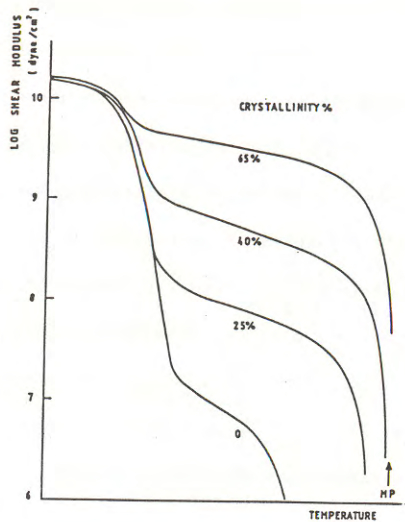


Figure 3

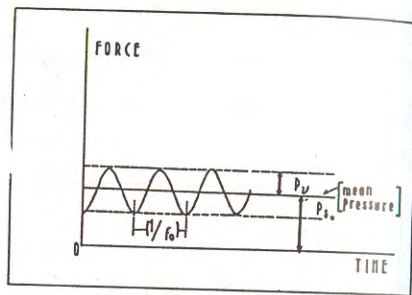


Figure 4

A la Figure 3, l'effet du taux de cristallinité d'un thermoplastique semi-cristallin sur la tenue en température est caractérisé par la variation du module d'Young en fonction de la température. Le taux de cristallinité est affecté par la vitesse de refroidissement et là encore, on voit que ce dernier facteur peut déterminer les propriétés mécaniques de façon considérable.

Une deuxième observation importante concerne l'effet d'une variable vibratoire sur les propriétés rhéologiques et viscoélastiques d'une matière plastique. A la Figure par exemple, il est supposé qu'une force statique est appliquée à une éprouvette de matière plastique et que, superposée à cette force, on lui applique également une force vibratoire de fréquence f_0 et d'amplitude P_v . On va chercher dans un premier temps à déterminer les effets de cette vibration sur les propriétés de changement

d'état de la matière plastique et en particulier, à la Figure 5, sur la transition vitreuse, c'est-à-dire la transition entre l'état pâteux ou caoutchouteux et l'état vitreux. La Figure 5 montre en effet que la température de transition vitreuse est une fonction de la fréquence de vibration appliquée, ce qui signifie que l'état physique du matériau plastique à une température donnée dépend non seulement de la température mais encore de la fréquence de vibration.

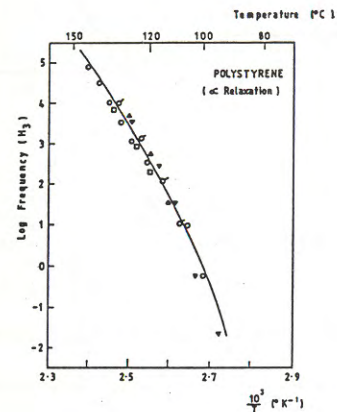


Figure 5

Par conséquent, en changeant la fréquence alors que le Polymère se trouve à une température donnée, il est possible de rendre un plastique dans son état caoutchouteux ou dans son état vitreux, et pour cela il suffit d'augmenter ou de diminuer la température de la transition vitreuse en faisant varier la fréquence de vibration. A la Figure 6 on montre comment on peut appliquer ce principe d'action pour mouler un plastique en lui inculquant un degré de refroidissement "sur mesures" et indépendamment des échanges thermiques avec le moule. Si on considère la courbe représentée à la Figure 6 qui est la variation de la transition vitreuse T_g en fonction d'un paramètre vibratoire x (qui est ici soit l'amplitude de vibration, soit la fréquence de vibration), on constate que la température de changement d'état est une fonction croissante de x séparant les états visco-élastiques en deux parties : l'état E_1 pour les températures supérieures à T_g et l'état vitreux E_2 qui est situé

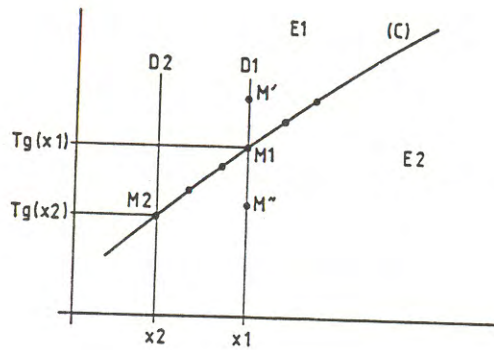


Figure 6

en dessous de la courbe. Pour passer de l'état caoutchouteux à l'état vitreux, il suffit de traverser la courbe, par exemple verticalement comme il est indiqué le long de la droite D_1 (qui fait passer de M' à M'' en traversant la courbe en M_1), ou encore horizontalement, c'est-à-dire cette fois à température constante mais en faisant varier x vers les x croissants. Il est donc possible en programmant et en contrôlant la fréquence lors d'un refroidissement ou lors du moulage, de condenser, de vitrifier un plastique avec une vitesse contrôlée, par exemple d'inculquer des degrés de refroidissement qui ne sont pas réalisables par effet thermique seul, c'est-à-dire par simple transfert de chaleur avec le moule. C'est là le principe même de notre nouveau procédé de "Rhéomoulage" (La variable rhéologique active étant ici une vibration, on a pris l'habitude de dire "vibro-moulage" dans ce cas particulier de rhéo-moulage). A la Figure 7 on montre la flexibilité du procédé pour simuler des vitesses de refroidissement donné. Partant d'un état E_1 , illustré par le point N sur ce graphe il est possible de condenser un verre en passant par les points de transition schématiquement représentés par S, L, R, M ou T. Un refroidissement thermique à partir du point N est schématiquement représenté sur la figure par les chemins NT et NR et un réchauffement thermique par le chemin NS. On voit que même un réchauffement, mais à variation croissante de la fréquence et de l'amplitude

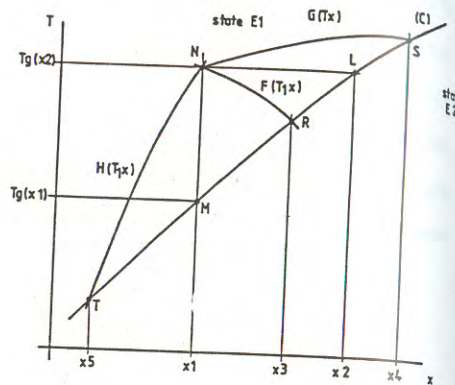


Figure 7

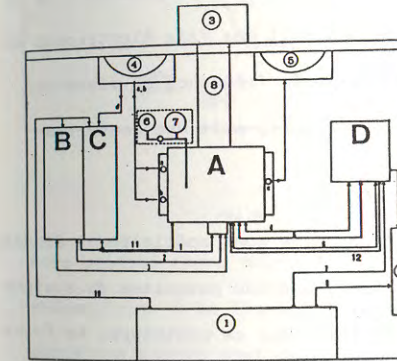
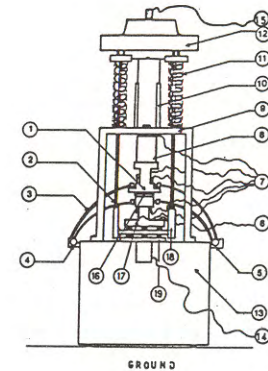


Figure 8

Maintenant que le procédé général a été présenté, il nous est possible de présenter le prototype que nous avons construit pour appliquer de façon pratique le procédé de vibromoulage. L'organisation générale du système vibratoire est représentée à la Figure 8. Sur cette Figure, A est le vibreur proprement dit, B et C sont les éléments de contrôle de l'état vibratoire et un amplificateur de très grande puissance, D sont les enregistreurs de la pression, du déplacement, de la température et d'autres caractéristiques visco-élastiques lors du moulage. Tous les autres éléments de cette figure permettent d'appliquer lors du refroidissement ou du réchauffement de la pièce une action complémentaire, par exemple, les éléments 6 et 7 permettent soit de faire

de vibration, peut permettre de condenser un verre puisque en S le caoutchouc s'est transformé en verre. Il est possible aussi (chemin NT) de compenser les effets thermiques par un effet visco-élastique qui simule un degré de refroidissement et ceci est particulièrement important pour l'élimination des contraintes résiduelles dans les matériaux moulés ou pour supprimer les effets de cycles trop rapides dans les machines modernes d'extrusion et d'injection (une application immédiate: le moulage des vidéo-disques). Les propriétés des matériaux condensés en T, R ou S sont évidemment spécifiques du mode de refroidissement.



A

le vide lors du vibromoulage, soit au contraire d'appliquer un gaz inerte comme l'Argon. Le fluide de refroidissement du moule est appliqué en (a) et (b) et permet de refroidir le moule avec une vitesse thermique plus ou moins grande.

Les caractéristiques essentielles du vibromouleur proprement dit sont représentées schématiquement à la Figure 9. On peut voir que le moule est situé entre la cellule de force et la table vibrante 19. Une pression statique peut être inculquée au plastique par un système de ressorts que l'on peut comprimer à l'aide d'un moteur de grande puissance et avec une vitesse déterminée. Le moteur est situé en 12 et 15, les ressorts en 11. La vibration est donnée par le vibreur en 13 et le déplacement de la table régulé en 14. Les autres fils de la Figure 9 sont soit des fils électriques de connexion, soit des thermocouples de commande directe de la fréquence de vibration et de l'amplitude de vibration en fonction de la température, soit des conduites d'eau pour le conditionnement thermique du moule.

Le bâti et les différentes parties mécaniques de la machine sont spécialement étudiés pour augmenter les modules de flexion et éviter les fréquences parasites du système mécanique lors de l'application du traitement vibratoire. Sur ce prototype, la force dynamique maximale délivrée par le pôt vibrant est de 1,5 tonnes et la force statique maximale est de l'ordre de 2 tonnes (P_{50} à la figure 4). L'amplitude de vibration, la fréquence de vibration et la variation de pression statique peuvent être programmées au cours du moulage, soit directement en fonction de la température du moule (lue par les divers thermocouples) soit en fonction du temps de refroidissement.

Pour savoir si la méthode de Rhéo-Moulage présente un intérêt pratique, c'est-à-dire s'il est vraiment possible de simuler un degré de refroidissement donné à partir de variables rhéologiques, il nous faut choisir un paramètre qui soit sensible aux variations de vitesse de changement d'état. Il se trouve que la géométrie de la courbe de Variation de capacité calorifique en fonction de la température (obtenue par analyse thermique dans un microcalorimètre différentiel) est sensible au degré

de refroidissement. C'est ce qui est illustré à la Figure 10. Cette figure montre pour le Polystyrène la variation de la capacité calorifique en fonction d'une rampe de température (+20°C/min) pour un échantillon refroidi lentement (trace supérieure) et pour un échantillon refroidi rapidement (trace inférieure : 10°C/sec). On voit que le matériau refroidi lentement présente un pic endothermique à T_g alors que le matériau trempé ne présente pas cette particularité. Ce critère de comparaison peut

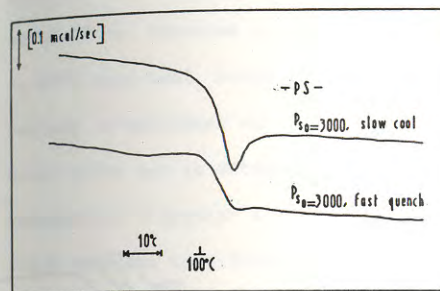


Fig. 10

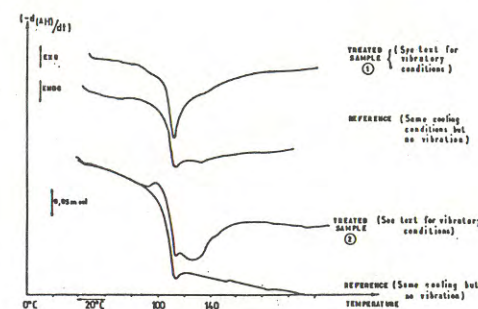


Figure 11

être utilisé comme moyen de vérifier les effets de refroidissement simulés par rhéomoulage. A la figure 11, on a présenté deux séries d'expériences et pour chaque série une courbe sert de référence, c'est-à-dire que l'échantillon a été soumis aux mêmes conditions que l'échantillon vibromoulé à l'exception de la variable vibratoire qui est absente. Dans la série des courbes du haut, la trace de référence indique que l'on soumet le Polystyrène à une trempe rapide alors que l'échantillon est pressurisé dans son état caoutchoutique. L'échantillon vibro-moulé est soumis à la même trempe sous conditionnement vibratoire et l'on observe la présence d'un pic endothermique bien dessiné, signe que l'effet thermique de la trempe peut être compensé au cours du rhéo-moulage par les effets d'une variable rhéologique. D'autres effets particulièrement intéressants du rhéo-moulage sur l'état thermocinétique de non-équilibre du verre formé ne peuvent malheureusement pas être exposés dans le cadre de cet article et seront l'objet de publications ultérieures. Par exemple, la Figure 11 tend à démontrer la possibilité d'une variation de l'écart de capacité calorifique à T_g avec le conditionnement vibratoire.

En tout cas, il semble permis de conclure que le "Rhéo-Moulage" remplit bien son contrat et qu'il soit effectivement possible de simuler par Rhéo-Moulage les effets d'un refroidissement donné, quelque soit la nature des échanges thermiques matière-moule.

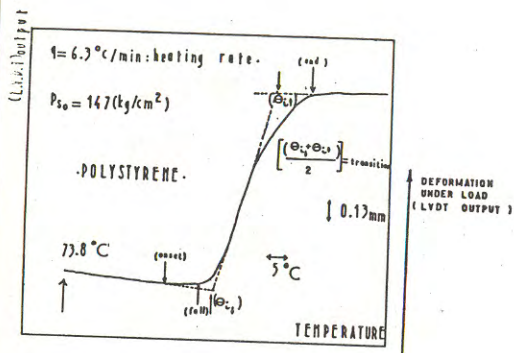


Fig. 12 ;

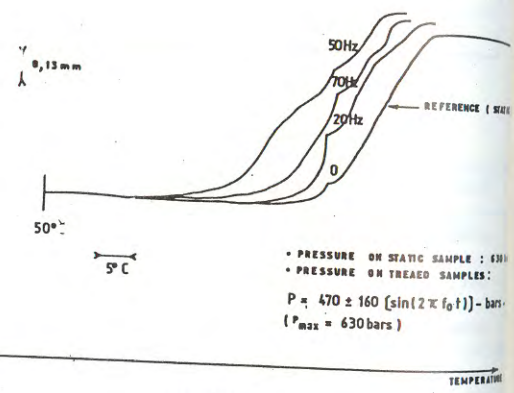


Figure 13 ;

Aux Figures 12 et 13 on a voulu mettre en évidence une autre propriété intéressante du procédé de Vibro-Moulage : la juxtaposition d'une pression vibratoire $P_D(t)$ à une pression statique P_{S0} , n'a pas le même effet lors de la déformation d'un plastique, que la totalité de la pression ($P_D + P_{S0}$) si celle-ci agissait de manière purement statique. La figure 12 représente la déformation parallèle à l'application d'une force appliquée sur un disque de Polystyrène au cours d'un réchauffement à température linéairement variable ; la pression initiale est de 147 bars, et le degré de réchauffement de 6,7°C/minute. Pour une température voisine de la température de fléchissement sous charge, le module du matériau décroît rapidement, et le disque s'applatit

dans le moule donnant la courbe de la figure 12 (déplacement latéral en fonction de la température). L'intérêt est de comparer le ramollissement et la déformabilité du matériau sous pression statique et sous pression vibratoire. C'est ce qui est montré à la figure 13. La pression statique agissant sur l'échantillon de référence (0 Hz) est de 630 bars, et la pression dynamique appliquée sur les autres échantillons est $(470 + 160 \sin 2\pi f_0 t)$ où f_0 est la fréquence fixe du conditionnement vibratoire. On constate sur la figure que l'application d'une pression vibratoire pour une fréquence de 50-60 Hz, favorise une déformation à des températures plus basses (de l'ordre de 40°C plus bas), alors qu'aux fréquences plus élevées, la courbe de déformation revient s'appliquer sur la courbe de référence comme si la vibration n'avait plus aucun effet sur la déformabilité du matériau. On voit donc qu'avec une combinaison température-vibration appropriée, il est possible de déformer le matériau thermoplastique dans des conditions de température nettement plus avantageuses, surtout si la structure moléculaire du matériau présente une instabilité plus ou moins grande en température (cas des matériaux biomacromoléculaires utilisés pour les synthèses de peaux artificielles, ou bien des matériaux biorésorbables).

Une application directe de la figure 13 est qu'une pression vibratoire peut être substituée à une pression agissant seule tout en réduisant la valeur absolue de la pression totale à exercer pour produire les mêmes effets. Une autre conséquence directe est qu'il est possible de travailler à une température inférieure pour déformer à chaud le thermoplastique si une pression vibratoire est utilisée.

Le Rhéo-Moulage permet aussi d'obtenir, comme nous l'avons expliqué dans l'exposé général, des états morphologiques et énergétiques (dont résultent les propriétés de ces matériaux) non accessibles ou difficilement accessibles par les méthodes conventionnelles de moulage, ce qui laisse présager la préparation de matériaux dont les propriétés sont inédites (plasticité accrue en basse température par exemple). Nous nous bornerons ici à donner un exemple concret obtenu par vibro-moulage d'échantillons de Polystyrène à fréquence fixe lors de la condensation. Les échantillons

vibroformés, une fois découpés en éprouvettes de traction et de flexion, présentaient des améliorations de l'allongement à la rupture de 50%, et de la charge à la rupture de 30%, l'énergie nécessaire pour briser l'éprouvette de flexion étant elle supérieure de 150%. La flexibilité du Rhéo-Moulage pour la simulation de refroidissements donne permet soit d'éliminer apparemment totalement le phénomène des microfissures ("crazes") soit au contraire de les multiplier et de les stabiliser donnant parfois l'aspect d'une microplasticité réelle par dissipation de l'énergie de rupture par les multiples microfissures stabilisées.

Enfin, il est possible de faire varier le degré de cristallinité du Polypropylène de façon considérable par Rhéo-Moulage, que ce soit ^{par} vibro-moulage pur et simple comme il est décrit dans cet article, ou par variation au cours du moulage d'une autre variable rhéologique, la pression statique, qui joue un rôle déterminant sur la courbe de croissance des cristaux et la valeur elle-même de la température de fusion (formule de Clapeyron).

En guise de résumé et de conclusion, il nous apparaît maintenant opportun de dresser une première liste succincte des applications industrielles immédiates et potentielles du procédé de Rhéo-moulage, étant bien entendu que le développement futur de machines aux dimensions de l'industrie permettra de mieux réaliser l'étendue et la flexibilité de ce nouveau procédé.

Applications pertinentes du Rhéo-Moulage :

- 1 - Contrôle de la morphologie, degré de cristallinité et de la texture des polymères semi-cristallins, ce qui a des conséquences considérables sur :
 - la transparence du produit
 - sa résistance au fluage et son vieillissement physique
 - l'ensemble général des propriétés mécaniques
- 2 - Contrôle des contraintes thermiques induites par des cycles rapides de production. Le rhéo-moulage permet en effet de favoriser ou d'éliminer les contraintes internes en accélérant ou au contraire en contrant les effets d'une production rapide.

ceci paraît particulièrement important pour la fabrication des disques du marché du vidéo-disque, ces disques devant être particulièrement stables dans le temps une fois compressés.

- 3 - Le Rhéo-Moulage semble prometteur pour l'amélioration des propriétés de produits potentiellement utiles (parce que peu chers à synthétiser) ou à usages particuliers (matières biorésorbables par l'organisme pour usage chirurgical) mais dont les propriétés mécaniques doivent être améliorées pour rendre le produit acceptable sur le marché.

DETERMINATION DES PROPRIETES PLASTIQUES ET VISCOELASTIQUES DES SAVONS METALLIQUES PAR MESURE DE DURETE A CHAUD

F. DELAMARE et P. MONTMITONNET

Centre de Mise en forme des matériaux de l'Ecole des Mines de Paris, France

RESUME

Un dépouillement original d'un test d'indentation à chaud, fondé sur un modèle viscoélasto-plastique, est présenté. Appliqué à des savons métalliques à basse température, il permet de mettre en évidence la superposition de comportement plastique et viscoélastique. Pour un savon pur, quand la température augmente, les transitions sur les paramètres rhéologiques (contrainte d'écoulement, viscosité, élasticité) sont en bon accord avec les transitions de phases vues par rayon X.

ABSTRACT

An original analysis of an indentation at variable temperature is presented, using a viscoelasto-plastic model. At low temperature, metallic soaps exhibit a mixed plastic-viscoelastic behaviour. For a pure soap, the transitions on rheological parameters (yield stress, elasticity, viscosity) as temperature increases are in good agreement with X-rays data.

1. INTRODUCTION

Un savon métallique est un sel métallique d'acide gras, de formule générale $[\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_n-\text{COO}]_m \text{M}$. On utilise comme lubrifiant dans plusieurs procédés de mise en forme (tréfilage d'acier, emboutissage, forge à froid) des poudres de savons chargés. Ces produits diffèrent des savons purs par une matière grasse impure (plusieurs longueurs de chaîne, chaîne à doubles liaisons), par la présence de charge minérale (jusqu'à 70 % en masse), et de résidus de fabrication (eau, glycérol). La modélisation de cette lubrification, du type film épais (séparation complète des antagonistes métalliques) nécessite la connaissance de la rhéologie du produit.

2. BIBLIOGRAPHIE

2.1. Rhéologie des savons

Leur rhéologie a été peu étudiée. Néanmoins Puddington /1,2/ puis Lapostolle /3/ et Brison /4/ ont montré que, plastique à froid, le

comportement rhéologique devenait visqueux non newtonien au-dessus d'une température de transition. Celle-ci est liée à la transition structurale entre des phases smectiques diverses qui caractérisent la fusion par étapes des savons /5,6,7/. Ces études ont montré les difficultés de la rhéométrie capillaire appliquée à ces produits de très haute consistance et qui glissent aux parois. Ces difficultés ne pouvant que s'amplifier à plus basse température, il convenait de trouver une méthode mieux adaptée. Notre choix s'est porté sur un test simple d'emploi, la dureté, dont nous présentons ici un dépouillement original tenant compte du comportement complexe du matériau.

2.2. Dépouillement élasto-plastique de la dureté

K.L. Johnson /8/ a montré que le mode de déformation du matériau indenté dépendait du paramètre $G_0/\sigma_0 \tan \beta$, où G_0 est le module d'Young, σ_0 la contrainte d'écoulement et β l'angle entre l'horizontale et la tangente à l'indenteur au bord de l'indentation. La déformation est soit purement élastique ($G_0/\sigma_0 \tan \beta < 5$), soit élastoplastique ($5 < G_0/\sigma_0 \tan \beta < 70$), soit plastique ($G_0/\sigma_0 \tan \beta > 70$). Dans ce dernier cas, la pression normale moyenne exercée par l'indenteur devient constante et égale à $3\sigma_0$ quelle que soit la géométrie de l'indentation. C'est dans cette zone qu'avait travaillé Tabor /9/ initialement.

3. EXPERIMENTATIONS

L'opération consiste à suivre l'enfoncement d'un indenteur sphérique dans le matériau étudié en fonction du temps, lors de la charge puis de la décharge. Compte tenu des faibles charges à appliquer et de la nécessité de faire varier la température, nous avons réalisé un appareillage spécialement adapté.

3.1. Appareillage

L'indenteur est une bille de carbure de tungstène de diamètre $\varnothing = 2$ mm, sur laquelle est appliquée une force. Celle-ci est calculée pour donner, sur un corps dont la contrainte d'écoulement à froid est de l'ordre de 10^7 Pa (1kgf/mm²) un enfoncement compris entre quelques dizaines de microns à froid et quelques centaines à chaud. Elle est typiquement comprise entre 500 et 1000 g suivant les savons. L'enfoncement (h) est mesuré par un capteur de déplacement linéaire à transformateur différentiel.

L'échantillon est formé de savon compacté sous $7 \cdot 10^7$ Pa (7kgf/mm²). Les dimensions de l'échantillon ($\varnothing 45$ mm, hauteur 10 mm) sont grandes devant celles de l'indentation. Les surfaces doivent être parallèles et très lisses, ce qui impose d'avoir un moule de rugosité très faible (rugosité CLA $\ll 1 \mu$ m). C'est la rugosité, et non pas le capteur, qui impose la précision de l'opération, donc les enfoncements à imposer pour garder une bonne précision.

Le système électrique de chauffage est constitué d'un cylindre de cuivre ($\varnothing 45$ mm, hauteur 40 mm) dont la température est régulée à $\pm 1^\circ$ C. Sa surface extérieure est isolée (fibres d'alumine). Le système de guidage de l'indenteur, qui vient en contact avec la face supérieure de l'échantillon, est également isolant, ce qui assure le contrôle de la température de surface de l'échantillon. Compte tenu de la diffusivité thermique des savons ($\approx 10^{-7}$ m²/s) /10/ un temps de chauffage de 15 mn est nécessaire pour obtenir une température homogène et stationnaire.

Le four est monté sur un axe de rotation parallèle à celui de l'indenteur, mais excentré par rapport à lui. On peut ainsi obtenir aisément une douzaine d'indentations sans changer l'échantillon.

Cette méthode présente plusieurs avantages. Tout d'abord, sa simplicité: elle ne nécessite aucun appareillage sophistiqué. Le glissement aux parois, qui rend difficile l'interprétation de la rhéométrie capillaire, devient favorable ici en permettant le dépouillement. Enfin, le taux de cisaillement très faible ($10^{-2} - 10^{-3}$ s⁻¹) entraîne un échauffement négligeable; la température est donc parfaitement connue.

3.2. Modélisation

La figure 1 montre la forme typique des courbes $h(t)$ obtenues. On remarque d'abord l'existence de déformation quasi-instantanée, linéaire, analogue à une déformation en dureté élasto-plastique. Mais contrairement au cas élasto-plastique, on n'atteint pas instantanément un état d'équilibre: la déformation se poursuit lentement, la courbe tendant vers une asymptote oblique (déformation visqueuse ϵ_v). A la décharge, on assiste à une recouvrance instantanée (élasticité ϵ_e), puis une recouvrance retardée, qui introduit la notion de viscoélasticité (ϵ_{ve}).

Pour simplifier l'analyse de l'écoulement sous l'indenteur, nous considérons la déformation comme monodimensionnelle. Le modèle le plus simple rendant compte des courbes expérimentales dérive du modèle de Burgers par adjonction en série d'une déformation plastique (figure 20).

- au début de l'indentation, l'aire de contact étant faible, la contrainte normale moyenne très élevée provoque la déformation plastique.

- quand l'enfoncement croît la contrainte moyenne diminue; quand elle devient inférieure à $3\sigma_0$, la déformation plastique cesse. Seule subsiste la partie viscoélastique (η_0, G_0, G_1, η_1). La figure 2b montre la courbe $\epsilon(t)$ obtenue à contrainte constante, la ressemblance avec les courbes expérimentales justifie le choix du modèle.

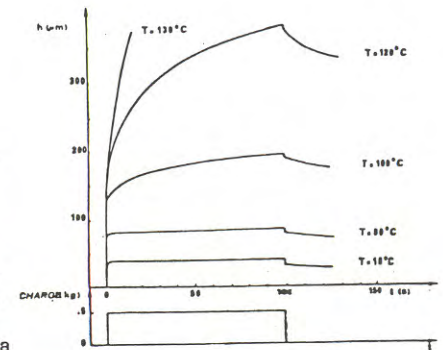


FIGURE 1 : Courbes expérimentales typiques

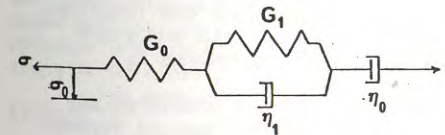


FIGURE 2a : Modèle monodimensionnel utilisé

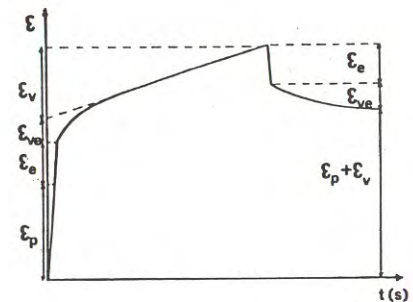


FIGURE 2b : Déformation $\epsilon(t)$ d'un tel corps sous contrainte constante

Si on applique à ce système une contrainte $\sigma(t)$, les déformations des diverses parties s'ajoutent :

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_v + \epsilon_{ve} + \epsilon_p \quad (1) \text{ avec :}$$

$$\epsilon_e = \sigma(t)/G_0$$

$$\epsilon_v = \frac{1}{\eta_0} \int_0^t \sigma(\tau) d\tau$$

$$\sigma(t) = G_1 \epsilon_{ve} + \eta_1 \dot{\epsilon}_{ve}$$

$$d'où \epsilon_{ve} = \frac{1}{\eta_1} \exp(-t/\theta_1) \int_0^t \exp(\tau/\theta_1) \sigma(\tau) d\tau$$

$$où \theta_1 = \eta_1/G_1 \quad \text{et} \quad \theta_0 = \eta_0/G_0$$

sont des temps de relaxation .

En toute rigueur, le champ d'écoulement est tridimensionnel. Pour pouvoir utiliser le modèle de Burgers, il nous faut trouver des grandeurs monodimensionnelles équivalentes aux contraintes et aux déformations.

Nous prendrons comme contrainte équivalente la pression moyenne sous l'indenteur :

$$\sigma = \frac{F}{\pi a^2} = \frac{F}{\pi h(2R-h)} \quad (2)$$

où a est le rayon de la zone de contact, et R le rayon de la bille.

Suivant Labor /9/ nous utilisons comme déformation équivalente :

$$\epsilon = 0,2 \frac{a}{R} \quad (3)$$

Pour une indentation donnée, les cinq paramètres du modèle sont calculés de la manière suivante :

- à la déformation plastique h_p , l'équation (2) fait correspondre une contrainte σ_p . Nous vérifierons que, dans le cas des savons, $\sigma_p \sim 3 \sigma_0$.
- la déformation élastique instantanée ϵ_e permet de calculer G_0 par :

$$G_0 = \frac{\epsilon_e \sigma_f}{\sigma_f}$$

où σ_f est la contrainte juste avant la décharge. Les trois autres paramètres (G_1, η_0 et η_1) sont calculés en ajustant l'équation (1) sur les courbes expérimentales.

4. RESULTATS: APPLICATION AUX SAVONS DE CALCIUM

4.1. Rappel sur les transitions de phases du stéarate de calcium

Le stéarate de calcium $[\text{CH}_3 - (\text{CH}_2)_{16} - \text{COO}]_2 \text{Ca}$ présente, lorsque la température s'élève, deux types de phases /6/ :

- cristallines, dans lesquelles les cations sont rangés dans des feuillets plans équidistants, les chaînes carbonées étant perpendiculaires aux plans des cations (figure 3). Il y en a en fait deux, qui seront dénommées C_1 (jusqu'à 90°C) et C_2 (90°C - 125°C) d'après /6/.

- mésomorphes "à disques" (smectiques D), qui dérivent des premières par rupture des feuillets en petits domaines circulaires ordonnés. Ceux-ci forment une surstructure à maille quadratique (figure 4). Sous l'effet de l'agitation thermique, les chaînes carbonées sont dans un état désordonné pour occuper tout l'espace offert. Ces phases sont au nombre de deux : $D1$ (125°C - 155°C) et $D3$ (155°C - 180°C).

- au delà de 180°C, les cations se rangent sur des cylindres, les chaînes grasses s'étendant vers l'extérieur. Ces cylindres forment une surstructure à maille hexagonale.

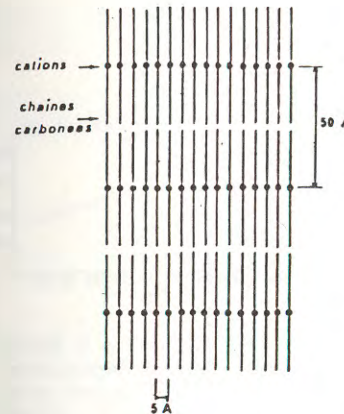


FIGURE 3 : Disposition des molécules dans les phases cristallines

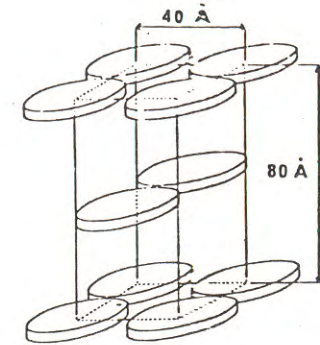


FIGURE 4 : Disposition des disques dans les phases à disques.

4.2. Rhéologie du stéarate de calcium pur

Il est extrêmement difficile de se procurer des savons métalliques très purs et exempts d'eau. Nos essais ont été effectués avec un savon contenant 96 % de stéarate de calcium, 3 % de savon de calcium saturé (12 à 20 atomes de carbone par chaîne) et environ 1 % d'eau.

Les résultats obtenus font l'objet des figures 5 à 8. On constate que :

- la contrainte d'écoulement σ_0 est de l'ordre de 10^7 Pa à froid et décroît rapidement quand T augmente (figure 5). Elle n'est pas sensible à l'existence de la transition $C_1 \rightarrow C_2$. En revanche, la plasticité disparaît totalement à la transition $C_2 \rightarrow D_1$, c'est-à-dire au passage phase cristalline \rightarrow phase mésomorphe.
- la viscosité η_0 est de l'ordre de 10^{12} Pl à froid (figure 6), ce qui est caractéristique d'un solide. Elle est sensible à la transition $C_1 \rightarrow C_2$: comme pour η_1 , on observe une rupture de pente à 90°C. La transition $C_2 \rightarrow D_1$ provoque une brutale chute de la viscosité. La consistance du stéarate devient alors trop faible pour permettre les mesures dans nos conditions expérimentales.
- Les modules d'élasticité sont également sensibles à la transition $C_1 \rightarrow C_2$ (figure 7).

- Notons que les temps de relaxation présentent une cassure à $C_1 \rightarrow C_2$. θ_0 , de l'ordre de 100 s à froid, devient vers la transition $C_2 \rightarrow D_1$ de l'ordre de la seconde (à $\dot{\gamma}$ nul) (figure 8).

Les valeurs obtenues pour σ_0 et G_0 permettent de constater que le paramètre $G_0 \text{ tg } \beta / \sigma_0$ (12) reste supérieur à 100 lorsque le stéarate de calcium est sous forme cristalline. On a donc bien $\beta / \sigma_0 \sim 3 \sigma_0$. Enfin, remarquons que comme pour les paramètres thermiques, les valeurs de G_0 et σ_0 sont proches des valeurs habituelles pour les polymères. Pour un polyéthylène commercial /11/, $G_0 = 1,1 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ et $\sigma_0 = 4 \cdot 10^7 \text{ Pa}$, pour un polypropylène /11/ $G_0 = 1,6 \cdot 10^9 \text{ Pa}$, $\sigma_0 = 4 \cdot 10^7 \text{ Pa}$. Ainsi, malgré les différences de structure, les propriétés tant rhéologiques que thermiques sont fort similaires.

4.3. Rhéologie d'un savon de calcium chargé

Le savon étudié ici est un savon industriel servant de lubrifiant pour le tréfilage de l'acier.

C'est un savon chargé préparé à partir d'une matière grasse complexe (suif et stéarine). Sa composition est la suivante :

- 61 % savon saturé de calcium
- 32 % chaux éteinte (charge)

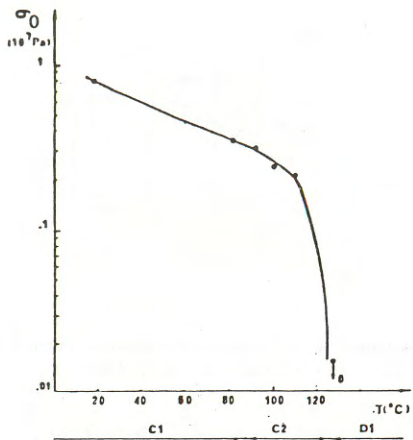


FIGURE 5 : Contrainte d'écoulement $\sigma_0(T)$ du stéarate de calcium

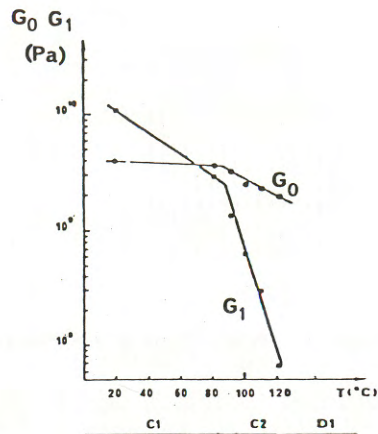


FIGURE 7 : Modules d'élasticité $G_0(T)$ et $G_1(T)$ du stéarate de calcium

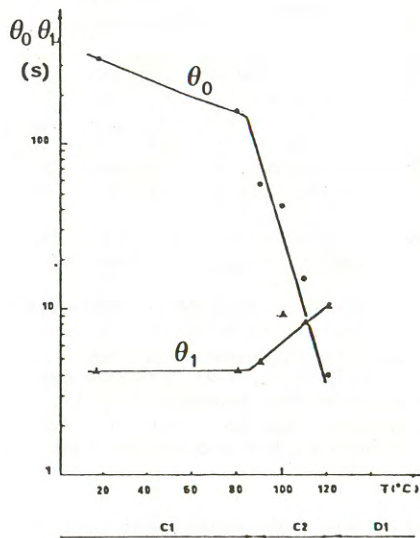


FIGURE 8 : Temps de relaxation θ_0 et θ_1 du stéarate de calcium.

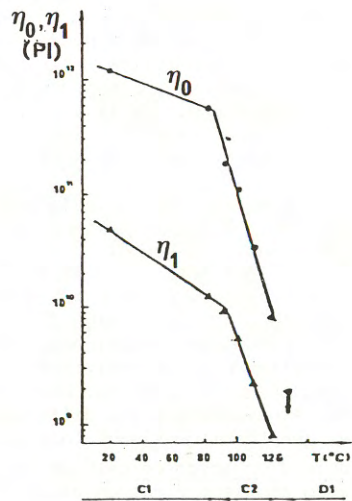


FIGURE 6 : Viscosités $\eta_0(T)$ et $\eta_1(T)$ du stéarate de calcium

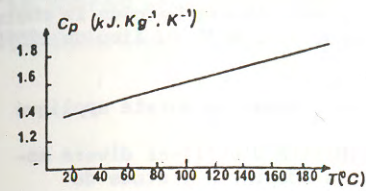


FIGURE 9 : Courbe d'Analyse Enthalpique Différentielle du savon industriel de calcium étudié ; C_p est la chaleur massique à pression constante

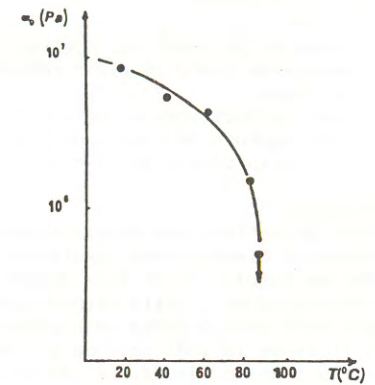


FIGURE 10 : Contrainte d'écoulement $\sigma_0(T)$ du savon industriel de calcium

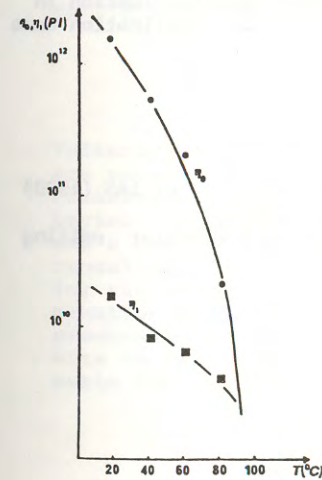


FIGURE 11 : Viscosités du savon industriel

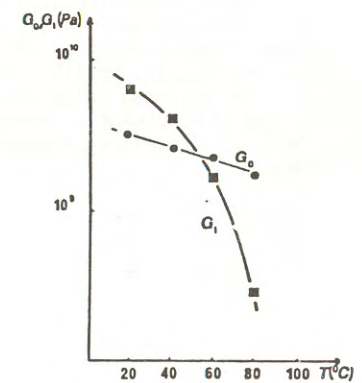


FIGURE 12 : Modules d'élasticité du savon industriel.

6 % de glycérol
1 % eau

L'étude de ce savon par analyse enthalpique différentielle (figure 9) montre l'absence de toute réaction endothermique, ce qui traduit l'absence de transition de phase.

C'est, effectivement, ce que l'on constate (figures 10 à 12). On n'observe plus aucune rupture de pente pour les paramètres rhéologiques. De plus la chute de η_0 et la disparition de la plasticité surviennent vers 80°C au lieu de 125°C.

5. CONCLUSION

Nous présentons une modélisation originale de l'essai de dureté appliqué à un matériau élasto-visco-plastique.

Par sa simplicité de mise en oeuvre et possibilité d'utiliser divers modèles rhéologiques, cette méthode semble pouvoir s'adapter à l'étude de nombreux matériaux à forte consistance.

L'étude de la rhéologie de savons de calcium a été faite entre 20 et 125°C en utilisant un modèle dérivé de celui de Burgers. Les résultats obtenus mettent en évidence la relation existant entre la structure du matériau et sa rhéologie. Ils permettent également de chiffrer les parts respectives de la plasticité, de l'élasticité et de la viscosité dans les phases cristallines ; de l'élasticité et de la viscosité dans les phases mésomorphes.

Les résultats sont du même ordre que ceux trouvés pour les polymères.

6. BIBLIOGRAPHIE

1. F.W. SOUTHAM, I.E. PUDDINGTON : "The flow properties of some anhydrous sodium soaps" Can. J. Research, B, 25, pp. 125 - 131 (1947)
2. B.D. POWELL, I.E. PUDDINGTON : "The flow properties and mesomorphic behaviour of anhydrous soaps at elevated temperatures" . Can. J. Chem., 31, pp. 828-836 (1953)
3. B. LAPOSTOLLE (ENSMP-CEMEF) : Travail non publié (1974)
4. P. MONTMITONNET, M. BRISON, F. DELAMARE : "Metallic soap lubrication in wire drawing : a thermo-pseudoplastic model" : accepté pour publication dans Wear (1982)
5. A. SKOULIOS : Thèse, Université Strasbourg (1959)
6. P. SPEGT : Thèse, Université Strasbourg (1964)
7. B. GALLOT : Thèse, Université Strasbourg (1965)
8. K.L. JOHNSON : "The correlation of indentation experiments," J. Mech. Phys. Solids, 18, pp 115-126 (1970)
9. D. TABOR : "The hardness of solids" : Rev. Phys. Tech., 1, p. 145 (1970)
10. P. MONTMITONNET, F. DELAMARE : Travail non publié (1981)
11. H.V. BOENIG : "Polyolefins, Structure and Properties" - Elsevier editing Company (1966)

LA VULCANISATION ET LE CONTROLE RHEOLOGIQUE

M. FRIAS et R. MARVÃO
CINDEN, LNETI, Portugal

RÉSUMÉ

La vulcanisation étant un processus complexe multiphasé ses effets sont néanmoins bien compris. Un faible thermoplastique devient un matériau à haute élasticité qui pour les faibles contraintes présente un comportement de solide et qui possède une incompressibilité liquide et une énergie interne gazeuse. Les liaisons covalentes interpolymériques ainsi que des forces polaires et de van der Waals déterminent les paramètres viscoélastiques du matériau, évalués sous des contraintes oscillatoires. La même technique, éventuellement associée à des techniques nucléaires comme la RNM permet de suivre la densification moléculaire et le processus de formation de l'élastomère.

ABSTRACT

Vulcanization being a complex multiphase process, its effects are nevertheless well understood. A weak thermoplastic is transformed into a strong elastic material with solidlike behaviour in the low strain range, liquidlike incompressibility and a gaslike internal energy. Polymer to polymer covalent crosslinks, polar and van der Waals forces are responsible for the viscoelastic parameters of the material, whose determination is made under oscillatory inputs. The same technique eventually associated to nuclear techniques like the NMR permits to follow up the molecular densification and the elastomeric forming process.

1 . GÉLIFICATION ET VISCOSITÉ

La chimie de la vulcanisation est un processus complexe multi-phasé dont la découverte par Goodyear il y a environ un siècle et demi présente encore aujourd'hui beaucoup d'aspects qui font objet de recherche scientifique et technologique, en vue de l'importance technique et même stratégique des matériaux élastomériques simples et composites.

La vulcanisation étant complexe, ses effets sont néanmoins claires. Un faible thermoplastique, sans propriétés mécaniques utiles, est transformé en matériau fort et élastique, à haute élasticité. Jusqu'à une extension appréciable, les élastomères sont amorphes, mais deviennent reversiblement cristallins sous une plus grande extension. La colorimétrie différentielle, la conductivité électrique, la RNM ne donnent pas en général des valeurs reproductibles sur la cinétique de la vulcanisation. Il y a toujours des interférences plus ou moins incontrôlables de liaisons hydrogène et liaisons dipôle et même de bouts de chaîne qui se dissocient et se réforment.

Néanmoins l'assurance de la qualité des matériaux élastomériques s'appuyant sur les réponses rhéologiques à des sollicitations mécaniques bien définies, le comportement viscoélastique observé durant les états moins ou plus vulcanisés va permettre de caractériser soit le degré de gélification soit la réponse mécanique en général. C'est à dire, les techniques de caractérisation rhéologique peuvent être utilisées pour suivre le processus chimique de formation de l'élastomère.

La corrélation entre structure moléculaire et caractérisation rhéologique est une recherche fondamentale pour le soi dit génie macromoléculaire ou polymérique ses traits fondamentaux méritant d'être esquissés.

2 . LE FONDEMENT MOLÉCULAIRE DU COMPORTEMENT RHÉOLOGIQUE

Il est en général accordé que le chemin pour interpréter le fondement moléculaire du comportement élastomérique a été établi en 1934 quand Guth, Mark et Kuhn ont reconnu le rôle de l'entropie de configuration des chaînes polymériques. Plus tard, Rouse, Zimm et

Bueche, entre autres, ont proposé que la molécule polymérique devrait se considérer composée de submolécules. Au lieu de liaisons de valence on devrait plutôt considérer une structure de bulles et de ressorts. On fait aussi l'hypothèse de que la probabilité d'une submolécule d'avoir une longueur r sera proportionnelle au nombre de configurations respectives. Comme ça, la structure de Rouse, Zimm et Bueche devient celle de l'espace de phases microcanonique.

Présentant un comportement de solide pour les petites déformations, les élastomères présentent aussi une incompressibilité de type liquide et une énergie interne gazeuse, c'est à dire une énergie interne pratiquement indépendante de la tension appliquée, soit une entropie de configuration.

La constance de l'énergie interne et l'incompressibilité ont confirmé la structure statistique de l'ensemble microcanonique, ci dessus mentionné, l'entropie devenant proportionnelle au nombre de configurations du système, soit

$$S = k \ln \Omega \quad , \quad (2.1)$$

k étant la constante de Boltzmann.

On admet que la submolécule a une rotation libre dans l'espace. Pour cette chaîne aléatoire, le nombre de configurations compatible avec le carré moyen r^2 est la distribution de Gauss,

$$p(r) = c \exp(-b^2 r^2) \quad (2.2)$$

c étant une constante de normalisation et

$$b^2 = 3/2 \overline{r^2} \quad (2.3)$$

On admet que les croisements des enchevêtrements sont fixes autour de ses positions moyennes et que se transforment en topologie affine, en proportion à la déformation macroscopique. Ainsi, le nombre total des configurations et un produit de nombres de sous-configurations,

$$\Omega = \prod \Omega_i \quad (2.4)$$

et

$$S = -k \sum_i b_i^2 r_i^2 \quad (2.5)$$

En admettant que notre unité élastomérique est un cube de

volume V_0 et longueur L_0 et qu'on l'applique une tension uniaxiale, la longueur sur cette direction devient L et le volume devient V . Comme l'élastomère est pratiquement incompressible, $V = V_0$, mais on peut toujours admettre une variation différentielle pour y appliquer la mécanique classique du continu le cas échéant. Selon l'hypothèse d'affinité, à la déformation macroscopique ci dessus admise correspond une déformation proportionnelle au niveau moléculaire,

$$a = L / L_0 \quad (2.6)$$

L'incompressibilité de l'élastomère permet écrire les transformées des coordonnées x, y, z sous cette déformation affine a ,

$$ax, a^{-1/2}y, a^{-1/2}z \quad (2.7)$$

Une distribution sphérique de vecteurs de grandeur r devient ainsi une distribution elliptique symétrique de grandeur r' telle que

$$r'^2 = (r^2/3) (a^2 + 2/a) \quad (2.8)$$

L'entropie du milieu élastomérique sous tension devient

$$S = -k b_1^2 r_1^2 (a^2 + 2/a) / 3 \quad (2.9)$$

La première loi thermodynamique nous donnant

$$dU = T dS - p dV + f dL \quad (2.10)$$

l'incompressibilité et la constance de l'énergie interne annulent dU et dV et alors on a simplement

$$f = -T (\partial S / \partial L) \quad (2.11)$$

La somme et la différentiation sur (2.8) nous donnent alors l'équation d'état de l'élasticité caoutchoutique,

$$f = N_0 k T (a - a^{-2}) \quad (2.12)$$

En conclusion, la théorie moléculaire prédit que la tension est proportionnelle au nombre de chaînes moléculaires et à la température pour un matériau ou un milieu élastomérique.

3 . L' ÉLASTOMÈRE MULTIPHASÉ

La théorie moléculaire de Rouse, Zimm et Bueche a été revue et élargie dans les années soixante-dix mais toujours dans le cadre du modèle de l'ensemble microcanonique.

Les vulcanisés de caoutchouc naturel purs sont mous, souples et extensibles. On les utilise pour faire les bandes et les tubes souples en caoutchouc naturel, très bien connus.

Ces vulcanisés de caoutchouc naturel obéissent dans son comportement mécanique à l'équation (2.12) mais la plupart des applications de caoutchouc implique une résistance à la traction, des modules mécaniques, une résistance au déchirement et des propriétés abrasives bien plus hautes. Pour y arriver il faut y incorporer des charges telles que le noir de carbone et la silice qui ajoutent un réseau supplémentaire de noyaux de friction au noyau constitué par les enchevêtrements originaux de la vulcanisation pure.

L'équation (2.12) est connue comme l'équation de l'élasticité caoutchoutique ou élastomérique. Les charges ayant néanmoins des dimensions colloïdales, son réseau a une échelle qui dépasse en grandeur l'échelle de l'ensemble microcanonique. Comme ça, la théorie du composite élastomérique devrait se fonder sur un cadre différent.

Le cadre pour analyser le milieu visqueux multiphasé a été cherché dans les théories de la viscosité des suspensions de sphères rigides dans un liquide visqueux, dont le premier repère a été l'équation d'Einstein rapportant la viscosité de la suspension à la viscosité du liquide support,

$$\eta = \eta_1 (1 + k_E \phi) \quad (3.1)$$

où η est la viscosité de la suspension, η_1 est la viscosité du liquide et ϕ la fraction en volume du composant suspendu.

Néanmoins cette équation ne peut donner des résultats quantitatifs que pour des suspensions très faibles.

Plusieurs équations ont apparu dans la littérature pour exprimer la viscosité du composant suspendu à des concentrations moyennes ou hautes. L'équation de Mooney est probablement la

plus employée,

$$\ln(\eta/\eta_1) = \frac{k_E \phi}{1 - \phi/\phi_{\max}} \quad (3.2)$$

où ϕ_{\max} représente la fraction maximale de volume que peut être atteinte; ce qu'on peut déterminer, par exemple, par mesures de sédimentation et s'exprime par

$$\phi_{\max} = \frac{\text{volume réel}}{\text{volume apparent}} \quad (3.3)$$

L'équation de Mooney a été appliquée aux élastomères en contrainte de cisaillement et Lewis et Nielsen (1) ont montré que cette équation pouvait s'exprimer dans les modules d'élasticité E , E_1 et E_2 respectivement du composite, de la matrice et de la charge,

$$E/E_1 = (1 + AB\phi) / (1 - B\psi\phi) \quad (3.4)$$

étant,

$$A = k_E - 1 \quad (3.5)$$

$$B = (E_2/E_1 - 1) / (E_2/E_1 - A) \quad (3.6)$$

pour une valeur de 0,50 du coefficient de Poisson, comme est le cas des élastomères.

Si les charges ne sont pas sphériques mais, par exemple, des fibres ou des lamellae, les modules et aussi les dissipations visqueuses deviennent plus grands et diverses théories ont apparu pour ces formes spéciales de charges, (2), (3)

Les essais discontinus donnant des informations limitées, la recherche appliquée utilise plutôt les contraintes ondulatoires, la respective analyse mathématique utilisant les variables complexes, en particulier les modules complexes (4)

$$E^* = E_1 + i E_2 \quad (3.7)$$

qui, par l'équation de Lewis et Nielsen deviennent

$$E_1 = E_{1m} \{ (1 + AB'\phi)(1 - B'\psi\phi) - AB''^2\psi\phi^2 \} - E_{2m} \{ AB''\phi(1 - B'\psi\phi) + B''\psi\phi(1 + AB'\phi) \} / (1 - \psi\phi B'^2) + (\psi\phi B'')^2 \quad (3.8)$$

$$E_2 = E_{1m} AB''\phi(1 - B'\psi\phi) + B''\psi\phi(1 + AB'\phi) + E_{2m} (1 + AB'\phi)(1 - B'\psi\phi) - AB''^2\psi\phi^2 / (1 - \psi\phi B')^2 + (\psi\phi B'')^2 \quad (3.9)$$

où B' et B'' sont paramètres associés aux modules des charges et aussi dépendants de E_1 et E_2 ce qui complique les calculs déjà encombrants.

Le paramètre ψ est fonction de ϕ_{\max} ,

$$\psi = 1 + (1 - \phi_{\max}) / \phi_{\max} \quad (3.10)$$

On peut remarquer que le mixage de concepts de microphysique avec la mécanique du continu résulte en complexité conceptuelle et de calcul. Comme accentué ailleurs (5) il semble que microphysique et macrophysique ne sont pas superposables. Probablement par cette raison fondamentale on aura au moins pour longtemps besoin des modèles rhéologiques.

Le modèle de Zener, avec un ressort R_1 en parallèle avec une série d'un autre ressort R_2 et un amortisseur A semble traduire en grande partie le comportement élastomérique. Les modules complexes respectifs peuvent être exprimés dans le module vitreux E_0 et le module du plateau caoutchoutique E ,

$$E^* = E_0 + (E - E_0) / \{ 1 + (i\omega\tau)^{-1} \} \quad (3.11)$$

$$E_2/E_1 = \text{tg} \delta = (E - E_0) / \{ (E_0 + E\omega^2\tau^2) \} \omega\tau \quad (3.12)$$

où $E_2/E_1 = \text{tg} \delta$ est le facteur de perte, traduisant la dissipation par cycle de fréquence ω , E_0 étant le modulus à l'état vitreux, E le modulus au plateau caoutchoutique et τ , un temps de relaxation caractéristique du matériau ou milieu, un temps moyen vu que le milieu aura en principe un spectre de temps de relaxation (4).

4. LES MESURES VISCOÉLASTIQUES ET LA STRUCTURE POLYMÉRIQUE

Au laboratoire on cherche des détecteurs de contrainte et de déformation les plus sensibles. Le détecteur de déformation, par exemple, émet un signal dont l'amplitude est proportion-

nelle à la déformation appliquée, généralement sous forme sinusoidale à l'échantillon sous observation,

$$S_a \propto \Delta L \exp(i\omega t) \quad (4.1)$$

Le détecteur de tension reçoit la vibration produite avec une différence de phase δ et émet un signal proportionnel à l'amplitude ΔF ,

$$S_e \propto \Delta F \exp i(\omega t - \delta) \quad (4.2)$$

Un galvanomètre est calibré en $tg \delta = E_2/E_1$, qui s'exprime par (3.12). Or, par définition, on a

$$|E^*| = |\Delta F/S \cdot L|/|\Delta L| \quad (4.3)$$

où L et S représentent, respectivement, la longueur et la section transversale de l'échantillon.

De $tg \delta$ et E^* on déduit les modules de conservation et de dissipation, respectivement,

$$\begin{aligned} E_1 &= |E^*| \cos \delta \\ E_2 &= |E^*| \sin \delta \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ces détecteurs sont matérialisés, par exemple, dans le Rhéovibron de Takayanagi et dans le Metravib de la Société Metravib, qui nous préférons pour nous permettre d'utiliser des échantillons plus grands, donc plus intéressants pour la recherche technologique. Pour deux types de élastomères styrène-butadiène avec la même matrice mais possédant des taux divers du même noir de carbone, nous avons obtenu les valeurs suivantes à la température de 15°C,

Hz	N.m ⁻² 10 ⁴		tg δ	
ω	E*			
7,8	5,1	3,3	0,102	0,068
15,6	5,4	3,4	0,113	0,072
31,2	5,7	3,5	0,135	0,074
62,5	6,0	3,8	0,177	0,096
125	6,7	4,3	0,218	0,112
250	7,2	5,0	0,277	0,134
500	9,3	6,1	0,342	0,148

Ainsi les paramètres viscoélastiques des deux SBR sont

obtenus sur une gamme discrète observée sous des conditions de isothermie. La superposition température-temps peut être appliquée et une courbe maîtresse obtenue. L'objet de ces mesures était néanmoins de comparer deux caoutchoucs dans lesquels on n'avait changé qu'un paramètre de composition, la charge en un certain noir de carbone. Le premier ayant une charge plus élevée que le second présente des paramètres viscoélastiques plus hauts, soit le module élastique soit la complaisance visqueuse.

Quand on déforme un matériau viscoélastique jusqu'à un certain seuil, les tensions vont se relaxer avec le temps, ce déclin étant similaire au fluage et plus ou moins accompagné de hystérèse, tous ces effets traduisant le réajustement des enchevêtrements moléculaires sous tension. La vitesse de l'orientation des chaînes moléculaires est contrôlée par la résistance de friction entre les chaînes et la longueur des chaînes. Pour un polymère avec des enchevêtrements, les noyaux se constituent aussi en centres de friction. En principe, il faut considérer les liaisons suivantes:

- covalentes, entre polymères ;
- covalentes, entre charge et polymère ;
- enchevêtrements ;
- forces polaires et van der Waals entre charge et polymère.

Pour les températures ambiantes de 5°C à 40°C, la relaxation ou déclin de tensions ne dépend pas des liaisons covalentes, vu que la scission des chaînes est négligeable. La vitesse de relaxation diminue avec le nombre d'enchevêtrements, la teneur en charges n'ayant pas une influence appréciable sur la vitesse de relaxation.

Divers degrés de vulcanisation donnent, alors, des comportements nettement différents en relaxation de forces appliquées. On a par exemple essayé des échantillons de deux lots de différents degrés de vulcanisation et observé la relaxation après une tension pratiquement instantannée de 1000 newtons avec un Instron TTCM. Le lot B ayant une vulcanisation insuffisante, ne présente pratiquement pas de relaxation, alors que le lot A, avec une cure normale présente une relaxation courante pour un élastomère:

temps, minutes	tension, newton	
	A	B
0	1000	1000
1	920	960
10	785	950
100.	675	920
1000(16H40)	585	920

Le lot B a aussi révélé un comportement abrasif déficitaire, bien que la mécanique fondamentale de l'abrasion soit loin d'être bien comprise.

Déjà en 1921 Nutting (6) a postulé une loi exponentielle pour le déclin de tension d'un élastomère précontraint. Buchdahl et Nielsen ont essayé la même loi pour d'autres polymères, comme le polystyrène et le cpv. Dans les années soixante, Cotten et Boonstra (8) ont repris le sujet et proposé une loi très simple,

$$f(t) = f(1) t^{-r} \quad (4.5)$$

où $f(t)$ est la tension après t minutes de relaxation, $f(1)$ la tension après 1 minute de relaxation et r est un paramètre de relaxation dépendant du type de polymère. Pour l'expérience ci dessus r devient 0,22 pour l'élastomère A, des valeurs entre 0,16 et 0,30 étant considérés normaux, pour les élastomères.

Les données ci dessus confirment que l'abrasion est en bonne corrélation avec la réponse mécanique dépendante du temps. Étant toujours associée à un processus de friction, l'abrasion semble être un index du comportement viscoélastique du matériau, le degré d'enchevêtrement étant responsable par le retour ou conservation d'énergie du système après chaque friction sur le système ou matériau.

Des techniques pour suivre le processus de vulcanisation ou de gélification en général ont été inspirées sur la rhéologie et ses méthodes de mesure. Par exemple, la polycondensation des résines epoxy et sa cinétique, la vitrification ou la formation d'un plateau caoutchoutique peuvent être suivies et contrôlées par des mesures rhéologiques, avec les mêmes tech-

niques qui permettent de caractériser le produit final.

Ces techniques expérimentales donnent des résultats précis pour la mécanique linéaire. Pour élargir ce domaine, beaucoup de problèmes se posent (9) mais le domaine linéaire suffit pour beaucoup de problèmes ou les perturbations relativement aux états physiques peuvent être limitées d'avance.

Le processus de vulcanisation est aussi accompagné d'une densification progressive à quoi correspond un degré progressif d'interactions de spin. Ça permet de suivre le processus par large bande de RMN. On a utilisé cette technique pour certain cas où il faut faire distinction entre des polymères avec des spectres infrarouge identiques mais possédant des spectres de réponse rhéologique distincts comme est le cas, par exemple, de polymères formant des fibres. Des arrangements protoniques distincts, originés par des procédés de fabrication légèrement différents, mais reconnaissables à la RMN sont responsables de comportements rhéologiques divers et surtout d'affinités physiques et physicochimiques distinctes.

RÉFÉRENCES

- (1) M.MANSON, M.SPERLING, Polymer Blends and Composites, Plenum Press, 1970
- (2) T.B.LEWIS, L.E.NIELSEN, J. Appl. Polym. Sci., 14, 1449, 1970;
- (3) L.E.NIELSEN, Trans. Soc. Rheology, 13, 141, 1969;
- (4) M.FRIAS, Rev. Fac. Ciências Lisboa, 2S-A, IX, 311;
- (5) M.FRIAS, Cahiers de rhéologie, 53, 553, 1979;
- (6) P.G.NUTTING, ASTM Proc., 21, 1162, 1921;
- (7) R.BUCHDAHL, L.W.NIELSEN, J. Appl. Phys., 22, 1344, 1951;
- (8) G.R.COTTEN, B.B.BOONSTRA, Rubber Chem. Tech.,
- (9) M.FRIAS, Rheology, 3, 749, Plenum Press.

TRANSPORT DE PETROLES BRUTS LOURDS SOUS FORME D'EMULSION HUILE DANS EAU

J. BRIANT

Institut Français du Pétrole, France

D.H. FRUMAN, A. MAKRIA et D. QUEMADA

Université de Paris VII, France

RESUME

Des études préliminaires concernant le comportement visqueux d'émulsions d'un pétrole lourd très visqueux (BOSCAN, Venezuela) dans de l'eau additionnée d'un tensioactif anionique ont été réalisées. Elles montrent que, pour la gamme des vitesses de cisaillement existant dans le transport par oléoduc, des réductions de viscosité de plusieurs ordres de grandeur par rapport à la viscosité du pétrole peuvent être obtenues avec des fractions volumiques de la phase dispersée de l'ordre de 60%.

ABSTRACT

Preliminary results concerning the viscous behaviour of emulsions of a highly viscous heavy crude oil (BOSCAN, Venezuela) in water containing an anionic surfactant are presented. It is shown that, in the range of shear rates usually encountered in pipelines, the viscosity can be reduced by several orders of magnitude as compared with the crude oil viscosity and this for volume fractions of the disperse phase in the range of 60%.

1. INTRODUCTION

Les pétroles lourds, caractérisés par des densités API de l'ordre de 10 (densité relative à l'eau de l'ordre de 1), ont des viscosités extrêmement élevées pouvant atteindre 10^5 - 10^7 cP à la température ambiante (fig. 1). Leur transport par oléoduc du site de production aux ports d'embarquement ou aux raffineries peut difficilement être envisagé sans l'utilisation de procédés de viscosité réductions chimiques ou physiques. Parmi ces derniers on peut citer :

- le chauffage
- la dilution avec des solvants
- la lubrification aqueuse.
- l'encapsulation
- l'émulsification.

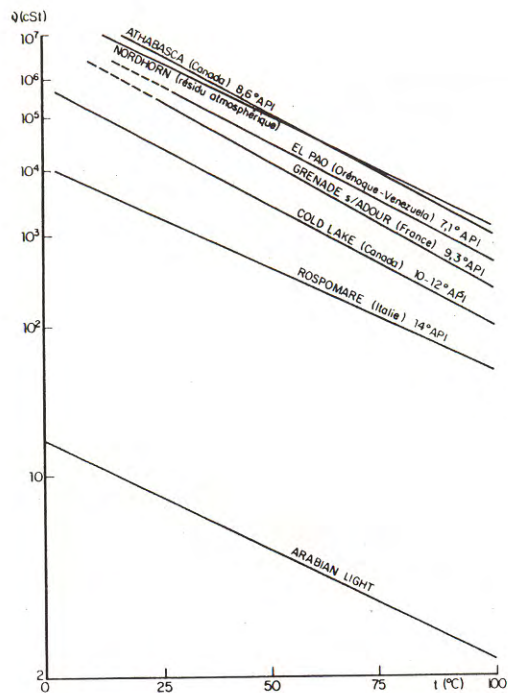


Figure 1 - Viscosité de quelques pétroles lourds et bitumes en fonction de la température

La viscoréduction par chauffage est applicable à des produits dont la viscosité initiale n'est pas trop élevée, de l'ordre de 10^4 cP. Pour des produits plus visqueux l'augmentation de température qui serait nécessaire pour atteindre des viscosités assez basses (10^2 cP) deviendrait prohibitive (voir fig. 1). Par ailleurs, le procédé est limité à des distances relativement courtes (50 km). De plus, étant donné les pertes de chaleur se produisant pendant le transport, des stations de réchauffage intermédiaires sont requises. Un système de sécurité permettant la vidange de l'oléoduc dans le cas d'arrêt accidentel ou opérationnel du pompage est nécessaire. En son absence, le pétrole pourrait se refroidir à l'intérieur de l'oléoduc et il serait difficile, sinon impossible, de remettre en route l'installation.

La dilution des produits lourds avec des solvants de faible viscosité permet d'abaisser la viscosité du mélange et rend possible son transport par oléoduc. Ce procédé est cependant tributaire de la disponibilité d'une source naturelle de pétrole léger ou de la production sur site et du recyclage éventuel de fractions légères.

La lubrification aqueuse, applicable seulement sur de courtes distances, est un procédé développé par la Société Shell (1) et exploité déjà sur un oléoduc court. Il consiste à établir un écoulement concentrique de deux fluides, de sorte que l'huile s'écoule en masse à l'intérieur d'une couche pariétale assez épaisse d'eau. Pour limiter le contact du noyau avec la paroi de la conduite et la propreté de celle-ci en cas de contamination accidentelle, des produits chimiques adaptés peuvent être ajoutés au fluide porteur (2).

L'encapsulation permet de constituer un écoulement bouchon artificiel. Dans ce procédé des portions de pétrole lourd sont enfermées à l'intérieur d'une membrane plastique mince et sont entraînées dans l'oléoduc grâce à un fluide porteur (eau, eau additionnée de réducteurs de frottement, pétrole léger, etc.) (3). Ce type d'écoulement est celui qui offre un minimum de résistance au frottement.

Sous certaines conditions, les pertes de charge peuvent être inférieures à celles du fluide porteur seul à la même vitesse superficielle (4). Il a l'avantage de permettre le transport simultané de deux qualités de brut (lourd et léger) sans mélange et de faciliter considérablement la séparation du fluide porteur et le pétrole lourd en fin de chaîne de transport. Par contre, il nécessite des installations mécaniques permettant l'introduction (sas) et la récupération des capsules ainsi que les moyens de manutention adéquats.

Les procédés de transport par émulsification de pétrole dans de l'eau (5) permettent d'obtenir des produits avec des viscosités aussi faibles que souhaitables pourvu que l'on accepte des faibles fractions volumiques du fluide dispersé.

D'une façon générale, pour une distribution granulométrique donnée, la viscosité de l'émulsion et son comportement en fonction du cisaillement ne dépendent que très faiblement de la viscosité du produit utilisé. Par contre, la distribution granulométrique est fonction :

- des caractéristiques physico-chimiques des deux phases,
- du type de tensioactif utilisé,
- et de la méthode d'émulsification.

Ces différents paramètres affectent aussi la stabilité de l'émulsion par l'intermédiaire des phénomènes d'agrégation ou de coalescence pouvant conduire à la séparation des phases.

Du point de vue pratique, on cherche à avoir des émulsions ayant, pour une même fraction volumique :

- une viscosité aussi faible que possible,
- une stabilité suffisante pour éviter, sous l'effet de l'agitation naturelle, la séparation le long de la conduite,
- et des conditions permettant, en fin de chaîne de transport, la séparation des phases avec des concentrations d'eau dans l'huile et d'huile dans l'eau compatibles avec le raffinage et le rejet respectivement.

Cet exposé traite tout d'abord du problème de la fabrication des émulsions et des facteurs physico-chimiques qui affectent leurs propriétés. Il présente pour commencer quelques résultats concernant la stabilité des émulsions (problèmes de séparation et agrégation). Les propriétés d'écoulement sont étudiées ensuite, tout d'abord sur des émulsions bitume/eau, puis, avec des mesures plus détaillées, sur des émulsions pétrole/eau. Il se termine par l'analyse qualitative de la granulométrie de quelques émulsions typiques à partir de microphotographies.

2. FABRICATION DES EMULSIONS

Les émulsions pétrole lourd/eau présentent beaucoup d'analogie avec les émulsions routières bitume/eau et les connaissances acquises en ce domaine ont été beaucoup utilisées dans ce travail ; c'est sur elles en particulier qu'a été basé le choix des tensioactifs.

Les caractéristiques que doit avoir un bon tensioactif pour les émulsions huile/eau ont été énoncés par GOPAL (7).

Pour l'utilisation de transport envisagé, les émulsions doivent répondre à des conditions de stabilité, de viscosité et d'interactions avec les parois.

En ce qui concerne la stabilité, la coalescence des gouttes dispersées est à éviter avant tout. Une agrégation en floculation des particules sans coalescence est acceptable à la condition que les agrégats puissent se rompre par une légère agitation et que les propriétés visqueuses de l'émulsion n'en soient pas affectées.

A l'opposé, en fin de transport, les deux phases de l'émulsion doivent être séparées et le pétrole brut récupéré. La rupture de l'émulsion, doit pouvoir être réalisée. On peut espérer ce résultat en neutralisant les effets des tensioactifs par addition de composés chimiques adaptés mais peu coûteux.

Il est évident que, pour le transport, on cherche à avoir des émulsions ayant des viscosités les plus faibles possibles pour des fractions volumiques en

pétrole les plus élevées possibles. Ces conditions sont contradictoires, mais il faut noter qu'une répartition adéquate des particules ainsi qu'un choix approprié du tensioactif et de la méthode de fabrication de l'émulsion peuvent être bénéfiques sur ce point.

D'autre part, il faut aussi que l'émulsion ne se détruise pas en présence de la paroi solide métallique de la conduite et que les gouttelettes ne viennent pas adhérer à celle-ci en produisant, à plus ou moins long terme, une diminution du diamètre effectif et une augmentation de la rugosité du tuyau. Dans ce sens, un tensioactif rendant la paroi métallique oléophobe, peut satisfaire un tel objectif.

Les tensioactifs sont divisés en trois grandes familles : anioniques, cationiques et non-ioniques. Du point de vue pratique les tensioactifs anioniques présentent certains avantages par rapport aux tensioactifs cationiques.

Premièrement, les acides organiques contenus naturellement dans le pétrole peuvent dans certains cas, permettre la formation "in situ" d'un tensioactif anionique par simple addition d'une solution d'un hydroxide de métal alcalin. Les émulsions obtenues sont alors alcalines. En l'absence d'acides organiques naturels, ceux-ci peuvent être ajoutés à la phase continue.

Deuxièmement, parce que alcalines, les émulsions anioniques sont moins corrosives que les émulsions cationiques.

Troisièmement, il apparaît que les tensioactifs anioniques seraient moins chers que les cationiques.

Dans cette étude préliminaire, seules ont été considérées des émulsions anioniques. Le tensioactif a été obtenu à partir d'une combinaison de Tall Oil (T.O.), qui est un résidu de la fabrication de la pâte à papier contenant des acides "résiniques" (6).

Le pétrole choisi pour cette étude est un brut lourd vénézuélien, le BOSCAN, dont la viscosité à la température ambiante est de l'ordre de 10^5 cP.

Les émulsions ont été préparées au laboratoire par la méthode suivante.

Dans une quantité d'eau légèrement supérieure à celle souhaitée dans l'émulsion on ajoute le T.O. et la soude dans les proportions voulues. Ce mélange est chauffé à 80° dans un bêcher et un émulsificateur ultra turrax (modèle T 45 N - 1000 tr/min) y est plongé. Après la mise en route de l'émulsificateur, le BOSCAN qui a été chauffé préalablement à 120°C est versé dans l'eau. Au cours de cette opération, une certaine quantité d'eau s'évapore tandis qu'une fraction du BOSCAN reste fixée sur le récipient utilisé pour le chauffage. La concentration effective d'huile est alors calculée à partir des divers récipients utilisés.

3. STABILITE DES EMULSIONS

L'étude de la stabilité des émulsions n'a pas été faite systématiquement. Elle se limite à des observations purement visuelles permettant d'établir l'incidence de différents facteurs.

D'une manière générale le pourcentage de NaOH doit être toujours inférieur au pourcentage de T.O. Dès que ces pourcentages sont très proches, il n'est pas possible d'obtenir des émulsions stables ; la séparation des phases se produit presque immédiatement et une couche d'huile extrêmement visqueuse surnage sur une couche d'eau contenant encore un peu d'huile.

Pour toutes les autres émulsions, ayant des rapports T.O./NaOH ≥ 2 , les résultats des observations sont résumés dans le Tableau 1. On peut en tirer les conclusions suivantes :

- les émulsions préparées avec de l'eau distillée sont très stables pour des rapports T.O./NaOH = 4 et T.O. $\geq 1\%$
- pour le même rapport T.O./NaOH les émulsions préparées avec de l'eau de ville sont beaucoup moins stables
- la stabilité diminue si le rapport T.O./NaOH est inférieur à 4 et si le pourcentage de T.O. est abaissé au dessous de 1.

Il faut noter que, tenant compte des délais entre la date de préparation et la date de contrôle de la stabilité, ces résultats sont bons et mettent en évidence que le choix du tensioactif est approprié.

TABLEAU 1

STABILITE DES EMULSIONS APRES PLUS DE 15 HEURES DE REPOS (Essai du 19-20/11/81)

Concentration	T.O.*	NaOH*	Date	Observations
%	%	%	Preparation	
54,5	1	0,25	5/10/81	TS
57,4*	"	"	"	S
73,2	"	"	"	T S
75,7	"	"	"	T S
55,6	"	"	9/7/81	S
64,7	"	"	15/7/81	TS
65,9	"	"	17/7/81	TS
57,8*	2	0,5	3/7/81	PS
63,5	"	"	17/7/81	TS
58,8	0,5	0,125	8/7/81	S
60,2*	0,5	0,0625	9/7/81	PS
55,8	1	0,5	10/7/81	S
57,2	0,25	0,125	10/7/81	PS

Si % NaOH \geq % TO pas d'émulsification possible

TS : Très Stable

S : Stable, léger crémage

PS : Peu stable, séparation visible

*Eau de ville

*Pourcentage du volume total (eau + pétrole)

4. CARACTERISTIQUES RHEOLOGIQUES DES EMULSIONS

L'étude des caractéristiques rhéologiques des émulsions constitue l'une des parties essentielles de ce travail.

Sur ce point seront d'abord décrits l'appareillage utilisé et les processus expérimentaux suivis. Un seul exemple d'équation susceptible de représenter le comportement visqueux des émulsions sera donné. Ensuite seront considérés les propriétés d'écoulement des émulsions.

4.1 - Appareillage et processus expérimental

La détermination des caractéristiques visqueuses des émulsions a été effectuée au moyen de deux viscosimètres à cylindres coaxiaux. L'un "Low Shear 30", permet d'étudier le comportement dans une gamme de vitesse de cisaillement compris entre 10^{-2} et 10^2 s^{-1} environ. Néanmoins, la limitation du couple rend les mesures impossibles, suivant les corps de mesure utilisés, pour des émulsions très visqueuses. L'utilisation d'un "Rheomat 15", permet de pallier partiellement à cette limitation et, dans certains cas, de prolonger la plage des vitesses de cisaillement.

La réponse des instruments a été contrôlée à l'aide d'une solution aqueuse de glycérine. Les essais ont montré que les résultats obtenus avec les deux vis-

cosimètres et divers corps de mesure correspondaient bien au comportement d'un fluide newtonien d'égale viscosité. Pour le "L.S. 30", cependant, les viscosités mesurées aux vitesses de cisaillement inférieures à $0,1 \text{ s}^{-1}$ sont affectées d'une erreur assez importante (pouvant atteindre 30% pour le taux de cisaillement le plus faible) suivant le corps de mesure utilisé. Le corps "1 T", plus court, donnant des erreurs plus grandes que le corps "2 T", deux fois et demi plus long. Dans la mesure du possible le corps "2 T" a été utilisé de préférence au "1 T".

La prise d'échantillon est délicate, surtout pour le L.S. 30. L'émulsion doit être homogénéisée avant prélèvement et introduite dans le viscosimètre sans bulles d'air.

Pour éviter l'évaporation de l'eau de l'émulsion, dans ce cas, une couche d'huile est déposée à la surface de l'échantillon.

4.2 - Effet des différents paramètres

4.2.1 - Effet du sens de variation du cisaillement

Des mesures de viscosité ont été faites sur une émulsion en faisant croître puis décroître le taux de cisaillement.

La figure 2 montre un résultat typique obtenu avec une émulsion à 63,5%.

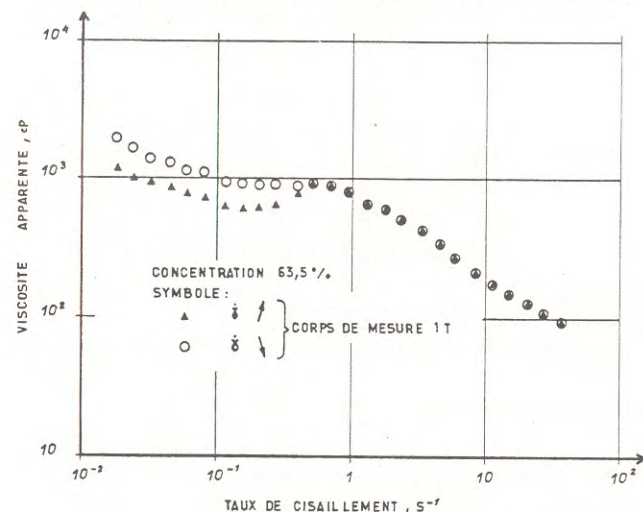


Figure 2

Effet du sens de variation du cisaillement

Dans la zone des taux de déformation supérieures à $0,5 \text{ s}^{-1}$, le sens de variation du cisaillement n'affecte pas les résultats. On peut considérer que dans cette zone les gouttelettes d'huile sont complètement désagrégées du fait des contraintes de cisaillement. Par contre, pour des $\dot{\gamma} < 0,5 \text{ s}^{-1}$, où les effets du mouvement Brownien ne sont plus négligeables devant ceux du cisaillement, on observe des différences de viscosité apparente suivant que le cisaillement augmente ou diminue. Dans le dernier cas, l'émulsion se trouve dans un état préalablement plus désagrégé qui a tendance à se conserver et donc à présenter des viscosités plus importantes. Quand $\dot{\gamma}$ croît, la situation est inversée ; l'état d'agrégation est plus important et, pour un $\dot{\gamma}$ donné, la viscosité est plus faible.

4.2.2 - Effet du vieillissement de l'émulsion

Pour des émulsions ayant montré une très bonne stabilité, les mesures viscosimétriques effectuées à deux dates différentes ont été assez reproductibles. La figure 3 le montre pour les émulsions à 54,5% et 73,2%. Dans les deux cas on

observe une tendance à une augmentation de la viscosité avec le vieillissement. Tendance plus marquée pour la concentration la plus faible. Sherman (8) note que les accroissements de viscosité dus à l'âge de l'émulsion sont notables surtout aux faibles taux de cisaillement. Nos premiers résultats s'accordent avec ces observations, mais il serait bon qu'ils soient confirmés.

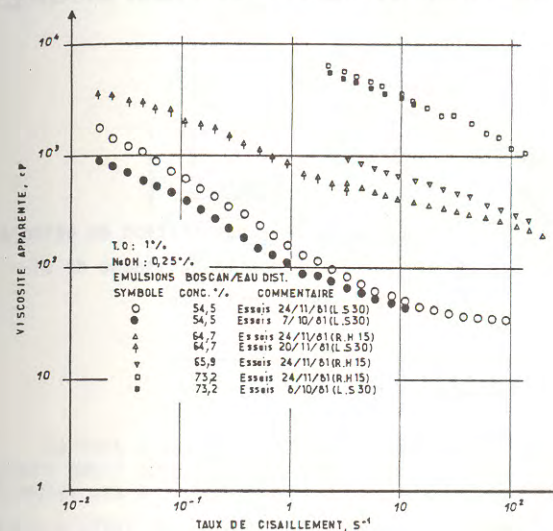


Figure 3

Effet du vieillissement des émulsions

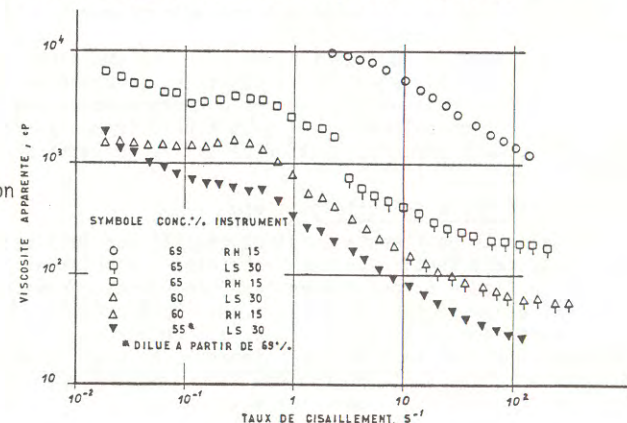
4.2.3 - Effet de la concentration de la phase dispersée

Le facteur le plus important dans le comportement rhéologique des émulsions est, sans nul doute, la concentration de la phase dispersée. Tous les résultats mettent ce fait en évidence. On peut à ce sujet par exemple, considérer la figure 3. Les viscosités des émulsions BOSCAN/eau s'accroissent considérablement quand les concentrations passent de 55 à 75%.

Pour des émulsions commerciales bitume/eau, la figure 4 confirme le comportement rhéologique observé pour les émulsions BOSCAN/eau et l'augmentation importante de la viscosité avec la concentration de la phase dispersée.

Figure 4

Effet de la concentration en bitume



Sur la figure 3 on remarquera qu'à la plus faible concentration la viscosité a atteint une valeur asymptotique pour une vitesse de déformation de l'ordre de 100 s^{-1} alors qu'elle continue encore à décroître pour les deux autres échantillons. C'est aussi le cas pour les émulsions de bitume.

Sur la figure 5 ont été portées les valeurs de la viscosité apparente en fonction de la concentration en pétrole pour des taux de cisaillement constants.

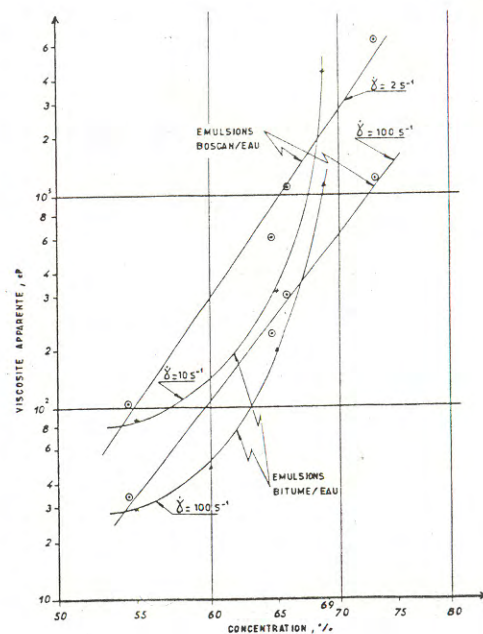
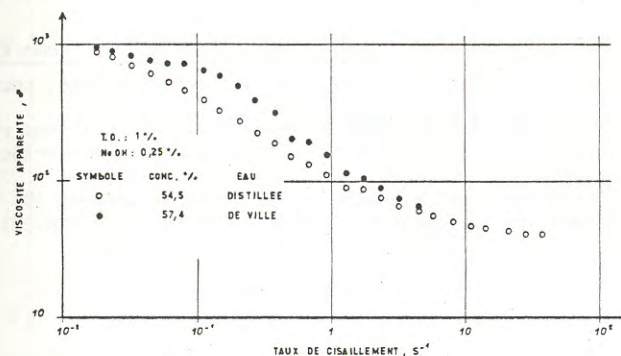


Figure 5

Effet de la concentration en pétrole sur la viscosité à vitesse de cisaillement constante

core s'interpréter par la dissociation des particules sous l'effet de cisaillement. Les sels sont des agents flocculants et la désagrégation des particules doit être plus difficile en leur présence. Elle se produira donc à des taux de cisaillement plus élevés.

Figure 6 - Effet de la salinité de l'eau



Ce fait est important dans la pratique du transport. Il rappelle qu'il faudra tenir compte de la composition de l'eau disponible lorsqu'il s'agira de formuler une émulsion.

4.2.5 - Effet de la concentration en tensioactif

La concentration en tensioactif a aussi un effet sensible sur les propriétés rhéologiques des émulsions. Ceci apparaît sur la figure 7. Pour un teneur double en Tall Oil et soude (avec toujours un rapport 4 en poids) il a été trouvé une réduction importante de la viscosité particulièrement aux taux de cisaillement les plus faibles et les plus élevés.

Pour les émulsions de BOSCAN dans l'eau, le logarithme de la viscosité apparente augmente de façon linéaire en fonction de la concentration en pétrole, à des vitesses de déformation $\dot{\gamma} = 2 \text{ s}^{-1}$ et $\dot{\gamma} = 100 \text{ s}^{-1}$. Ceci revient à dire que la viscosité augmente de façon exponentielle en fonction de la concentration. On remarquera que la viscosité est approximativement multipliée par 10 quand la concentration est augmentée de 10%.

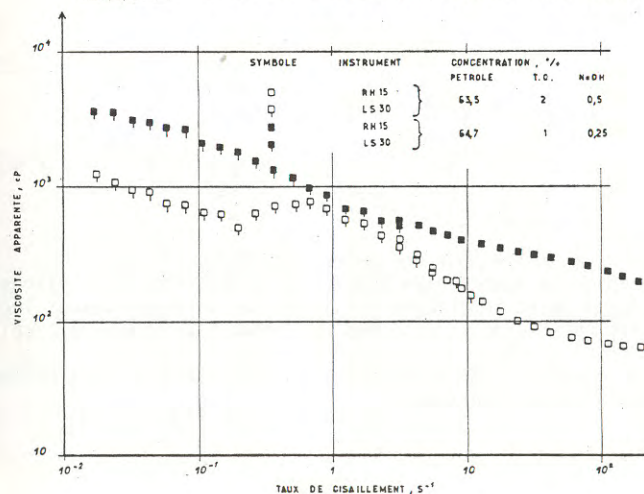
Le même type de courbes tracées pour les émulsions bitume/eau montre que dans ce cas l'accroissement de viscosité en fonction de la concentration est encore plus rapide puisque les courbes correspondantes ont une concavité dirigée vers le haut du graphique. Ceci peut être attribué au fait que ces émulsions industrielles ont une distribution de taille de particules beaucoup plus restreinte.

4.2.4 - Effet de la salinité de l'eau

La salinité de l'eau a un effet négatif sur la stabilité de l'émulsion et celui-ci se fait sentir sur les propriétés d'écoulement.

Sur la figure 6 sont tracés les rhéogrammes correspondant à deux émulsions de concentration voisine en pétrole, mais préparées l'une avec de l'eau distillée, l'autre avec de l'eau de ville. Il apparaît qu'alors que les courbes se rejoignent pour les taux de cisaillement les plus bas et les plus élevés, la viscosité est plus forte pour l'émulsion préparée avec de l'eau de ville aux vitesses de déformation situées aux environs de 10 s^{-1} . Ces résultats peuvent en-

Figure 7 - Effet de la concentration en tensioactif



Pour les valeurs de taux de cisaillement voisins de 1 s^{-1} , il apparaît un certain rhéoépaississement pour l'émulsion la plus concentrée en tensioactif. Un fait analogue a été constaté avec les émulsions de bitume dans l'eau. L'explication de ce fait ne nous apparaît pas clairement. Peut être dans certains cas peut-il y avoir un phénomène de réassociation de particules sous l'effet de cisaillement quand celui-ci est encore assez réduit.

Cet effet du tensioactif sur la viscosité doit être étudié de manière plus approfondie, il ne peut être dissocié de l'effet de la granulométrie et de la répartition de taille des particules.

4.3 - Equation caractéristique de l'écoulement des émulsions bitume/eau

Le comportement rhéologique des émulsions est très complexe, nous l'avons vu.

Il existe dans la littérature un très grand nombre d'équations reliant la viscosité apparente d'une émulsion à différents paramètres, et surtout à la vitesse de déformation.

Nous n'en citerons qu'une, extraite de l'ouvrage de Sherman (8) parce que le comportement des émulsions étudiées (B/E) s'en approche (voir fig. 8).

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \frac{1}{1 + \frac{t_s}{t_p}}$$

Dans cette équation :

η_0 est la viscosité pour $\dot{\gamma} \rightarrow 0$

η_{∞} est la viscosité pour $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$

t_s , t_p sont des temps moyens de dissociation de paires de globules sous l'effet, respectivement, du mouvement Brownien et du cisaillement. Dans cette équation donc t_s sera constant et t_p variable avec le cisaillement.

Cette équation peut s'écrire en considérant que t_s est proportionnel à l'inverse d'une vitesse de cisaillement critique $\dot{\gamma}^*$ et t_p proportionnel à l'inverse du taux de cisaillement auquel est soumise l'émulsion $\dot{\gamma}$.

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \frac{1}{1 + \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^*}}$$

Ceci signifie qu'en portant η en fonction de :

$$\frac{\dot{\gamma}^*}{\dot{\gamma}^* + \dot{\gamma}}$$

on doit obtenir une droite pour une valeur donnée de $\dot{\gamma}^*$

Cette équation ne peut rendre compte de la remontée de la viscosité pour des taux de cisaillement inférieurs à $0,1 \text{ s}^{-1}$, ni du comportement légèrement rhéoépaississant observé pour certaines émulsions à des taux de cisaillement de l'ordre de 1 s^{-1} .

Un exemple d'application est donné sur la figure 8 où sont portées les valeurs expérimentales et théoriques.

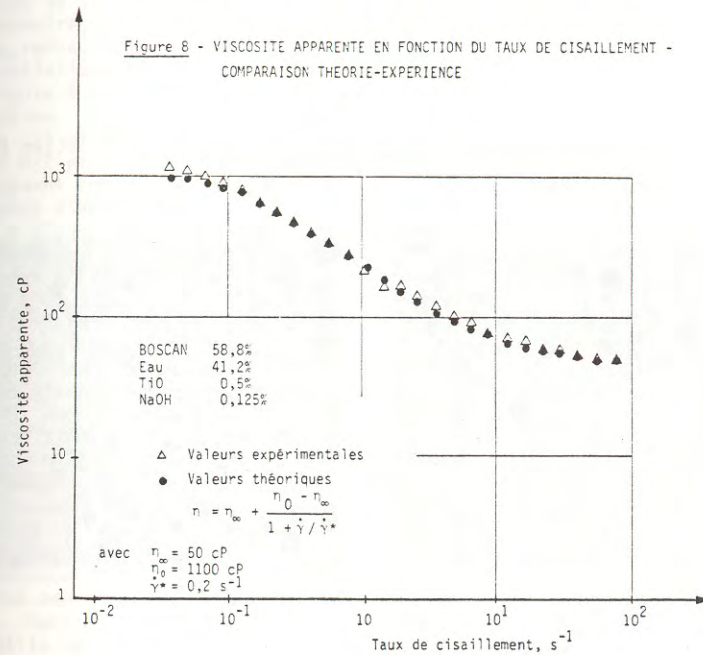


Figure 9 - Emulsion bitume/eau

- Grossissement 510

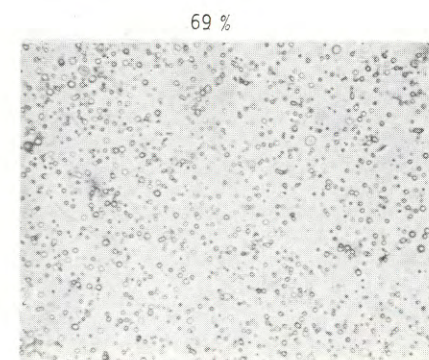
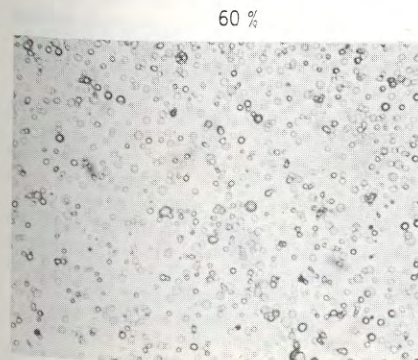
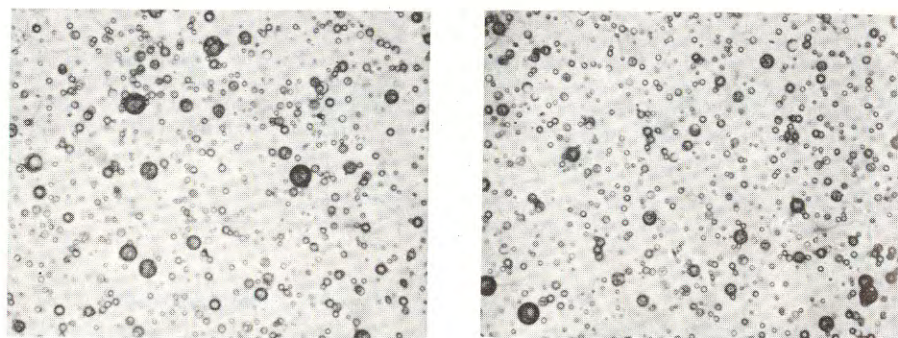
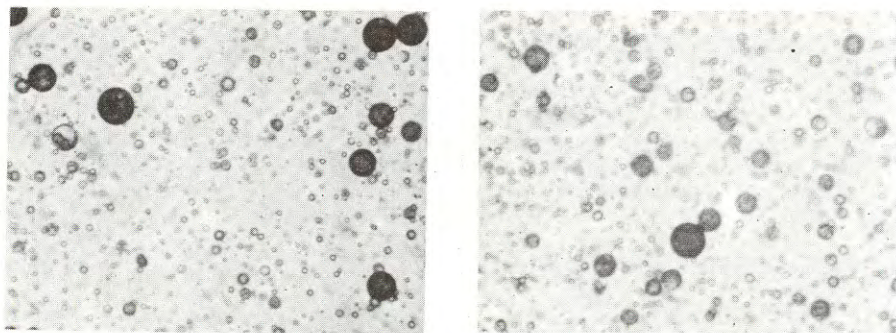


Figure 10 - Emulsion BOSCAN/eau 55,6%, T.O. 1%, NaOH 0,25%, Dilution 1/20
Grossissement x 510



100 μm

Figure 11 - Emulsion BOSCAN/eau 55,8%, T.O. 1%, NaOH 0,5%, Dilution 1/20
Grossissement x 510



5. GRANULOMETRIE DES EMULSIONS

L'étude de la granulométrie des émulsions s'est bornée, dans cette recherche préliminaire, à l'observation au microscope des globules d'huile après dilution. Les renseignements obtenus sont limités car nous n'avons pas effectué une analyse statistique de l'information contenue dans les microphotographies.

La figure 9 montre la dispersion de deux émulsions bitume/eau à 60 et 69% après dilution. Pour la première, les diamètres des globules d'huile sont compris entre 1,5 et 4,8 μm avec une assez forte proportion de ces derniers. Pour l'émulsion B/E plus concentrée on note une nette réduction des diamètres, qui sont maintenant compris entre 0,8 et 3,3 μm , et un pourcentage relatif plus élevé des petits diamètres.

Sur la figure 10 sont présentées deux microphotographies d'un même échantillon de BOSCAN/eau à 55,6% obtenu avec 1% de T.O. et 0,25% de NaOH. Par rapport aux émulsions B/E on constate une nette augmentation du diamètre (~ 8 mm) et du nombre des gros globules; le diamètre des petits globules étant de l'ordre de 1,2 μm . L'effet du rapport relatif des constituants du tensioactif peut être compris en considérant la figure 11. Ici, l'augmentation de NaOH (à concentration en T.O. et en pétrole constante) conduit à des très gros globules, qui atteignent un maximum de presque 15 μm , et donc une diminution relative des petits globules qui vont jusqu'à des diamètres minimaux de 1,6 μm .

Les émulsions de bitume ont été préparées industriellement, au moulin colloïdal, les émulsions de BOSCAN ont été préparées en laboratoires avec un agitateur "ultra-turrax". Ce fait peut expliquer les différences constatées. On remarquera cependant que l'émulsion de la figure 9 est bien mieux dispersée que l'émulsion de la figure 10. Dans le premier cas le rapport T.O./NaOH est de 4, dans le deuxième cas de 2.

On remarque d'autre part en comparant les figures 3 et 4, qu'à égale concentration, les émulsions de BOSCAN sont généralement moins visqueuses que celles de bitume. Ceci peut être attribué au fait que les premières ont une répartition de taille de particule beaucoup plus étendue. Suivant Traxler (9) la viscosité des émulsions peut en ce cas être notablement amoindrie (9) : les petites particules pouvant se placer entre les grosses lors du cisaillement.

Ce point, très important dans le cas du transport sera étudié d'une manière plus approfondie grâce à l'utilisation d'un compteur de particules du type Coulter.

6. CONCLUSION

Le travail présenté ne constitue qu'une étude préliminaire. Il a permis cependant de démontrer les faits suivants :

Il est possible de fabriquer des émulsions anioniques de pétrole lourd du type BOSCAN en utilisant le couple Tall Oil/soude.

La meilleure stabilité a été obtenue pour un rapport en poids T.O./NaOH égal à 4.

Ces émulsions sont non-newtoniennes et leur viscosité apparente décroît fortement quand le taux de cisaillement augmente.

A vitesse de cisaillement constante, la viscosité apparente des émulsions s'accroît rapidement avec la concentration en pétrole.

La concentration en tensioactif et la concentration en sel de l'eau influencent aussi la viscosité apparente des émulsions. Dans la pratique il faudra en tenir compte.

Les taux de cisaillement existant aux parois des oléoducs sont couramment de l'ordre de 10 s^{-1} . Les résultats montrent qu'il est possible dans ce cas de descendre, à la température ambiante (de l'ordre de 20°C) jusqu'à des viscosités de l'ordre de 100 cP avec des concentrations en émulsion de l'ordre de 60%.

Il serait même possible d'augmenter cette concentration si l'on parvient à assurer une dispersion plus étendue dans la dimension des particules.

Toute l'étude rhéologique a été jusqu'à présent réalisée en écoulement laminaire dans des viscosimètres de couette.

L'étude rhéologique devrait être complétée par des expériences d'écoulement turbulent en conduite permettant de simuler les conditions de transfert en oléoduc et donc de valider des modèles de calcul des pertes de charge.

REFERENCES

- (1) Pipeline Industrie, Fév. 1972, p. 38
- (2) Brevet d'invention n° 78 - 23714, 11 août 1978, France
"Procédé pour transporter une huile visqueuse dans un pipeline"
- (3) D.H. FRUMAN et D. MERLE
"Procédé et dispositif pour le transport de pétrole visqueux ou goudron"
Demande de brevet d'invention déposé le 19 septembre 1980, n° 8020203
- (4) IDA-RCA Capsule Pipeline Project, Alberta Research Information Service n° 63, Phase 3, Janvier 1975
- (5) W.J. LAMB et W.C. SIMPSON
"Pipeline Transportation of Waxladen Crude Oil as Water Suspension"
Proc. of Sixth World Petroleum Congress - Frankfurt, RFA, 1962
- (6) J. HOIBERG
Editeur, Bituminous Materials, Vol. II, Asphalt, Interscience Publishers, 1965, Chapitre 9, pp. 157-175
- (7) P. SHERMAN
Editeur, Emulsion Science, Academic Press, 1968, Chapitre 1, pp. 1-75
- (8) Ibid., Chapitre 4
- (9) R.N. TRAXLER
ASPHALT Reinhold Publishing Corporation 1961, p. 162-166

REMERCIEMENTS

Nous remercions la Société Colas qui a bien voulu nous fournir des émulsions de bitume routier.

Monsieur DEGOUY qui a préparé les émulsions BOSCAN en laboratoire.

ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE VISCOELASTIQUE DANS UN CONVERGENT ET APPLICATION

J.R. CLERMONT

Institut de Mécanique de Grenoble, France

RESUME

Dans cette étude, on mesure la cinématique d'un écoulement de polyisobutylène (en solution). Les données obtenues par vélocimétrie laser sont lissées et on peut alors calculer les grandeurs cinématiques qui permettent de déterminer, par les équations de l'équilibre, la partie inconnue d'une loi de comportement ainsi que la viscosité élongationnelle du matériau.

ABSTRACT

In the present work, we investigate the converging flow of a polyisobutylene solution. The kinematic data are obtained by the means of a laser anemometry technique which enables us to compute the kinematic quantities related to the velocity gradient. Then, using the dynamical equations, we can compute the value of parameters of a rheological model and determine the elongational viscosity of the liquid.

1. INTRODUCTION

Un des buts essentiels de cette étude est d'apporter des réponses importantes à des problèmes de calcul d'écoulements de polymères (incompressibles) liés à des processus industriels. Dans ceux-ci, les écoulements sont en général des combinaisons de cisaillement simple au voisinage des parois (avec la condition d'adhérence) [1] et d'écoulements élongationnels ; écoulements dans des convergents, divergents, gonflement à la sortie d'un tube, problèmes de mise en forme... Ces écoulements sont appelés non viscométriques, par opposition à la classe des écoulements viscométriques de Noll [2] caractérisant les écoulements dans lesquels la déformation locale est un cisaillement simple.

Il est possible de proposer une caractérisation simple de ces deux classes d'écoulements de liquides incompressibles. Si nous désignons par \mathcal{D} le tenseur vitesse de déformation, nous avons les relations suivantes pour les invariants :

$$B_1 = \sum_i \mathcal{D}^{ii} = 0 \text{ (incompressibilité)}, B_2 = \sum_i \sum_j \mathcal{D}^{ij} \mathcal{D}^{ji}, B_3 = \sum_i \sum_j \sum_k \mathcal{D}^{ik} \mathcal{D}^{kj} \mathcal{D}^{ji} \quad (1)$$

Un écoulement viscométrique est tel que le troisième invariant B_3 du tenseur vitesse de déformation \mathcal{D} est nul(*).

Ainsi, tout écoulement pour lequel il existe une région où B_3 n'est pas nul est un écoulement non-viscométrique.

Cette caractérisation étant faite, il faut alors déterminer si l'influence de ce troisième invariant B_3 est prépondérante ou non pour un écoulement industriel non-viscométrique, autrement dit, si le calcul d'un écoulement complexe (non-viscométrique) peut être effectué avec un modèle viscoélastique représentatif du comportement du matériau en écoulement viscométrique uniquement ($B_3 = 0$).

Il n'est pas possible de déterminer l'influence de B_3 par des mesures de contrainte à la paroi car, au voisinage d'une paroi rigide, B_3 est nul, à cause [1] de la condition d'adhérence. D'autre part, l'introduction d'un capteur dans l'écoulement le perturberait.

Pour déterminer l'influence de B_3 , nous avons choisi une méthode mixte qui consiste à étudier un écoulement non viscométrique de la manière suivante :

1° On mesure la cinématique (à l'aide d'un vélocimètre à laser), ainsi que toutes les grandeurs permettant de caractériser l'écoulement débit, pertes de charge...

2° On détermine numériquement l'influence du troisième invariant B_3 , à l'aide des équations du mouvement et des conditions aux limites connues, dans le domaine de l'écoulement non-viscométrique, en utilisant un modèle viscoélastique (loi à mémoire) pouvant représenter le comportement de polymères en écoulement viscométrique.

L'étude présentée ici concerne l'écoulement dans un convergent de révolution, d'une solution à 50 % en poids de polyisobutylène Vistanex LMMS en solution dans une huile minérale (Bayol 80) de viscosité à l'origine d'environ 2000 poises à 20°C. Le dispositif expérimental est représenté sur la Fig. 1.

2. CINEMATIQUE - INVARIANTS

L'écoulement étant axisymétrique, le champ des vitesses est donné par la relation :

$$\vec{V} = u(\rho, z) \vec{e}_\rho + v(\rho, z) \vec{e}_z \quad (2)$$

désigne le repère orthonormé associé aux coordonnées cylindriques $\rho = 1$, $\theta = 2$ et $z = 3$.

Dans ce repère, les composantes des tenseurs \mathcal{D} , vitesse de déformation et \mathcal{R} , vitesse de rotation, sont données par les matrices :

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \rho} & 0 & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial \rho} + \frac{\partial u}{\partial z}) \\ 0 & \frac{v}{\rho} & 0 \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial \rho} + \frac{\partial u}{\partial z}) & 0 & \frac{\partial v}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial \rho} - \frac{\partial u}{\partial z}) \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial \rho} - \frac{\partial u}{\partial z}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

D'après les relations (1) et (3), les invariants B_2 et B_3 du tenseur vitesse de déformation sont donnés par :

(*) Par cette définition, cette classe est plus importante que celle des écoulements viscométriques au sens de Noil [3].

$$B_2 = \left(\frac{\partial u}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{u}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial \rho} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \quad (5)$$

$$B_3 = \left(\frac{\partial u}{\partial \rho}\right)^3 + \left(\frac{u}{\rho}\right)^3 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^3 - \frac{3}{4}\left(\frac{\partial v}{\partial \rho} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \frac{u}{\rho} \quad (6)$$

On introduit un paramètre liant les invariants B_2 et B_3 , la phase \mathcal{P} (dans le plan déviatoire, définie à $\frac{2\pi}{3}$ près) donnée par l'expression suivante :

$$\cos 3\mathcal{P} = \sqrt{6} B_3 / (B_2)^{3/2} \quad (7)$$

3. MESURES EXPERIMENTALES

Les pertes de charge h_1 et h_2 correspondant respectivement aux écoulements de Poiseuille amont et aval (Fig. 1) ont été déterminées par mesure des contraintes radiales à la paroi, à l'aide de jauges collées suivant des sections droites des tubes 1 et 2. Les caractéristiques mesurées, pour une vitesse d'écoulement, sont les suivantes :

Débit Q , cm ³ /s	Perte de charge h_1 , dynes/cm ³	Perte de charge h_2 , dynes/cm ³
0,510	$0,417 \times 10^5$	$4,88 \times 10^5$

Les vitesses ont été déterminées par vélocimétrie laser. L'ensemble des tubes est monté verticalement. La composante axiale v de la vitesse est déterminée en plaçant le laser horizontalement (Fig. 1). Compte-tenu de la géométrie de l'écoulement, il n'était pas possible de mesurer directement la composante u de la vitesse. Cette composante a pu être déterminée par mesure d'une composante oblique u_1 (Fig. 2) obtenue en inclinant le laser d'un angle α (Fig. 1). On a

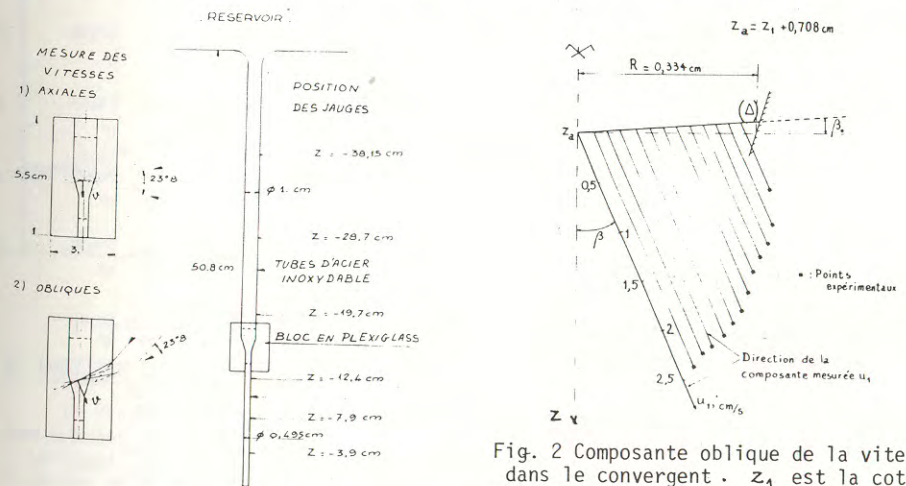


Fig. 1 Schéma du dispositif expérimental

Fig. 2 Composante oblique de la vitesse dans le convergent. Z_1 est la cote de la dernière section d'écoulement de Poiseuille amont.

la relation : $u_1 = v \cos \beta + u \sin \beta$

(8)

β désignant l'angle de la direction de u_1 avec la verticale.

4. LISSAGE DES GRANDEURS CINEMATIQUES

Les grandeurs u et v étant connues dans le champ du convergent et pour les sections voisines en amont et en aval, nous avons pu déterminer les sections z_1 , dernière section d'écoulement de Poiseuille amont et z_2 , première section d'écoulement de Poiseuille aval. Afin de déterminer les champs \mathcal{D} et \mathcal{R} dans le domaine D de l'écoulement non-viscométrique, les grandeurs u et v ont été lissées en mettant au point une technique utilisant une fonction de courant et vérifiant la condition d'incompressibilité : [4]

$$\frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{u}{\rho} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

La fonction de courant $H(\rho, z)$ est introduite par les relations :

$$u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial z}, \quad v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial \rho} \quad (10)$$

En faisant des hypothèses sur la forme des trajectoires de l'écoulement entre les sections z_1 et z_2 , on obtient [3] le champ des vitesses u et v ainsi que leurs dérivées spatiales sous forme analytique. On trouve une bonne concordance entre les profils donnés par le lissage et les valeurs expérimentales (Fig. 3). Par les relations (5), (6) et (7) on peut calculer les invariants B_2, B_3 , la phase \mathcal{D} (Fig. 4) et déterminer les lois des temps sur les trajectoires pour effectuer le calcul avec une loi à mémoire.

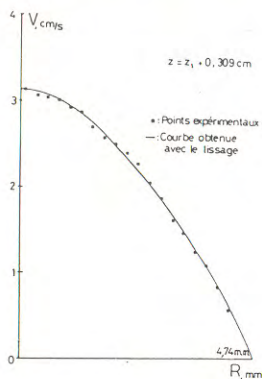
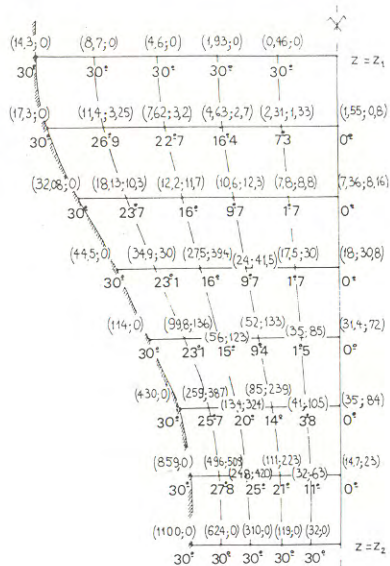


Fig. 3 Composante axiale de la vitesse dans le convergent

Fig. 4 Carte des invariants B_2 et B_3 et de la phase \mathcal{D}



5. MODELE RHEOLOGIQUE

Pour déterminer l'influence du troisième invariant B_3 , on utilise un modèle rhéologique pour lequel les paramètres en écoulement viscométrique sont connus. Nous utilisons ici le modèle de Le Roy-Pierrard découlant de l'application d'un principe de superposition des contraintes [5] qui s'écrit, en repère corotationnel (\hat{e}^{*i}) à l'instant t , sous la forme suivante :

$$\hat{S}^{*ij} = \int_{-\infty}^t \hat{\Psi}_1(t-\tau, B_2, B_3) \hat{\mathcal{D}}^{ij} d\tau + \int_{-\infty}^t \hat{\Psi}_2(t-\tau, B_2, B_3) [B_3 \hat{\mathcal{D}}^{ij} - B_2 \hat{\mathcal{D}}^{ih} \hat{\mathcal{D}}^{hj}] + \frac{1}{2} (B_2)^2 \delta^{ij} d\tau \quad (11)$$

ou encore :
$$\hat{S}^{*ij}(t) = \sum_m \int_{-\infty}^t \hat{\Phi}(B_2, B_3) \cdot c_m(B_2) \exp[-\lambda_m(t-\tau)] \{E^{*ij}(\tau)\} d\tau \quad (12)$$

Cette loi rhéologique peut être considérée comme un cas particulier du modèle de Goddard-Miller [6]. Dans le repère (\hat{e}_i), on a :

$$S^{kl} = \sum_m \int_{-\infty}^t \hat{\Phi}(B_2, B_3) \cdot c_m(B_2) \cdot \exp[-\lambda_m(t-\tau)] \{E^{kl}(\tau)\} d\tau \quad (13)$$

S est le déviateur de contrainte. $\{E^{kl}(\tau)\}$ désigne un ensemble de fonctions des quantités relatives aux tenseurs \mathcal{D} et \mathcal{R} connus à partir des données expérimentales de l'écoulement. $c_m(B_2), \lambda_m (\lambda_m > 0)$ sont déterminés par des régimes transitoires d'écoulements viscométriques ($B_3 = 0$). $\hat{\Phi}(B_2, B_3)$ est la fonction caractéristique du modèle dont la partie inconnue à $B_3 \neq 0$ reste à déterminer. L'allure de la fonction $\hat{\Phi}$ (obtenue à partir d'un écoulement de Poiseuille) pour $B_3 = 0$ est indiquée sur la fig. 5.

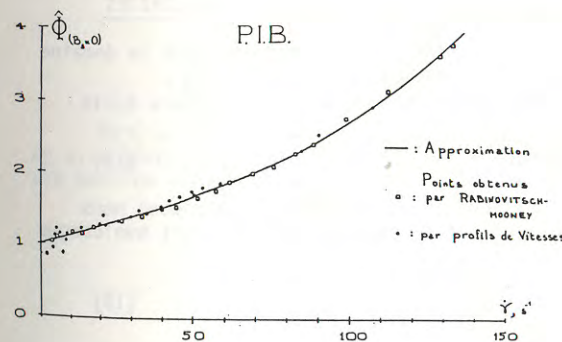


Fig. 5 Fonctions caractéristiques pour $B_3 = 0$

6. POSITION DU PROBLEME

Il s'agit de calculer la fonction $\hat{\Phi}$ dans le domaine D (Fig. 6) à partir des données suivantes :

- sections z_1 et z_2 connues expérimentalement
- pertes de charge h_1 et h_2 (Poiseuille amont et aval)
- termes cinématiques calculés à partir de la méthode de lissage : \mathcal{D}, \mathcal{R} , lois des temps sur les trajectoires sont connus.

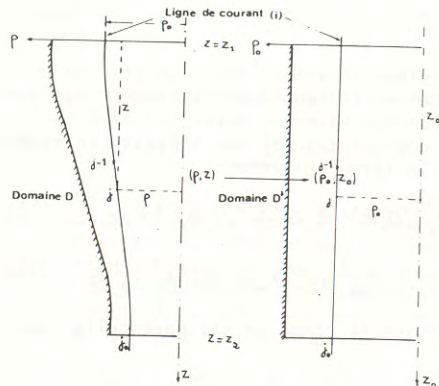


Fig. 6 Domaine non-viscométrique de l'écoulement

Compte-tenu de l'utilisation d'une loi à mémoire, on utilise une description lagrangienne. L'origine des temps τ correspond à la section $z=z_1$ et il s'agit de déterminer la fonction cinématique $\hat{\Phi}(\tau)$ pour tout point M du domaine D où l'écoulement est non-viscométrique.

Pour les écoulements de Poiseuille amont et aval, la cinématique est connue, ainsi que les pertes de charge. On peut calculer le déviateur de contrainte \underline{S} ainsi que la pression isotrope p aux sections z_1 et z_2 . La contrainte totale :

$$\underline{\sigma} = -p\underline{I} + \underline{S}, \quad (14)$$

\underline{I} désignant le tenseur unité, est donc connue pour $z=z_1$ et $z=z_2$.

7. EQUATIONS DE LA DYNAMIQUE DANS LE CONVERGENT - CONDITIONS AUX LIMITES

Pour calculer $\hat{\Phi}$, on écrit les équations de la dynamique dans le domaine de l'écoulement non-viscométrique limité par les sections z_1 et z_2 .

Utilisant la description lagrangienne, le modèle LR-P peut être écrit d'après (13), comme :

$$\underline{S}(t) = \mathcal{G} \left[\hat{\Phi}(\tau) \right] \quad (15)$$

L'écriture des équations d'équilibre en coordonnées cylindriques nous conduit à un système de deux équations fonctionnelles pour un point quelconque du domaine D considéré :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{K}_{1-\infty}^t [\hat{\Phi}(\tau), p] &= 0 \\ \mathcal{K}_{2-\infty}^t [\hat{\Phi}(\tau), p] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

les inconnues de ce système sont $\hat{\Phi}$ et la pression isotrope p . les conditions aux limites sont les suivantes :

A la paroi, $\mathcal{B}_3 = 0$: $\hat{\Phi}$ est connue, p est inconnue.

Aux sections z_1 et z_2 limitant la région non-viscométrique D : $\hat{\Phi}$ est connue, p est connue.

8. ECRITURE DE LA LOI A L'AIDE D'OPERATEURS LINEAIRES

En vue de la résolution numérique du système d'équations fonctionnelles (16), les inconnues $\hat{\Phi}$ et p sont discrétisées suivant un maillage irrégulier construit à partir des lignes de courant (Fig. 6). A chaque point (j,i) de la

ligne de courant (i) correspond un instant t_j j variant de 1 ($z=z_1$) à j_0 ($z=z_2$). L'intervalle $[0, t_j]$ est donc décomposé en intervalles élémentaires $[0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{j-1}, t_j], \dots$ et nous faisons l'hypothèse que $\hat{\Phi}$ est linéaire sur chaque intervalle élémentaire. On peut donc écrire :

$$\hat{\Phi}^{(i)}(\tau) = \tau - t_{j-1} [\hat{\Phi}_j^{(i)} - \hat{\Phi}_{j-1}^{(i)}] + \hat{\Phi}_{j-1}^{(i)} \quad (17)$$

Dans cette relation, $\hat{\Phi}_j^{(i)}$ désigne la valeur de la fonction $\hat{\Phi}$ sur la ligne de courant (i) au point correspondant à $t=t_j$.

Dans cette hypothèse, une intégrale :

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} H(\tau) \hat{\Phi}(\tau) d\tau$$

va s'écrire :

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} H(\tau) \hat{\Phi}(\tau) d\tau = \hat{\Phi}_{j-1}^{(i)} \left\{ \int_{t_{j-1}}^{t_j} H(\tau) d\tau - \frac{1}{t_j - t_{j-1}} \int_{t_{j-1}}^{t_j} H(\tau) \cdot (\tau - t_{j-1}) d\tau \right\} + \hat{\Phi}_j^{(i)} \left\{ \frac{1}{t_j - t_{j-1}} \int_{t_{j-1}}^{t_j} H(\tau) \cdot (\tau - t_{j-1}) d\tau \right\} \quad (18)$$

Compte tenu de la relation (13) et de l'hypothèse de linéarité de $\hat{\Phi}$ sur tout segment $[t_{j-1}, t_j]$, nous pouvons exprimer les composantes de \underline{S} dans (\vec{e}) à l'aide d'opérateurs linéaires de la forme :

$$S_j^{(i)} = \sum_k A_{jk}^{(i)} \hat{\Phi}_k^{(i)} \quad (19)$$

$A_{jk}^{(i)}$ est la matrice des coefficients de la loi correspondant à la ligne de courant (i) . Le calcul de ces coefficients s'effectue à l'aide des intégrales de type I_k, I_F, I_G :

$$\begin{aligned} I_k &= \sum_m \int_{-\infty}^{t_j} \hat{\Phi}_m \cdot c_m \cdot \exp[-\lambda_m(t-\tau)] K(\tau) d\tau \\ I_F &= \sum_m \int_{-\infty}^{t_j} \hat{\Phi}_m \cdot c_m \cdot \exp[-\lambda_m(t-\tau)] F(\tau) \cdot \cos A(t,\tau) d\tau \\ I_G &= \sum_m \int_{-\infty}^{t_j} \hat{\Phi}_m \cdot c_m \cdot \exp[-\lambda_m(t-\tau)] G(\tau) \cdot \sin A(t,\tau) d\tau \end{aligned} \quad (20)$$

$A(t,\tau)$ est l'intégrale du terme lié à la rotation du repère corotationnel. On a, d'après ce calcul, la contrainte ne dépendant que de l'histoire passée, une matrice triangulaire pour A

$$A_{jk}^{(i)} = \begin{bmatrix} a_{11} & & & & 0 \\ a_{21} & a_{22} & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{j1} & & & a_{jj} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{j_01} & a_{j_02} & \dots & \dots & a_{j_0j_0} \end{bmatrix} \quad (21)$$

et $\hat{\Phi}^{(i)}$ s'écrit alors sous la forme d'une matrice colonne :

$$\hat{\Phi}^{(i)} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_1^{(i)} \\ \hat{\Phi}_2^{(i)} \\ \vdots \\ \hat{\Phi}_{j_0}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (22)$$

9. EQUATIONS D'EQUILIBRE - SYSTEME LINEAIRE ASSOCIE

Dans ce problème, nous négligeons les forces d'inertie et de volume, le nombre de Reynolds étant de 10^{-3} .

Pour simplifier le calcul des dérivées partielles intervenant dans les équations d'équilibre écrites en coordonnées cylindriques, nous effectuons la transformation du domaine D et de son maillage irrégulier construit à partir des lignes de courant en un domaine rectangulaire D' par le changement de variables (Fig. 6) :

$$\begin{aligned} (p, z) &\xrightarrow{\quad} (p_0, z_0) \\ D &\xrightarrow{\quad} D' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= f(p_0, z_0) \\ z &= z_0 \end{aligned} \quad (23)$$

avec

Nous pouvons ainsi écrire les équations de l'équilibre en fonction des variables p_0 et z_0 , les indices des composantes de S correspondant toujours à $\rho = 1$, $\theta = 2$ et $z = 3$.

$$\frac{\partial \pi}{\partial p_0} = \frac{\partial}{\partial p_0} (S^{11} - S^{33}) - \frac{p'}{f z_0} \frac{\partial S^{13}}{\partial p_0} + \frac{p'}{f p_0} \frac{\partial S^{13}}{\partial z_0} + \frac{p'}{f} (S^{11} - S^{22})$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial z_0} = \frac{f' z_0}{f} \frac{\partial}{\partial p_0} (S^{11} - S^{33}) + \frac{1 - p'^2}{f p_0} \frac{\partial S^{13}}{\partial p_0} + \frac{p'}{f z_0} \frac{\partial S^{13}}{\partial z_0} + \frac{p'}{f} (S^{11} - S^{22}) + \frac{1}{f} S^{13} \quad (24)$$

avec $\pi = p - S^{33} \quad (25)$

Par l'utilisation des différences finies pour le calcul des dérivées partielles, et par l'écriture de la loi à l'aide d'opérateurs linéaires (19), le système (24) devient :

$$\left. \begin{aligned} F_1[\hat{\Phi}, \pi] &= 0 \\ F_2[\hat{\Phi}, \pi] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

dans lequel les opérateurs sont linéaires.

En écrivant ces équations de la paroi du convergent à l'axe (une seule équation par point de l'axe), on arrive à un système linéaire de la forme :

$$AX = B \quad (27)$$

X étant le vecteur des inconnues $\hat{\Phi}_3^{(i)}$ et $\pi_1^{(i)}$

Pour la résolution de ce système, deux méthodes de résolution numérique ont été appliquées [3]

- 1° Une technique de résolution directe du système linéaire $AX = B$
- 2° Une méthode pour laquelle on suppose que les inconnues $\hat{\Phi}$ et π du système linéaire $AX = B$ appartiennent à un espace particulier de fonctions, permettant d'optimiser globalement dans le champ les équations d'équilibre.

10. RESULTATS

La fonction $\hat{\Phi}$ obtenue par ces deux méthodes [3] est pratiquement la même. On ne retrouve plus, par la deuxième méthode les légères oscillations de la pression obtenues (de l'ordre de 10 %) par la première méthode.

Les paramètres (B_2, \mathcal{P}) nous paraissent plus caractéristiques d'un écoulement non-viscométrique que (B_3, B_3) . A la paroi du convergent, B_3 est nul et la

phase \mathcal{P} vaut 30°C . Sur l'axe, \mathcal{P} vaut 0° et l'écoulement est élongationnel. On remarquera sur la Fig. 4 que, pour tous les points voisins de la paroi, les valeurs de B_2 et de B_3 , bien que parfois élevées, conduisent à des valeurs de la phase voisine de 30° . La même remarque peut s'appliquer aux points voisins de l'axe (phase \mathcal{P} proche de zéro). Nous avons ainsi exprimé les valeurs de la fonction $\hat{\Phi}$ en fonction du deuxième invariant B_2 et de la phase (Fig. 7).

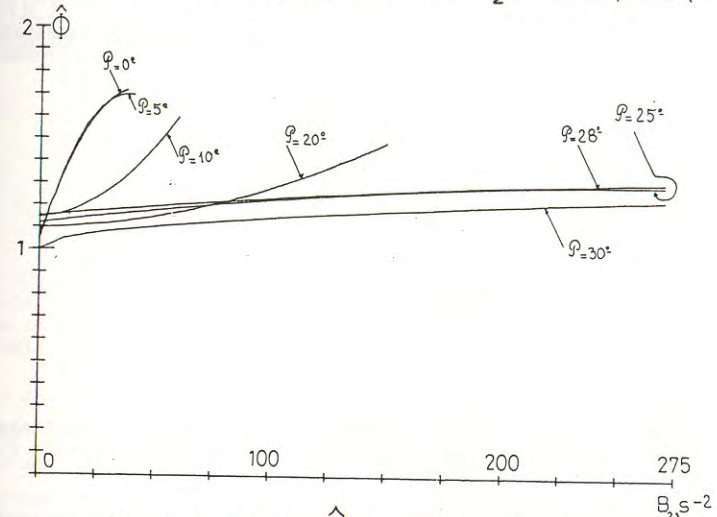


Fig. 7 Courbes de $\hat{\Phi}$ en fonction de B_2 pour différentes valeurs de la phase \mathcal{P} .

11. CONCLUSION

- Les points essentiels qui se dégagent de cette étude sont les suivants :
- 1° La résolution numérique, en écoulement non-viscométrique, montre que l'influence de B_3 est surtout sensible pour un écoulement élongationnel (Fig. 7).
 - 2° La fonction $\hat{\Phi}$ s'exprime avec le même ordre de grandeur que dans le cas viscométrique (pour le matériau viscoélastique utilisé).
 - 3° Nous pensons qu'il n'est pas irréaliste de considérer, en première approximation, les résultats de calculs d'écoulements complexes de liquides viscoélastiques que constituent les écoulements non viscométriques en géométrie confinée avec des modèles rhéologiques pouvant représenter correctement le comportement de ces liquides en écoulement viscométrique ($B_3 = 0$).
 - 4° Il faut enfin ajouter que le calcul de la fonction caractéristique du matériau (P.I.B.) considéré nous permet de calculer la viscosité élongationnelle :

$$\eta_E = 3 \eta_0 \hat{\Phi}(B_2, 0^\circ) \quad (28)$$

pour le modèle de Le Roy-Pierrard, η_0 désignant la viscosité de cisaillement à l'origine.

Sur la figure 8, nous avons représenté pour la même gamme de B_2 (s^{-2}) l'évolution de la viscosité de cisaillement η et de la viscosité élongationnelle.

La courbe de η_E est en bon accord avec les résultats obtenus sur le LDPE par Laun et Münstedt [7], résultat qui indique bien qu'il est possible d'accéder par la détermination cinématique d'un écoulement non viscométrique à la viscosité élongationnelle pour des matériaux viscoélastiques ne se prêtant pas à la mise en éprouvettes sur une machine de traction simple.

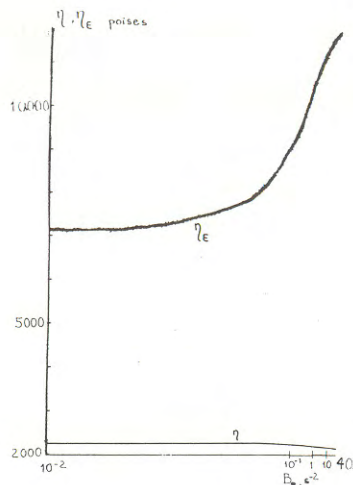


Fig. 8 Viscosité de cisaillement et élongationnelle pour le P.I.B.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. R. CLERMONT, "Restrictions imposées à des écoulements au voisinage d'une paroi rigide. Conséquence pour l'étude des lois de comportement", C.R.A.S., Paris (Mars 1974).
- [2] B. COLEMAN, H. MARKOVITZ, W. NOLL, "Viscometric flows of Non-Newtonian Fluids", Springer-Verlag, 1966.
- [3] J. R. CLERMONT, "Etude expérimentale et numérique d'écoulements non-viscométriques de fluides non-newtoniens" Thèse de Doctorat d'Etat, Grenoble, Février 1982.
- [4] J. R. CLERMONT, P. LE ROY, J. M. PIERRARD, "Theoretical and experimental study of a viscoelastic fluid in the converging region of a pipe", Journal of Non-Newtonian Fluid Mech. (1979) 387-408.
- [5] P. LE ROY, J. M. PIERRARD, "Fluides viscoélastiques non linéaires satisfaisant à un principe de superposition. Etude théorique et expérimentale", Rheol. Acta, 12, 449-454.
- [6] R.B. BIRD, R. C. ARMSTRONG, O. HASSAGER, "Dynamics of polymer liquids", Vol. 1, Wiley (1976).
- [7] H. M. LAUM and H. MUNSTEDT, "Elongational behaviour of a LDPE melt I. Strain rate and stress dependence of viscosity and recoverable strain in the steady state. Comparison with shear data. Influence of interfacial tension. Rheol. Acta 17, (1978), 415-425.

CONTROLE, ENREGISTREMENT, REGULATION DE LA VISCOSITE D'UN CAPTEUR INDUSTRIEL SOFRASER

J.P. DOUCET
Société SOFRASER, Villemandeur, France

RESUME

L'utilisation des caractéristiques mécaniques d'un système vibrant a permis la mise au point d'un capteur industriel de viscosité. Les applications sont déjà nombreuses :

- régulation viscosimétrique de la préchauffe de combustible,
- contrôle en continu de la viscosité de la "boue" en forage pétrolier,
- suivi de la fabrication dans l'industrie cosmétique,
- contrôle qualité de produits finis en raffinage pétrolier.

ABSTRACT

Use of mechanical characteristics of a vibrating system has allowed the working up to an high performance industrial sensor as viscosity meter.

The main applications are :

- viscosity regulation of heavy fuel oil in boilerwork,
- continuous measurement of drilling mud,
- checking work in cosmetics manufacture,
- quality checking of products in oil refining.

1. INTRODUCTION

L'idée d'utiliser la variation des caractéristiques d'un système vibrant pour mesurer la viscosité des fluides n'est pas nouvelle.

Beaucoup de solutions ont conduit à différentes réalisations de laboratoire, sans aller à notre connaissance, jusqu'à l'exploitation industrielle durable.

Cela est dû certainement à la difficulté qu'il y a à maîtriser les paramètres du système vibrant couplé à la force excitatrice.

D'autre part, les viscosimètres basés sur ce principe répondent aussi à la densité des fluides.

Ce type d'appareil peut cependant apporter une bonne solution à de nombreux problèmes de mesure ou de contrôle de la viscosité, même dans des cas difficiles : température élevée, forte pression, liquides corrosifs.

Un brevet C.E.A. / SOFRASER a donné naissance au capteur industriel de viscosité "SOFRASER".

Avant toute chose, faisons un bref rappel théorique et déterminons les limites d'utilisation d'un tel procédé.

2. RAPPEL THEORIQUE ET LIMITES D'UTILISATION DU PRINCIPE

Le capteur est constitué d'une épingle métallique de géométrie particulière, qui est animée d'un mouvement alternatif.

L'une des branches de l'épingle est excitée volontairement, l'autre est libre.

Cet oscillateur vibre à une fréquence proche de sa fréquence de résonance.

Lorsque cet ensemble se trouve plongé dans un liquide, il existe entre les deux extrémités de cet épingle un déphasage de leur vibration.

L'expression mathématique donnant le déphasage ϕ est :

$$\operatorname{tg} \phi = 2 \epsilon \frac{\frac{f}{f_0}}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

où : ϵ = caractérise le frottement

f = fréquence d'excitation

f_0 = fréquence de résonance

Le déphasage est donc bien fonction du frottement ϵ qui dépend lui-même de la viscosité, mais aussi fonction de :

$$f_0 = 2 \pi \sqrt{\frac{K}{\mu}}$$

où μ est la masse totale du système vibrant, elle-même modifiée par la "masse attachée" du fluide qui entoure l'épingle. La mesure n'est donc pas indépendante de la densité du fluide.

Expérimentalement, la tension de sortie du capteur (fonction linéaire du déphasage) est donnée par la relation simplifiée :

$$V = (10 \mu)^\alpha \times \rho \times K$$

α et K sont fonction des caractéristiques géométriques de l'épingle.

L'influence de la viscosité reste donc prédominante et ce procédé restera valable pour de faibles variations de densité.

Par ailleurs, la viscosité absolue, donnée par l'expression :

$$\mu = \frac{\text{Contrainte tangentielle } \tau}{\text{Gradient de vitesse } D}$$

nécessite pour les liquides non newtoniens de connaître la valeur du gradient de vitesse ou vitesse de cisaillement. Cette valeur ne pouvant être déterminée dans le cas du procédé utilisé, le capteur ne donnera qu'une valeur de viscosité relative.

Malgré tout cela, le procédé utilisé reste parfaitement bien adapté à son utilisation industrielle.

En effet, dans les procédés industriels la captation de la valeur viscosimétrique correspondra toujours à la détermination des dérivées autour d'un point de consigne. Et, à cet égard, les variations de densité ou de comportement non newtoniens seront faibles, exception faite de quelques cas particuliers.

Les applications de ce capteur sont nombreuses, nous citerons dans cet exposé les principales, en rappelant les techniques auxquelles il s'est substitué.

3. REGULATION VISCOSIMETRIQUE DE LA PRECHAUFFE DE COMBUSTIBLE

Pour obtenir un rendement optimum de combustion, les constructeurs préconisent une valeur de viscosité bien définie du combustible à l'alimentation des brûleurs.

Actuellement, cette viscosité est approchée par une régulation du préchauffage du combustible.

Toutefois, la viscosité d'un fuel est fonction de sa température, mais aussi de l'origine des hydrocarbures et de l'homogénéité du stockage.

Ces deux derniers paramètres étant très variables, une température constante ne correspondra pas nécessairement à une viscosité constante, ce qui implique donc une régulation en viscosité et non en température.

Le capteur SOFRASER trouve ici tout son intérêt car ses performances permettront d'effectuer cette régulation en viscosité.

Le régulateur tient compte également du débit de combustible pour augmenter ou diminuer l'apport de calories.

De nombreuses expériences montrent des écarts très importants de température 10 à 15°C pour des viscosités identiques.

D'une manière générale, on peut admettre une économie de l'ordre de 1 à 2 % sur le coût de la calorie, due à un meilleur brûlage du fuel, et à un encrassement moindre. Cette économie correspond, suivant l'importance des installations, à un amortissement sur des périodes de 2 à 18 mois.

Le capteur SOFRASER s'est substitué, dans cette application, à une régulation de température qui bien qu'étant la plus aisée d'utilisation, n'offrait pas un résultat optimum.

4. CONTROLE DE LA VISCOSITE EN CONTINU DANS LE FORAGE "A LA BOUE"

Depuis longtemps, les "foreurs" contrôlent d'une manière systématique le paramètre viscosité de la boue qu'ils utilisent. C'est ainsi que deux terminologies sont passées dans le langage courant :

- VISCOSITE MARSH - - VISCOSITE FANN -

L'utilisation du viscosimètre à vibrations SOFRASER n'a pas la prétention de créer une troisième valeur rhéologique, elle offre la possibilité de contrôler et enregistrer en continu les valeurs habituellement utilisées.

Dans les utilisations en cours, le capteur SOFRASER est calibré en seconde MARSH. Il plonge dans le bac à boue juste à la sortie de la trémie de séparation des solides entraînés.

L'expérience actuelle est limitée aux "boues de forage" les plus couramment utilisées (bentonite et baryte).

Pour d'autres types de boues, il y aurait lieu d'effectuer un nouveau calibrage de la balance et de la sensibilité de l'indicateur.

Dans cette application, le capteur SOFRASER se substitue au contrôle discontinu. Il permet par ailleurs de garder en mémoire, par enregistreur, les valeurs obtenues.

5. SUIVI DE FABRICATION DANS L'INDUSTRIE COSMETIQUE

Les émulsions et dispersions élaborées dans l'industrie cosmétique ont, la plupart du temps, des comportements rhéologiques bien particuliers et de ceux-ci dépendront les caractéristiques de qualité, efficacité et stabilité au stockage du produit fini.

Pour ces raisons, le chimiste contrôle aux différents stades de la fabrication les valeurs de viscosité des produits intermédiaires ainsi que celles du produit de beauté final.

Par sa conception, le viscosimètre SOFRASER s'est trouvé là aussi très avantageusement utilisé.

Installé en fond de réacteur et étalonné en fonction du produit dont on veut suivre l'élaboration, le viscosimètre SOFRASER permet de contrôler et enregistrer la viscosité tout au long de la fabrication, et ainsi d'intervenir au bon moment puisque la mesure est instantanée.

Cet enregistrement sera le garant de la reproductibilité des différentes phases d'élaboration.

Par ailleurs, si la technique de fabrication est parfaitement maîtrisée, ces valeurs de viscosité transformées en signal proportionnel, peuvent être utilisées pour une automatisation de la production.

Dans cette industrie le capteur SOFRASER se substitue :

- soit au procédé classique d'échantillonnage, puis mesure en laboratoire, qui, bien évidemment est discontinue ;
- soit aux procédés mettant en plus une boucle d'échantillonnage en dérivation sur le réacteur qui présente l'inconvénient de procéder à la mesure avec un décalage dans le temps.

6. CONTROLE QUALITE DES MELANGES DE PRODUITS DANS LE RAFFINAGE PETROLIER

Beaucoup de produits pétroliers ont une spécification viscosité.

Cette valeur du produit raffiné sera un critère de qualité commerciale et des mesures aux "tubes à écoulement" sont pratiquées en permanence par le "labo de contrôle" de la raffinerie.

Sur le plan de leur nature chimique les coupes pétrolières sont des mélanges de molécules et le stade final d'élaboration sera précisément les mélanges des différentes coupes permettant d'obtenir les bonnes spécifications viscosimétriques.

Il importe donc de connaître dès ce stade la valeur de viscosité d'un produit afin de corriger celle-ci avant son stockage final.

Le capteur SOFRASER pouvant mesurer la viscosité sur des fluides en circulation, en température, en pression conviendra donc en tout point pour cette application.

La viscosité étant fonction de la température, le capteur SOFRASER devra être alimenté par un fluide régulé en température. Son signal de sortie pourra être utilisé pour l'automatisation d'un système de mélange en ligne.

Dans cette application, il se substitue au système de contrôle par mesure de perte de charge au cours d'un passage dans un tube capillaire.

Par rapport à son prédécesseur, il offre les avantages suivants :

- Montage directement en ligne possible
- Mesure en continu
- Insensible à l'encrassement.

RHEOMETRIE CONTINUE POUR CONTROLE DE PROCESSUS

A. KEPES

Docteur ès-Sciences Physiques

RESUME

Les causes d'erreurs et d'insuffisance de fiabilité des rhéomètres rotatifs courants sont étudiées, leur faible cadence de mesures critiquée.

On expose ensuite les conditions que doit remplir un capteur rhéométrique continu, pour polymères fondus et tous autres fluides. Les principaux critères à considérer pour choisir entre un système immergé et un système en dérivation sont succinctement abordés.

Enfin, un nouveau rhéomètre est présenté, le RHEOPROCESSEUR, dont le principe même élimine les défauts signalés et remplit les conditions requises pour le contrôle continu.

ABSTRACT

The causes of errors and of insufficient reliability of classical rotational rheometers are studied. Their very low output is criticised.

The conditions are then listed for a fully satisfying rheometric sensor for melt polymers and other fluids. The criteria for a choice between an immersed sensor and a system in derivation are discussed.

A new rheometer is eventually described, the RHEOPROCESSOR, whose principle eliminates the major errors and fulfill the required conditions for continuous and dependable measurement of rheological parameters.

1. INTRODUCTION

La rhéométrie a atteint de nos jours un haut degré de sophistication. Les progrès sont dus, pour la majeure partie, à l'intégration informatique: calculatrice, mémoire programmable, digitalisation, terminaux graphiques et imprimantes. La sensibilité, la précision et la fiabilité des capteurs de toutes sortes se sont également accrues.

En contrepartie, ces progrès se payent très cher. Des appareils de haut de gamme des marques les plus réputées, demandent une mise de fond pouvant dépasser le million de francs, payables en devises. Or, ces instruments se prêtent aux critiques pour deux raisons principales.

Premièrement, la cadence des mesures qu'ils sont capables de délivrer laisse à désirer. Ceci les rend inaptes à servir pour le contrôle, et plus encore pour le contrôle continu de processus.

Deuxièmement, la précision et la reproductibilité des mesures effectuées restent très insuffisantes.

Pour illustrer mon propos, je vais m'attacher à raisonner sur un type de rhéomètre parmi les plus répandus: le système rotatif à cône et plan ou plan et plan. L'avantage de ces appareils réside dans le fait qu'ils réalisent un "écoulement rhéométrique" et se prêtent particulièrement bien aux calculs et à l'interprétation.

Je commenterai les causes d'erreur les plus courantes:

- Manipulation et réglages à la mise en place de l'échantillon
- Effets de bord au niveau des armatures fixe et mobile
- Effet d'entrefer, c'est-à-dire d'écartement des armatures
- Jeux mécaniques de suspension
- Effets thermiques sur le fluide et les organes mécaniques

En pratique, on ne peut pas isoler ces divers effets les uns des autres, car il y a interaction multiple : chacun d'eux influe sur un ou plusieurs paramètres en jeux. Loin de s'annuler mutuellement, les erreurs ont plutôt tendance à s'ajouter.

Dans la seconde partie de mon exposé, j'aborderai divers aspects théoriques et pratiques du contrôle continu.

2. CAUSES D'ERREUR

2.1. Effets de bord et pré-réglage.

On ne répètera jamais assez : le diamètre effectif du fluide entre les armatures circulaires intervient dans les formules à la puissance 4 pour l'écoulement de torsion et à la puissance 3 pour le cône-et-plan.

Or, le diamètre réel du fluide est mal défini, puisqu'on travaille généralement sans anneau de garde. Au départ, l'appareil est nettoyé et supposé stabilisé à la température affichée. On met en place un léger excès de produit, on laisse fondre au besoin, puis on rapproche les armatures jusqu'à ce qu'il déborde. On élimine alors l'excès de fluide avec un couteau ou par tout autre moyen, on referme le four, on attend que l'équilibre thermique se rétablisse et on parfait le réglage de l'entrefer. Enfin, on procède aux mesures.

Toute cette partie de la manipulation n'a pas évolué depuis 30 ans.

Si la température a monté, qu'on ait dû rapprocher les armatures, que les axes se soient rallongés par dilatation thermique, le fluide déborde et se met en "tonneau". Mais l'effet contraire, le rétrécissement peut aussi arriver par la capillarité, si le fluide mouille le métal, ce qui le fera sortir de l'entrefer. La force centrifuge agira dans le même sens, ainsi qu'un régime de cisaillement élevé qui échauffera et dilatera le fluide. Dans ce dernier cas, l'effet pourra aller jusqu'à "fracturer" le fluide près du bord, ou le décoller des parois, favorisant ainsi la pénétration d'air dans l'entrefer, aggravant encore l'erreur.

2.2. Effets thermiques et mécaniques

Outre l'échauffement spontané du fluide par cisaillement, d'autres phénomènes d'origine thermique sont à prendre en compte. Il y a le bâti, dont la masse fait le lien matériel entre les plateaux inférieur et supérieur. Il y a les axes et les paliers, les inévitables jeux mécaniques. Il y a le plateau inférieur, théoriquement fixe, mais en fait suspendu et muni de capteurs. Il y a enfin le changement de la température affichée, qui oblige au réajustement de l'entrefer, manuel au automatique selon les modèles.

Tous ces effets et ces mécanismes constituent autant de causes d'incertitude. Les dérives géométriques, mécaniques et thermiques compromettent largement la fiabilité non seulement des mesures absolues, mais presque autant celle des mesures relatives.

La description ci-dessus peut être taxée d'excessive. Tous ces méfaits n'arrivent pas forcément en même temps. Le pire n'est jamais sûr. L'expérimentateur, par ses soins attentifs, son intuition et sa connaissance du matériel, réussira souvent à minimiser les erreurs ou à en tenir compte.

Pourtant, un certain nombre d'entre elles reste, si on en juge par le verdict du Dr. C.H. CHENG, du Warren Spring Laboratory, U.K., qui a déclaré le 8 Novembre 1978 à LIEGE :

" Agreement between different types and models of rotational viscometers can only be expected to within about 20 % or worse...The most important of these errors are instrument calibration, end effects in coaxial cylinders and gap-setting errors in cone-and-plate viscometers."

3. ANALYSE D'UN CAS CONCRET

Pour illustrer mon propos, regardons de près le cas spécifique d'une modification de l'entrefer d'un rhéomètre rotatif à plans parallèles. Supposons, pour fixer les idées, que par suite d'une addition de diverses causes, les armatures se soient écartées de 5 %. On en déduira, un peu vite, que le gradient ayant alors baissé de 5 %, le couple transmis diminuera d'autant, entraînant une erreur finale de 5 % par défaut.

On est, hélas, loin du compte. En effet, le volume de l'entrefer ayant aussi augmenté de 5 %, le diamètre effectif de l'échantillon se contracte, son carré diminuant aussi de 5 %. Un calcul élémentaire montre qu'avec la loi de la puissance 4, cela entraîne une erreur supplémentaire de 10 %, de même signe, portant l'erreur à un total de 15 %. Et ce n'est pas tout, car il faudrait tenir compte du fait que le rétrécissement ne se fait pas uniformément en laissant à l'échantillon sa surface cylindrique, mais elle formera un "col" qui aggravera l'erreur dans une proportion non négligeable. Un calcul approché indique que l'erreur finale ne sera pas inférieure, pour un écartement d'armatures de 5 %, à 17,5 % .

4. RENTABILISATION DU RHEOMETRE : CADENCE DES MESURES

Admettons un instant, ce qui pourtant n'est pas encore le cas, que les constructeurs de rhéomètres aient réussi à remédier au manque de fiabilité de leurs instruments. Resterait encore le problème de la cadence assez lamentable des mesures qu'un appareil est capable de fournir. Investir 500 ou 1.000 Kilofrancs dans un équipement qui ensuite traitera un ou deux produits par jour, qui impose pratiquement la présence permanente d'un technicien hautement qualifié, n'est pas une opération qu'aujourd'hui tout le monde peut se permettre. Mieux vaut ne pas chercher à établir le coût d'une liasse de courbes; on en resterait traumatisé.

Qui plus est, si l'on veut dépasser les seuls besoins de la recherche, et entrer dans le domaine du contrôle industriel, où l'absence de solutions se fait si lourdement sentir, il faut offrir aux usagers un capteur pour le contrôle continu. Des industries comme celle de la peinture, des résines, des matières plastiques, des huiles et lubrifiants, de l'agro-alimentaire, des encres, du plâtre et d'autres encore attendent le capteur rhéométrique qui leur permette le contrôle de leurs fabrications au moindre frais. Or, ceci ne deviendra possible que si la conception de l'instrument proposé élimine les aléas mécaniques, thermiques et ceux de la manipulation.

5. CONDITIONS A REMPLIR PAR UN CAPTEUR RHEOMETRIQUE

Un tel capteur pour le contrôle continu doit impérativement réunir les caractéristiques suivantes :

1° L'échantillon qu'on va contrôler doit se substituer rapidement et automatiquement au précédent, sans avoir à ouvrir l'appareil, afin de gagner du temps et de parer au dérèglement mécanique et thermique.

2° Le remplacement de l'ancien produit par le nouveau doit s'opérer selon un flux univoque, organisé, sans volume mort, qui ne laisse aucun aléa quant au renouvellement complet du fluide dans l'espace de mesure.

3° Un produit étalon doit pouvoir être périodiquement intercalé dans la chaîne d'échantillons successifs, afin de permettre le contrôle des éventuelles dérives mécaniques, thermiques ou électroniques, et rétablir la ligne de base.

4° En prévision de mesures à températures élevées ou de la présence de composants réactifs, la substance testée ne doit jamais être exposée à l'action atmosphérique, avant et pendant les mesures.

5° La précision et la fiabilité des mesures doivent être suffisantes pour non seulement détecter le signe, mais de mesurer la valeur vraie de variations de l'ordre du pourcent, que peuvent avoir entraîné des actions physico-chimiques voulues: additives neutres, additives interactives, radiations, effets thermo-mécaniques, etc.

6° Les opérations de chargement et de remplacement des échantillons ou de l'étalon doivent pouvoir être automatisées. L'affichage digital, l'alimentation de l'imprimante et la délivrance de signaux d'asservissement doivent pouvoir être assurés sur demande.

7° L'appareil doit pouvoir couvrir une échelle suffisamment large de taux de cisaillement. Pour être pleinement satisfaisant, il doit aussi exécuter des mesures dynamiques de la viscosité complexe, dans toute la gamme utile des fréquences.

8° Pour les polymères, il est impératif qu'il puisse fournir l'Indice de Fluidité, référence première des producteurs et des transformateurs.

9° Le volume mort en amont, entre la source du produit et l'entrée de l'instrument, doit être assez faible, et l'injection de l'échantillon dans l'enceinte de mesure, rapide.

10° L'appareil se doit d'être robuste et indéformable. La région portée à haute température ne doit contenir aucun organe fragile ou sujet à dérive. Aucun palier ne doit se trouver immergé dans le fluide sous peine de fausser les mesures et entraîner la surchauffe et la dégradation du produit.

Aucune des dix conditions ci-dessus énoncées ne saurait rester insatisfaite sans que cela compromette la fiabilité du contrôle continu. Et, à n'en pas douter, de tels avantages ne manqueront pas d'intéresser ceux qui ont la charge d'études et de recherches au niveau pilote et même du laboratoire, exception faite de ceux qui travaillent à l'échelle du milligramme.

6. DILEMME DE L'IMPLANTATION : "IN SITU" OU EN DERIVATION?

A première vue, un capteur entièrement immergé, se trouvant à l'intérieur d'un réacteur ou d'une extrudeuse, serait la solution séduisante par excellence. Malheureusement, dans le cas particulier du contrôle rhéologique, cette solution se heurte à des difficultés pratiquement insurmontables, dès qu'on renonce aux systèmes purement vibratoires, et encore.

Nous n'étudions pas ici ces systèmes, qui ne peuvent répondre au problème posé par les polymères, où les effets d'orientation, de pseudo-plasticité et de désenchevêtrement, ainsi que la mesure de l'Indice de Fluidité, exigent une étude en régime permanent.

Pour placer le capteur rotatif dans l'enceinte "in situ", il faudrait apporter une solution aux problèmes suivants :

1° Place disponible dans l'enceinte : ne pas gêner des organes ni obstruer des sections nécessaires au passage du fluide.

2° Le passage d'organes mobiles du capteur à travers la paroi, axes rotatifs ou pistons, est pratiquement irréalisable à cause des frottements et des fuites, notamment dans le cas de températures et de pressions élevées.

3° Réaliser une température stable et homogène dans une gros engin est gageur quasi-impossible. Or, si l'effet de variations de température se superpose aux autres influences agissant sur les caractéristiques rhéologiques, ils vont les masquer inexorablement.

4° La maintenance du capteur peut nécessiter son démontage, et donc l'ouverture de l'enceinte. Ceci entraîne l'arrêt de la production.

5° Un accès de gros diamètre, aménagé dans une paroi pour permettre le montage et le démontage du capteur, affaiblit la résistance mécanique de l'enveloppe. Ce serait rédhibitoire pour des équipements travaillant sous de fortes contraintes.

6° Les éventuelles dérives thermiques, mécaniques ou électroniques ne pourraient pas être détectées, faute de pouvoir substituer un étalon au produit soumis au contrôle.

7° Si le capteur rhéométrique immergé oppose une certaine résistance au passage du fluide (et comment ne le ferait-il pas?), il y aura un contournement plus ou moins prononcé de l'obstacle, compromettant le renouvellement rapide et complet de l'échantillon. S'imposer des conditions géométriques contraignantes n'apporte pas nécessairement une solution satisfaisante à ce petit problème.

8° Certains organes électroniques supportent mal la température ou la pression. Dans une extrudeuse, par exemple, des températures de 350°C et des pressions de 500 bars ne sont pas exceptionnelles. Une défaillance, ou une dérive incontrôlable peut survenir.

Pour les raisons qui viennent d'être citées, nous pensons que dans le cas général et dans l'état actuel de la technologie, c'est plutôt le montage en dérivation de l'appareil de contrôle qui s'impose. Cela ne nécessite en fin de compte qu'un simple ajutage de petit diamètre, toujours facile à réaliser, à l'endroit qui convient le mieux pour le prélèvement. Le produit ayant traversé le capteur est soit considéré comme déchet et évacué, soit au contraire récupéré si sa valeur le justifie.

Sauf erreur et à ma connaissance, aucun appareil n'a été proposé jusqu'à ce jour, qui réponde aux conditions définies plus haut. Le premier est celui que je vais décrire brièvement ci-après.

7. LE RHEOPROCESSEUR

Ce nom désigne un appareil de mesures rhéologiques rotatif qui satisfait à l'intégralité des conditions énoncées dans la première partie de cet exposé.

L'originalité du Rhéoprocasseur réside pour l'essentiel dans la géométrie particulière de son espace rhéométrique, qui autorise l'introduction et l'évacuation du fluide de manière organisée et univoque, tout en supprimant les effets de bord et d'entrefer. Aucun palier n'est en contact avec le fluide.

Une deuxième caractéristique, découlant d'un choix particulier de dimensions, de force appliquée et de température, lui permet de fournir directement l'Indice de Fluidité des matières plastiques.

7.1. Principe

La figure reproduit schématiquement le principe géométrique de l'appareil. Celui-ci est constitué d'un bîcône aplati fixe, entouré d'un bîcône concentrique creux tournant autour de leur axe commun.

Le fluide vient remplir l'espace intermédiaire, amené de bas en haut à travers le canal axial du bîcône fixe. Ayant chassé l'air ou le produit antérieur présent dans l'entrefer, se répandant selon un flux divergeant d'abord, puis, après avoir contourné le bord des bîcônes, convergeant, il ressort de l'espace rhéométrique par l'ouverture circulaire située en bas entre l'armature tournant et le support cylindrique creux du bîcône central.

Selon que les angles aux sommets sont identiques ou non, on peut produire une configuration équivalente soit aux plans parallèles, c'est-à-dire à écoulement de torsion, soit le système à cône-et-plan à gradient constant.

7.2. Erreurs de mesure

Tous les effets de dilatation thermique, de déplacements et de jeux mécaniques et de décentrement, vont produire ici des erreurs de second ordre, du fait de la symétrie par rapport au plan de base des bîcônes. L'effet des dilatactions thermiques s'annule d'ailleurs, car le lien entre les deux armatures se trouve entière-

ment situé dans la région thermostatée, au lieu de passer par le bâti extérieur. Par ailleurs, l'armature centrale réellement fixe, limite les risques de jeux.

Revenons maintenant à l'exemple cité plus haut d'un déplacement relatif axial des armatures de 5 %. L'erreur de mesure ne sera ici que de 0.25 % au lieu des 17,5 % de tout à l'heure, soit 70 fois moindre. Le rapport serait évidemment le même si nous avions choisi un autre chiffre, par exemple 1 %. Et je n'ai retenu ici que cette seule et unique cause d'erreur, sans compter les autres.

En particulier, les effets de bord sont ici éliminés, ainsi que le coefficient personnel du manipulateur, les problèmes liés à l'ouverture et au nettoyage, etc.

Sans passer en revue toutes les conditions formulées plus haut, je rappelle seulement que les diverses causes de dérive sont ici contrôlables par la substitution périodique d'un étalon à la substance testée.

Le nettoyage de l'espace rhéométrique sera assuré, au besoin, par l'envoi d'un bas-polymère contenant un abrasif doux, ou d'un solvant.

7.3. Technique à couple constant

Le dispositif décrit se prête à toutes les techniques courantes de la rhéologie, au régime d'écoulement permanent comme au régimes dynamiques. Nous préférons cependant, pour le bîcône extérieur du Rhéoprocasseur, un entainement à couple constant. Ce choix se justifie par plusieurs avantages.

- L'adhérence du fluide sur les parois se trouve contrôlée par la limitation du couple: on évite le décollement et le glissement intempestifs, ainsi que le risque de rupture (melt fracture).

- La dissipation thermique est automatiquement plafonnée; elle diminue si la viscosité augmente pour quelque raison que ce soit.

- Le couple peut être appliqué et modifié très vite. L'effet de retard (lag) est éliminé ou atténué en régime dynamique.

- Le blocage accidentel de l'équipage ne peut provoquer aucune surcharge, donc aucune détérioration.

- Le couple et la vitesse sont appliqués et mesurés sur le même axe, ce qui permet de rendre l'autre fixe. D'où simplicité et robustesse.

- Seul le système du couple réglable en continu permet de mesurer le seuil de fluage (yield value) présent dans certains matériaux.

7.4. Techniques nouvelles

A l'aptitude aux mesures classiques déjà mentionnées, s'ajoutent deux autres, liées au principe et à la géométrie, particuliers du Rhéoprocasseur.

A) Régime "transitoire permanent" à flux croisés.

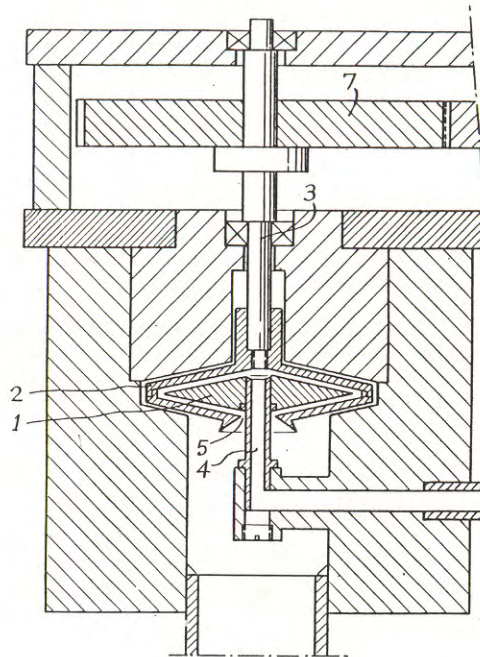
Ce procédé est caractérisé par le passage continu du fluide à travers le rhéomètre durant la mesure: au flux tangentiel dû à la rotation, se superpose le courant radial de traversée. Chaque volume élémentaire du fluide (molécules, segments, particules), est soumis à la contrainte un temps limité dépendant du débit imposé. Si le fluide présente des temps de relaxation finis, les équilibres n'auront pas le temps de s'établir. En variant le débit, et éventuellement le couple, on recueillera des informations significatives nouvelles sur les temps de relaxations présents, particulièrement les plus longs.

On devra observer une grande stabilité des mesures, car le remplacement progressif du fluide sous cisaillement dans l'entrefer y maintiendra une température stable, contrairement à ce qui se passe dans d'autres types de mesures transitoires.

B) Contrôle continu et automatique de l'Indice de Fluidité.

Pour assumer ce rôle, le Rhéoprocasseur est équipé en entrefer parallèle. Il apporte la solution à l'antique problème du contrôle du grade en continu des matières plastiques, en usine ou en laboratoire.

En effet, l'écoulement en torsion entre plateaux parallèles crée dans chaque volume élémentaire du fluide un gradient des vitesses dont la valeur croît linéairement avec sa distance à l'axe. Observons qu'un phénomène similaire se produit dans l'écoulement capillaire, à ceci près que c'est alors la tension de cisail-



SCHEMA DE LA GEOMETRIE DU RHEOPROCASSEUR

ment qui suit la même loi.

Si maintenant nous appliquons au bîcône tournant du Rhéoprocasseur un couple constant tel que la tension de cisaillement à son bord soit celui-là même que les normes imposent sur la paroi du capillaire du gradeur (et à la même température), nous aurons créé un champ de cisaillement de distribution et de valeur très proche. La vitesse de rotation résultante sera sensiblement proportionnelle à l'Indice de Fluidité. La sensibilité et la reproductibilité de ces mesures seront incomparablement supérieures à celles fournies par la technologie archaïque qu'on connaît.

Mais ce gradeur va plus loin. En programmant un couple différent de celui qui correspond aux normes, on obtient la pente de la courbe contrainte / gradient. Une troisième valeur permettra facilement de chiffrer la courbure à ce même niveau, aussi bien que pour d'autres valeurs du cisaillement.

Ces paramètres supplémentaires sont précieux pour le producteur aussi bien que pour le transformateur, car ils donnent de précieuses indications sur le comportement pratique des polymères. Déjà pas facile à les obtenir en laboratoire, ces paramètres sont ici fournis automatiquement en contrôle continu.

8. CONCLUSION

Le Rhéoprocasseur, véritable capteur rhéométrique, répond à l'attente de nombreuses industries en matière de contrôle continu fiable. Il permet enfin de résoudre les problèmes de régulation et d'asservissement automatiques, basés sur les caractéristiques d'écoulement, lesquelles restent irremplaçables dans un grand nombre de fabrications.

Le Rhéoprocasseur sera prochainement construit en France. Un prototype est actuellement à l'essai au Laboratoire de Rhéologie de l'Université de Saint-Etienne.

La RHEOLOGIE est la science des DEFORMATIONS et ECOULEMENTS de la matière, des CONTRAINTES qui en résultent et des EFFORTS qu'il faut lui appliquer pour les obtenir.

UNIVERSELLE, on la rencontre dans tous les domaines de l'activité humaine, et ses applications vont de la mise en forme des produits industriels quel qu'en soit le matériau, aux comportements de la matière vivante, en passant par la tenue des pneumatiques ou la durabilité des constructions. Son impact économique est donc considérable.

INTERDISCIPLINAIRE, elle fait appel à la MECANIQUE, à la PHYSIQUE, à la CHIMIE, à la BIOLOGIE, qui lui fournissent ses instruments de base, et se montre utile à chacune de ces disciplines.

ASSOCIATION SANS BUT LUCRATIF à vocation purement scientifique fondée en 1964 et régie par la loi de 1901, le GROUPE FRANCAIS DE RHEOLOGIE a pour OBJECTIFS de contribuer au DEVELOPPEMENT des études et recherches relatives accomplis dans ses diverses branches.

- Dans ce but, le Groupe Français de Rhéologie
- organise des REUNIONS où les chercheurs et les industriels peuvent présenter et discuter leurs résultats ou leurs préoccupations ;
 - entretient des relations avec le COMITE INTERNATIONAL DE RHEOLOGIE et les SOCIETES DE RHEOLOGIE d'autres pays ;
 - organise un COLLOQUE NATIONAL ANNUEL ;
 - édite des CAHIERS consacrés aux exposés scientifiques (une cinquantaine de numéros édités à ce jour), et un BULLETIN consacré aux informations courantes
 - contribue à la clarification du langage par l'établissement d'un DICTIONNAIRE
 - etc...

Cette activité vous intéresse et vous souhaitez devenir membre :
 SUIVEZ LES INDICATIONS DONNEES AU VERSO

Anciens Présidents du G.F.R. :

J. MANDEL (Président Fondateur, 1964-1967)
 M. JOLY (1967-1970), B. PERSOZ (1970-73), P. HABIB (1973-76), R. COURTEL (1976-77)

VOUS SOUHAITEZ PARTICIPER A L'ACTIVITE DU GROUPE FRANÇAIS
DE RHEOLOGIE

ECRIVEZ A L'ADRESSE CI-DESSOUS :

M. E. ABSI
 Secrétaire-Général du Groupe Français de Rhéologie
 CEBTP
 12 Rue Brancion
 55737 PARIS CEDEX 15

Les Colloques annuels du GFR :

1 - Rhéologie des systèmes à 2 phases	1965
2 - Aspects énergétiques en rhéologie	1966
3 - Progrès récents des effets du 2 ^e ordre	1967
4 - Rhéologie en relation avec la structure	1968
5 - Comportements mécaniques des matériaux composites	1968
6 - Influence de la température et de la pression sur les comportements rhéologiques	1970
6 bis - Rhéologie et hydrotechnique	1970
7 - Viscoplasticité	1971
8 - Rhéologie des bétons	1973
9 - Phénomènes de surface	1974
10 - Influence de la température sur les comportements rhéologiques	1975
11 - Rhéologie des corps mous	1976
12 - Thermodynamique des comportements rhéologiques	1977
13 - Aspects rhéologiques de la mécanique de la rupture	1978
14 - Rhéologie des couches minces	1979
15 - Comportements rhéologiques et structure des matériaux	1980
16 - Applications de la rhéologie aux problèmes de fabrication industrielle.	1981

Les comptes-rendus de certains de ces Colloques sont encore disponibles. Un exemplaire peut être obtenu sur commande au Secrétariat Général.

Achévé d'imprimer
sur les presses de l'Imprimerie Edgar
93000 Aubervilliers
Septembre 1983

**APPLICATIONS DE LA RHEOLOGIE
AUX PROBLEMES DE FABRICATION INDUSTRIELLE**

Dans la fabrication des matériaux et des produits, les phénomènes proprement rhéologiques se trouvent fortement couplés aux phénomènes thermiques, physiques ou chimiques qui, en partant d'une matière première de consistance fluide, pâteuse ou granulaire, la feront évoluer rapidement vers un matériau solide ou semi-solide, ou encore vers un produit relativement rigide et doté d'une forme propre. Ce domaine d'application est donc certainement l'un de ceux qui posent à la rhéologie les problèmes les plus difficiles et les plus lourds de conséquences.

Après une conférence générale prononcée par le Professeur SOBOTKA, de l'Université de Prague, une première session du Colloque a été consacrée aux matériaux minéraux avec 7 communications allant du comportement à chaud de l'aluminium au comportement différé du plâtre. La deuxième session, consacrée aux matériaux organiques, a comporté 10 communications, allant du filage textile à la viscosimétrie continue.

Les textes de ces diverses conférences et communications rassemblés ici, peuvent intéresser non seulement les spécialistes de la rhéologie, mais aussi les cadres industriels désireux d'être informés sur les techniques récentes et les tendances actuelles.